Lezione 7 - Il concetto di tensione

- **[A.a. 2012 - 2013 : ultima revisione 23 ottobre 2012]**

Si introduce in questa lezione un concetto basilare, quello di tensione in un punto P di un corpo B propriamente vincolato e soggetto a determinate condizioni di carico. E' quindi opportuno premettere qualche considerazione sul tipo di forze agenti sul corpo.

Il concetto di materia

Al di la' delle interpretazioni filosofiche, il concetto di materia sembra essere uno dei piu' elusivi argomenti della fisica, e costituisce ancora oggi un affascinante capitolo di ricerca: fino a circa trent'anni fa, si credeva che protoni e neutroni fossero particelle elementari, poi si e' visto che ambedue sono costituiti a partire dai cosiddetti "quark". Potrebbero i quark, a loro volta, essere costuiti da particelle ancora piu' piccole? Oppure esistono ragioni teoriche che portino a far credere di aver trovato i blocchi fondamentali della natura? [Hawking]

Qual'e' la natura delle forze che tengono unite le particelle, e che sono responsabili dell'aggregazione della materia? Quanti "tipi" di forze diverse esistono? La gravitazionale, l'elettromagnetica, la nucleare debole e la nucleare forte? Oppure e' possibile unificare le ultime tre forze, nella cosiddetta "grand unified theory"? E perche' la gravita' deve essere esclusa, e considerata a parte?

Ovviamente, questi problemi non possono preoccupare l'ingegnere, che in qualche modo deve disporre di un modello semplificato di realta', e deve poter operare su un modello di materia piu' maneggevole. Sorge quindi la necessita' di porre qualche ipotesi semplificatoria, che conduca ad una definizione operativa del mezzo continuo con cui l'ingegnere deve lavorare.

E l'ingegnere strutturista tratta un unico problema: calcolare spostamenti, deformazioni e tensioni in ciascun punto di una struttura soggetta a certi carichi e vincolata in un certo modo, qualunque cosa possa intendersi, per ora, con "deformazione" e "tensione". Inoltre, e' possibile limitare lo studio del suddetto problema a valori "ragionevoli" dell'intensita' delle forze, quelle che si riscontrano in natura, e non quelle che e' possibile generare in laboratorio.

E' anche possibile, e conveniente, suddividere le forze in base alla loro intensita', o meglio, in base al loro effetto sulla struttura: diremo quindi "moderate" le forze che producono effetti reversibili, e "intense" le forze che producono effetti irreversibili, limitandoci, nel seguito, al solo caso di forze moderate.

I primi tentativi di formalizzazione

Tralasciando, come ovvio, le teorie antiche e medievali sulla natura intima delle cose, si puo' senz'altro affermare che il primo tentativo scientifico di fornire un fondamento al comportamento della materia risalga ad Isacco Newton. Secondo Newton, esisterebbe una forza attrattiva tra gli atomi costituenti i corpi, che potrebbe spiegare la natura fisica dell'elasticita' , una sorta di "forza interna" che opererebbe all'interno dei corpi a somiglianza di come la forza di gravitazione opera tra i corpi. [Newton]

Molto piu' dettagliata, e scientificamente comprensibile, appare l'ipotesi del gesuita Boscovich, che, riprendendo il suggerimento di Newton, aveva formulato l'idea che tra due molecole contigue si sviluppi una forza agente lungo la congiungente le due molecole, e che questa forza potesse essere sia attraente che repulsiva.

Piu' precisamente, secondo Boscovich la materia sarebbe costituita da elementi materiali senza estensione, veri e propri centri di forza, d'intensita' fortemente decrescente con la distanza. La repulsione, per distanze minime, spiega l'impenetrabilita' dei corpi; il passaggio da repulsione ad attrazione, e viceversa, per distanze piccole spiega la coesione, il comportamento elastico ed una varia fenomenologia del comportamento dei materiali; infine, l'attrazione decrescente col quadrato della distanza gia' sensibile converge alla legge di Newton [Benvenuto]. Anche Laplace e Poisson utilizzarono questo approccio, il primo in uno studio sui fenomeni di capillarita', il secondo per alcune deduzioni sul comportamento di una lastra inflessa.

■ La teoria molecolare di Navier-Cauchy

Secondo questa teoria [Navier-Cauchy], diretta generalizzazione dell'approccio newtoniano, il solido elastico sarebbe formato da numerosissime particelle p_i, che a seguito dell'applicazione delle forze esterne si muovono, modificando la loro mutua distanza, e generando quindi forze reattive interne, di attrazione o repulsione reciproca. Se le particelle sono distribuite in modo disordinato (materiale isotropo), allora e' ragionevole pensare che, in media, le forze reattive agenti su una generica particella non mutano quando le molecole vicine si avvicinano o si allontanano. Se invece le particelle sono disposte secondo un certo ordine (materiale anisotropo), allora la risposta all'applicazione delle forze esterne variera' in base alla direzione della sollecitazione.

Rimandando ad una prossima lezione gli sviluppi analitici di una simile ipotesi, si puo' fin d'ora osservare che essa conduce, almeno nella sua forma originaria, a conclusioni contraddette dagli esperimenti, ma che la sua potenza concettuale e' tale da essere stata sostenuta a spada tratta per lunghissimo tempo, ad esempio da B. De Saint Venant. Inoltre, "non bisogna credere che la teoria molecolare conduca a risultati errati e che sia impossibile dedurre da essa il numero corretto di costanti. Il punto e' che Cauchy e Poisson applicarono la teoria molecolare in una forma troppo semplificata. Usando moderni concetti della struttura dei materiali si puo' ottenere il risultato corretto" [Muskhelishvili], giungendo alla teoria molecolare di Voigt [Capecchi]

■ La teoria energetica di George Green

Solo un accenno si puo' dedicare ora alla teoria attualmente accettata in ambito ingegneristico, rimandando a future lezioni la sua dettagliata illustrazione.

Mentre la teoria molecolare si basa su ragionamenti di carattere microscopico, l'approccio energetico preferisce rivolgere l'attenzione ad una porzione finita di solido, basandosi su alcune ipotesi riguardanti il comportamento macroscopico del corpo in esame.

Piu' precisamente, l'ipotesi a base della teoria energetica e' che il lavoro compiuto dalle forze esterne agenti sul solido si trasformi integralmente in una sorta di energia potenziale interna, che si ritrovera' immagazzinata nel corpo. Il calcolo di questa energia, detta energia elastica, e' abbastanza agevole, come si vedra' in seguito, se le forze sono applicate molto lentamente, in modo che il processo di deformazione sia isotermo, oppure molto velocemente, in modo che il processo sia adiabatico. Il primo tipo di processo di carico e' fondamentale in regime statico, il secondo in regime dinamico.

Figura 1 - N.I.Muskhelishvili

La nozione di forza

La nozione di forza e' da ritenersi primitiva, nell'ambito della meccanica, mentre da un punto di vista fisico possono distinguersi:

1. *forze di massa*, esercitate dall'esterno sul corpo in esame, come ad esempio la gravita'
2. *forze di superficie esterne*, esercitate sulla frontiera del corpo da altri corpi,
3. *forze superficiali interne*, che si esercitano tra le varie porzioni in cui un corpo puo' idealmente suddividersi

Assegnare le forze di massa, quindi, equivale ad assegnare un campo vettoriale **X**(P), continuo, e la loro dimensione fisica e' di una forza per unita' di volume:

$$[X] = \frac{F}{L^3} \qquad (1)$$

Le forze superficiali esterne sono definite tramite il campo vettoriale **p**(P), definito e continuo sulla parte di frontiera ∂B in cui esse agiscono. La loro dimensione fisica e' di una forza su unita' di superficie:

$$[p] = \frac{F}{L^2} \qquad (2)$$

Si noti che si sono escluse le forze concentrate, la cui definizione sia fisica che matematica e' troppo complessa per essere trattata in questa sede [Teodorescu]. D'altro canto, nell'ambito delle scienze matematiche, la nozione di forza era guardata con sospetto gia' da svariati anni. Scriveva infatti B. De Saint-Venant nel 1866:

"E' ben probabile che le forze, questa sorta di esseri problematici, o piuttosto di aggettivi sostantivati, che non sono ne' materia ne' spirito, esseri ciechi ed incoscienti e che bisogna tuttavia dotare della meravigliosa facolta' di apprezzare le distanze e di proporzionare puntualmente la loro intensita', siano sempre piu' espulse e scartate dalle scienze matematiche"

Assegnate le forze di massa **X** e superficiali **p**, la *forza totale* agente su una porzione P del corpo B in esame e' pari alla somma della forza superficiale agente sulla frontiera ∂P di P, e della forza di massa esercitata su P dall'esterno:

$$f\,(P) = \int_{\partial P} \mathbf{p}\, dA + \int_{P} \mathbf{X}\, dv \tag{3}$$

Analogamente, il *momento totale* m(P) su P , intorno all'origine O, e' dato da:

$$m\,(P) = \int_{\partial P} \mathbf{r} \times \mathbf{p}\, dA + \int_{P} \mathbf{r} \times \mathbf{X}\, dv \tag{4}$$

dove × indica il prodotto vettoriale tra il vettore posizione **r** ed il vettore delle forze superficiali **p** ed il vettore delle forze di massa **X**, rispettivamente.

Nel seguito si supporra' che il corpo B sia in equilibrio in presenza delle forze esterne, ossia che si abbia:

$$f\,(B) = \int_{\partial B} \mathbf{p}\, dA + \int_{B} \mathbf{X}\, dv = 0 \tag{5}$$

$$m\,(B) = \int_{\partial B} \mathbf{r} \times \mathbf{p}\, dA + \int_{B} \mathbf{r} \times \mathbf{X}\, dv = 0 \tag{6}$$

■ Esempio

Si consideri il tetto in legno di Figura 2, schematizzabile con un insieme di travi principali (capriate) collegate tra loro dalle travi secondarie (travicelli), sulle quali poi poggia il tavolato e tutto il pacchetto del tetto, fino alle tegole. Sulla supeficie del tetto gravera' quindi il peso proprio delle tavole, di eventuale isolante, di tegole, del vento, della neve, etc.. Tutto cio' puo' ricondursi ad un singolo carico superficiale p $\left[FL^{-2}\right]$. A sua volta, il carico superficiale p si tramette ai travicelli, e su ciascun travicello puo' considerarsi agente il carico della fascia di tetto di larghezza pari all'interasse *t* tra i travicelli stessi. In definitiva, sul travicello generico agisce il carico per unita' di lunghezze q = pt, di dimensione fisica $\left[FL^{-1}\right]$.

I carichi sui travicelli si trasmetteranno a loro volta sulle travi principali. In particolare, in ciascun punto in cui una trave secondaria si appoggia sulla capriata, si avra' uno scarico concentrato, pari alla forza F = p t s, dove s e' l'interesse tra le capriate. Se poi l'interasse t tra le travi secondarie e' abbastanza piccolo, questi scarichi possono considerarsi come un carico distribuito di intensita' *p s*, agente sulle capriate.

Tutto cio' per quel che riguarda i carichi applicati alle capriate. Esiste poi il peso proprio delle capriate stesse, rappresentato da una forza di volume di dimensioni fisiche $\left[FL^{-3}\right]$.

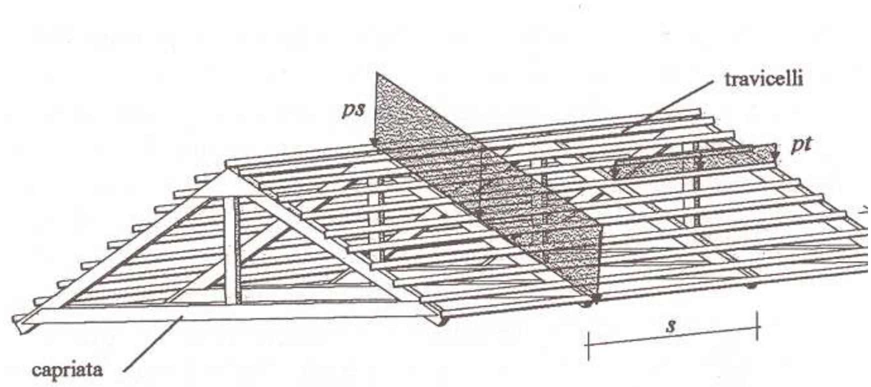


Figura 2 - Uno schema di copertura in legno

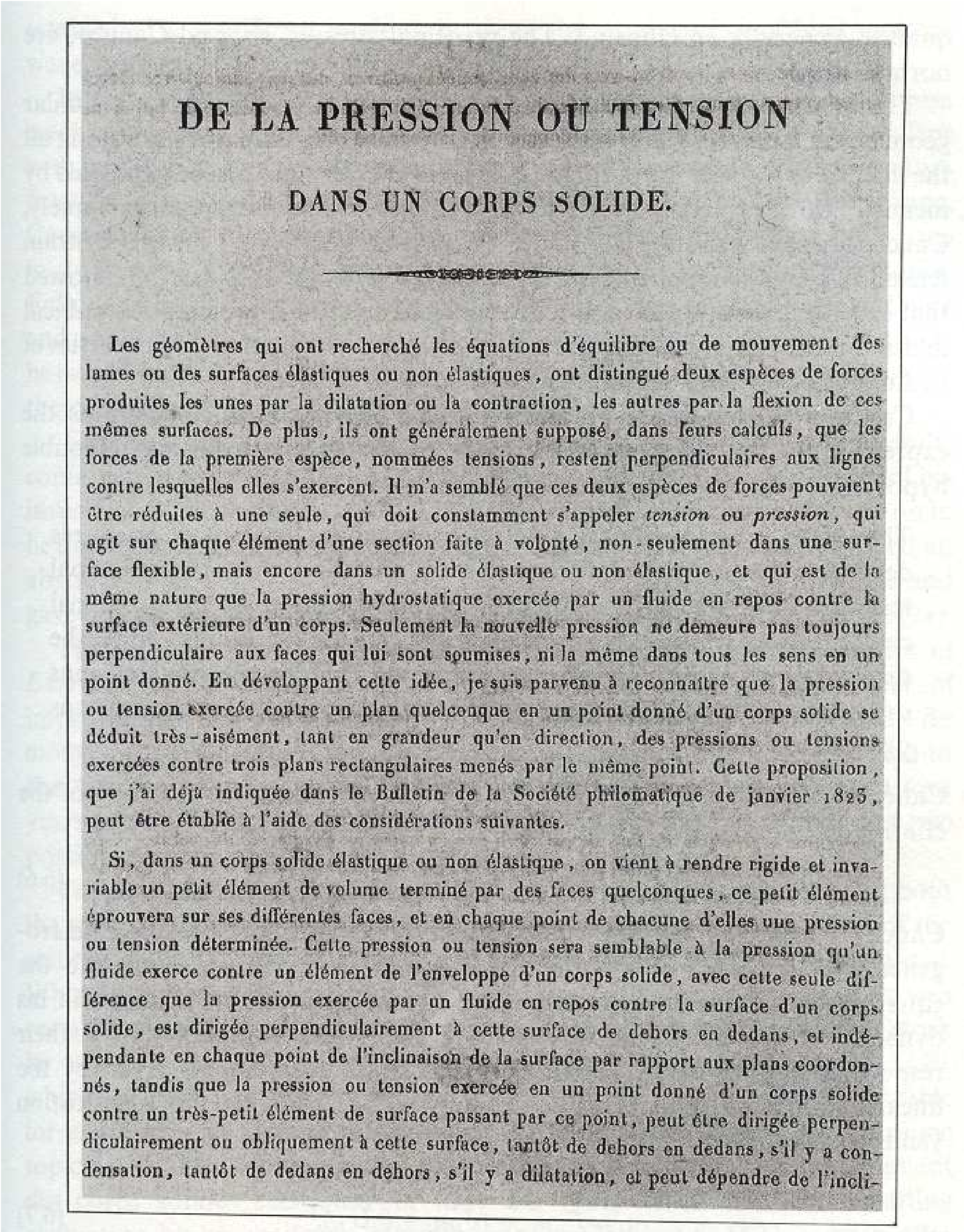
L'assioma di separazione di Eulero

La definizione di tensione fu fornita da Cauchy nel 1823, e si basa su ipotesi preventivamente accettate da Eulero in alcuni studi di meccanica dei fluidi. Piu' precisamente, si accetta il seguente:

Figura 3 - Leonardo Eulero

Assioma di separazione (Eulero) - Si consideri un corpo B, soggetto alle forze di massa **X** e superficiali **p**, e si consideri un piano fittizio Π, passante per il punto P, e che partizioni il corpo B in due corpi B_1e B_2. L'assioma di Eulero consiste nell'ammettere che l'azione esercitata da B_1su B_2 attraverso un intorno ΔA di P appartenente al piano Π, sia equivalente ad un campo di forze interne definito su ΔA.

Per precisare ulteriormente la natura di questo campo di forze e' possibile ridurlo preventivamente ad una forza risultante **R** ed un momento risultante **M**, come suggerito dallo stesso Eulero. La seconda operazione, che consiste nel far decrescere l'area dell'intorno ΔA fino, al limite, a ridurla a zero, conduce alla definizione di tensione secondo Cauchy.


DE LA PRESSION OU TENSION

DANS UN CORPS SOLIDE.

Les géomètres qui ont recherché les équations d'équilibre ou de mouvement des lames ou des surfaces élastiques ou non élastiques, ont distingué deux espèces de forces produites les unes par la dilatation ou la contraction, les autres par la flexion de ces mêmes surfaces. De plus, ils ont généralement supposé, dans leurs calculs, que les forces de la première espèce, nommées tensions, restent perpendiculaires aux lignes contre lesquelles elles s'exercent. Il m'a semblé que ces deux espèces de forces pouvaient être réduites à une seule, qui doit constamment s'appeler *tension* ou *pression*, qui agit sur chaque élément d'une section faite à volonté, non-seulement dans une surface flexible, mais encore dans un solide élastique ou non élastique, et qui est de la même nature que la pression hydrostatique exercée par un fluide en repos contre la surface extérieure d'un corps. Seulement la nouvelle pression ne demeure pas toujours perpendiculaire aux faces qui lui sont soumises, ni la même dans tous les sens en un point donné. En développant cette idée, je suis parvenu à reconnaître que la pression ou tension exercée contre un plan quelconque en un point donné d'un corps solide se déduit très-aisément, tant en grandeur qu'en direction, des pressions ou tensions exercées contre trois plans rectangulaires menés par le même point. Cette proposition, que j'ai déjà indiquée dans le Bulletin de la Société philomatique de janvier 1823, peut être établie à l'aide des considérations suivantes.

Si, dans un corps solide élastique ou non élastique, on vient à rendre rigide et invariable un petit élément de volume terminé par des faces quelconques, ce petit élément éprouvera sur ses différentes faces, et en chaque point de chacune d'elles une pression ou tension déterminée. Cette pression ou tension sera semblable à la pression qu'un fluide exerce contre un élément de l'enveloppe d'un corps solide, avec cette seule différence que la pression exercée par un fluide en repos contre la surface d'un corps solide, est dirigée perpendiculairement à cette surface de dehors en dedans, et indépendante en chaque point de l'inclinaison de la surface par rapport aux plans coordonnés, tandis que la pression ou tension exercée en un point donné d'un corps solide contre un très-petit élément de surface passant par ce point, peut être dirigée perpendiculairement ou obliquement à cette surface, tantôt de dehors en dedans, s'il y a condensation, tantôt de dedans en dehors, s'il y a dilatation, et peut dépendre de l'incli-

Figura 4 - La pagina 42 del "De la pression ou tension dans un corps solide", Exercices dé Mathématiques, **2** (1827) di Cauchy, contenente la definizione di tensione

La definizione del solido di Cauchy

Si consideri un corpo B, soggetto alle forze di massa **X** e superficiali **p**, e si consideri un piano fittizio Π_n, passante per il punto P e definito dalla sua normale **n**, che partizioni il corpo B in due corpi B_1e B_2. Accettando l'assioma di Eulero, siano R_n ed M_n la forza ed il momento risultante agenti sull'area ΔA. Si considerino ora i due rapporti:

$$\frac{R_n}{\Delta A}, \quad \frac{M_n}{\Delta A} \tag{7}$$

e si faccia tendere l'area ΔA a zero. L'ipotesi di Cauchy [Cauchy] consiste nel ritenere che sia possibile operare i limiti:

$$\lim_{\Delta A \to 0} \frac{R_n}{\Delta A}, \quad \lim_{\Delta A \to 0} \frac{M_n}{\Delta A} \tag{8}$$

che il primo dia un risultato finito, ed il secondo un risultato nullo:

$$\lim_{\Delta A \to 0} \frac{R_n}{\Delta A} = t_n, \quad \lim_{\Delta A \to 0} \frac{M_n}{\Delta A} = 0 \tag{9}$$

Alla quantita' $\boldsymbol{t_n}$, funzione del punto P e della normale n, si da' il nome di *tensione in P relativamente al piano di normale* ***n***, ed all'insieme $\{\boldsymbol{t}_n\}$ di tutte le possibili tensioni al variare della normale **n** si da' il nome di *tensione nel punto P*. [Cosserat]

Componenti normali e tangenziali di tensione

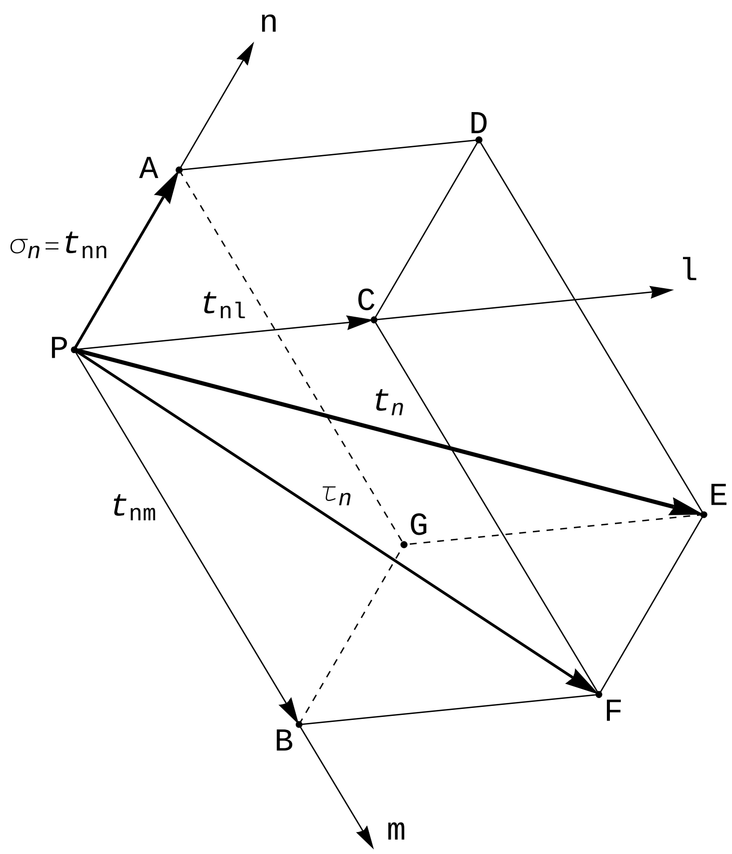


Figura 5 - Componenti normali e tangenziali di tensione

Si consideri il piano PCFB di Figura 5, di normale **n**, e sia $\boldsymbol{t_n}$ il relativo vettore rappresentativo della tensione agente in P sul piano di normale **n**. Si fissino due assi coordinati l ed m, ortogonali tra loro e giacenti nel piano PCFB, in modo da definire un riferimento tri-ortogonale (P,l,m,n). Il vettore tensione t_n puo' scomporsi secondo questi tre assi, dando luogo alla componente t_{nn}, diretta lungo la normale al piano, ed alle due componenti t_{nl} e t_{nm} giacenti nel piano.

Data l'importanza di questa scomposizione, la componente t_{nn} si chiama anche *tensione normale* al piano in P, e si denota talvolta con σ_n mentre le altre due tensioni si dicono *tensioni tangenziali*. Spesso, le due componenti t_{nl} e t_{nm} si compongono in un'unica componente, di intensita' $\tau_n = \sqrt{t_{\mathrm{nl}}^2 + t_{\mathrm{nm}}^2}$, diretta come in figura. Risulta, ovviamente:

$$t_n = \sqrt{t_{nl}^2 + t_{nm}^2 + t_{nn}^2} = \sqrt{\tau_n{}^2 + \sigma_n^2} \tag{10}$$

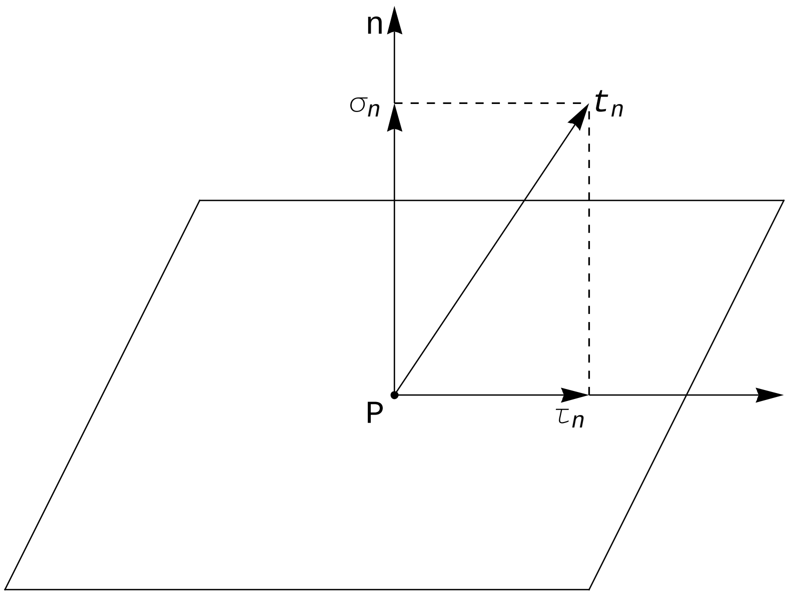


Figura 6 - Componenti normali e tangenziali di tensione: una diversa rappresentazione

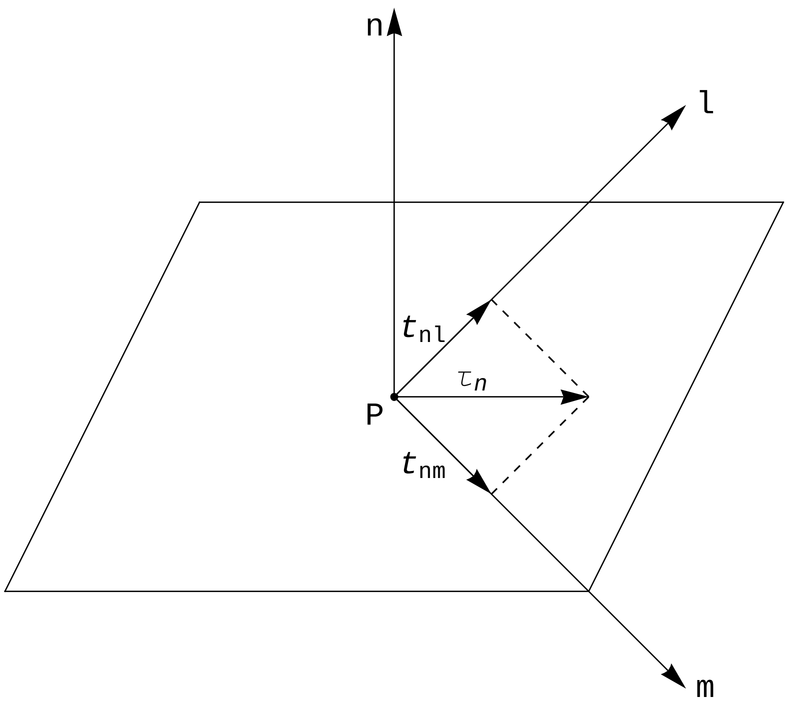


Figura 7 - La scomposizione della componente tangenziale di tensione

Componenti speciali di tensione

Si consideri un punto P, appartenente al corpo B in esame, si scelga un sistema di riferimento cartesiano (O, x_1 x_2 x_3), e si enuclei un parallelepipedo di materia, scelto in modo che P ricada nel baricentro, e che le facce del parallelepipedo siano parallele ai piani coordinati. Inoltre, si puo' far decrescere la lunghezza dei lati del parallelepipedo fino ad ipotizzare che le tensioni agenti sulle sue facce possano considerarsi costanti.

Cio' fatto, si considerino le tre facce con normale uscente positiva, ossia equiverse agli assi, come riportato in Figura 8. Su ciascuna di queste facce agira' un vettore tensione, ciascuno con tre componenti lungo gli assi coordinati. Le nove componenti di tensione cosi' identificate si chiamano *componenti speciali di tensione*, e giocheranno un ruolo fondamentale nel seguito.

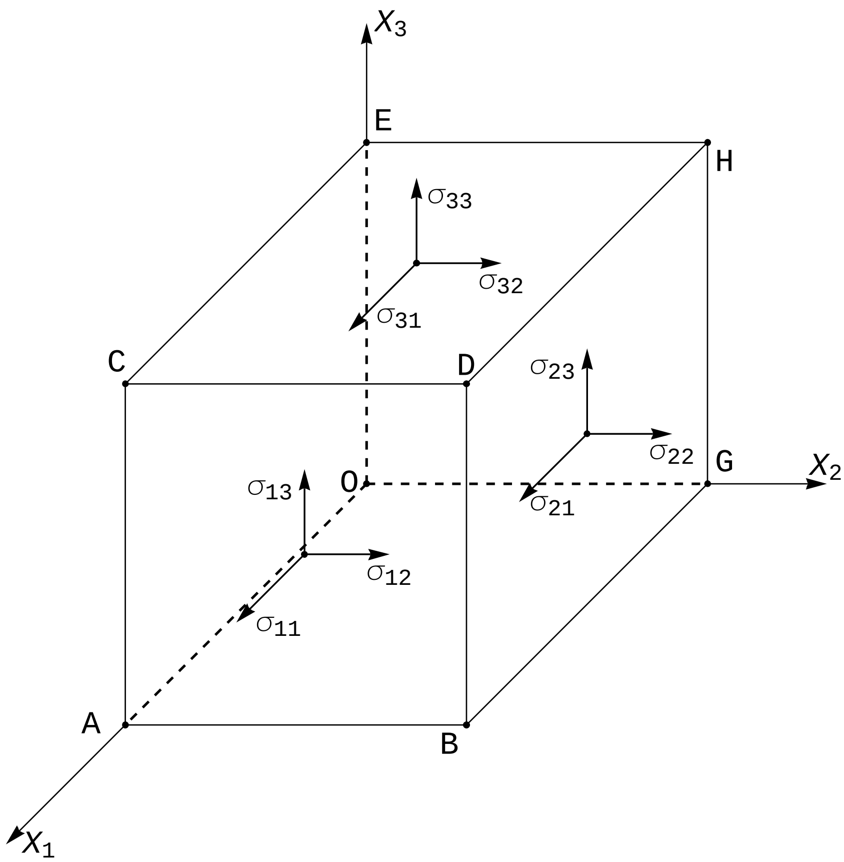


Figura 8 - Le nove componenti cartesiane di tensione nel punto P agenti sui tre piani di normale positiva

Sul piano ABCD, di normale equiversa all'asse x_1, agiscono le tre componenti di tensione σ_{11}, σ_{12} e σ_{13}. Si noti che il primo indice indica la normale al piano su cui agisce la tensione, mentre il secondo indice indica la componente. Analogamente, sul piano BGHD, la cui normale e' equiversa all'asse x_2, agiranno le tre componenti di tensione σ_{21}, σ_{22} e σ_{23}, mentre sul piano CDEH agiranno le tre componenti di tensione σ_{31}, σ_{32} e σ_{33}.

Per convenzione, le componenti speciali di tensione agenti su piani di normale equiversa agli assi sono positive se equiverse agli assi, quindi come riportati in figura. Sui tre piani di normale negativa, ossia controversa agli assi, le tensioni speciali positive saranno controverse agli assi, come riportato in Figura 8, e quindi saranno uguali e contrarie a quelle appena definite.

Riflessioni critiche sul concetto di tensione (Benvenuto)

E' evidente la natura altamente teorica della definizione di tensione appena fornita.
In particolare, da un punto di vista fisico, la separazione del corpo B e' una operazione ideale, poiche' non si puo' certo sperare di operare realmente un taglio senza stravolgere l'originario stato di sollecitazione. Di conseguenza, sembra che non sia possibile un controllo sperimentale dei valori teorici della tensione.

Da un punto di vista matematico, poi, l'operazione di passaggio al limite suscita molti dubbi, non essendo chiaro *come* l'area ΔA debba tendere a zero, e perche' il limite debba esistere ed avere un valore finito.

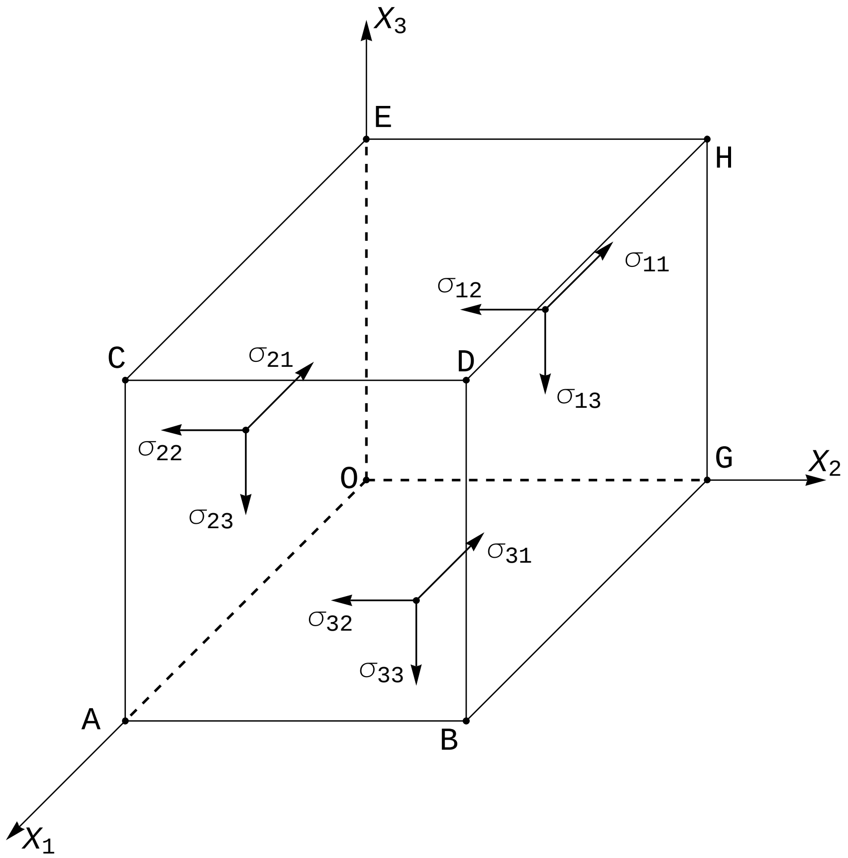


Figura 9 - Le nove componenti cartesiane di tensione nel punto P agenti sui tre piani di normale negativa

Tuttavia, la nozione di tensione secondo Cauchy si e' rivelata cosi' utile, sia da un punto di vista pratico -sperimentale che da un punto di vista matematico, che parecchi ricercatori hanno cercato di renderne piu' limpido il concetto. Se e' vero che la definizione di tensione e' un puro costrutto mentale, e' anche vero che lo stato di sforzo puo' essere visualizzato, nell'ambito della foto-elasticita', e che comunque esso puo' essere reso evidente tramite le deformazioni che esso produce. Ulteriori giustificazioni del concetto di tensione possono ritrovarsi in ambito epistemologico, come riportato in nota [Benvenuto]

Conclusioni

La definizione di tensione $\{t_n\}$ in un punto P non e' operativa, perche' l'insieme $\{t_n\}$ e' infinito. Si vedra' pero' nella prossima lezione che la conoscenza della tensione per tre distinti valori della normale **n** permette di determinare immediatamente la tensione per qualsiasi altro valore di **n**.

Note

[Hawking] "We do have some theoretical reasons for believing that we have, or are very near to, a knowledge of the ultimate building blocks of nature" - Stephen Hawking, *A brief history of time*, Bantam Books, pag.73 [Torna al testo]

[Newton] Il suggerimento di Newton si ritrova nelle note aggiuntive alla seconda edizione dell' Ottica *(Optics or a treatise of the reflections, refractions and colour light)*, nel 1717, e venne ripreso da Musschenbroeck nel 1729, con questa straordinaria definizione di forza interna: "Tale forza interna fu introdotta da Dio in tutti i corpi, e il Creatore infinitamente efficace volle che essi operassero in se' secondo quella forza: pertanto la sua presenza e' Legge di Natura simile all'altra che vien chiamata gravita'" Questa, e simili citazioni, sono riportati nel fondamentale testo di E. Benvenuto, "La scienza delle Costruzioni ed il suo sviluppo storico", Sansoni, cui in questa lezione si fa costante riferimento [Torna al testo]

[Benvenuto] La frase su riportata e' tratta da "*Sui principi di filosofia naturale che orientarono la ricerca di Saint-Venant*" di E. Benvenuto e A. Becchi, in "Omaggio a Giulio Ceradini", pag. 125-138. Da essa risulta evidente lo sforzo di unificazione delle cause naturali, gia' allora in atto, e di come lo spirito newtoniano permeasse qualsiasi disciplina scientifica. Non per nulla De Saint Venant defini' Boscovich "il piu' conseguente newtoniano che ci sia e che ci possa essere" . Dallo stesso lavoro citato sono tratte varie altre frasi nel seguito della lezione. Nella sezione Ricerca del sito http:\\www.scienzadellecostruzioni.co.uk puo' reperirsi una versione digitale della memoria citata. [Torna al testo]

[Navier-Cauchy] La teoria fu illustrata originariamente da Navier in una memoria del 14 maggio 1821, data che segna la nascita della moderna teoria dell'elasticita' ("Mémoire sur le lois de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques", *Mem. Inst. Nat.*, 7, pp.375-393, 1827), e fu poi generalizzata da Cauchy nel 1828, in due diverse memorie. (" Sur l'équilibre et le mouvement d'un système de points matériels sollecités par des forces d'attraction ou de répulsion mutuelle", *Exercices de Mathématiques*, 3, pp. 188-212, Parigi, 1828, e ancora "De la pression ou tension dans un système de points matériels", ibid. pp. 213-236 [Torna al testo]

[Muskhelishvili] N.I.Muskhelishvili, "Some Basic Problems of the Mathematical Theory of Elasticity" Noordhoff 1953 [Torna al testo]

[Capecchi] Per una discussione storica sulle teorie molecolari, vedi D. Capecchi, G. Ruta, P. Trovalusci - "From classical to Voigt's molecular models in elasticity", Arch. Hist. Exact Sci. 525 - 559 (2010) [Torna al testo]

[Teodorescu] La definizione formale di forza concentrata puo' essere fornita in termini di *distribuzioni*, e la presenza di un tal tipo di forze complica grandemente l'analisi. Il lettore interessato puo' comunque consultare il libro di W.Kecs e P.P. Teodorescu, "Aplicatii ale teoriei distributiilor in mecanica" Editura Academiei Republicii Socialiste Romania, Bucuresti, 1970, oppure l'articolo 39 di P. Villaggio, "Qualitative Methods in Elasticity", Noordhoff, 1977. [Torna al testo]

[Cauchy] La definizione di tensione, ed alcune sue proprieta', possono gia' leggersi nella memoria di Cauchy, "*De la pression ou tension dans un corps solide*", Exercices de Mathematiques, 60-78, (1827), riportata nella sezione Ricerca del sito http:\\www.scienzadellecostruzioni.co.uk [Torna al testo]

[Cosserat] L'ipotesi che il secondo rapporto sia nullo definisce il cosiddetto *solido di Cauchy*. Esiste anche una diversa formalizzazione, in cui si ammette l'esistenza di un valore finito anche per il secondo rapporto:

$$\lim_{\Delta A \to 0} \frac{R_n}{\Delta A} = t_n, \quad \lim_{\Delta A \to 0} \frac{M_n}{\Delta A} = m_n \tag{11}$$

dando luogo alle *coppie di sforzo* m_n. La susseguente teoria definisce il cosiddetto *solido polare*, o di

Cosserat, dal nome dei fratelli Cosserat.[Torna al testo]

[Benvenuto] Le seguenti considerazioni, tratte da P.W. Bridgman, "La logica della fisica moderna", 1927, sono riportate nel citato libro di Benvenuto, alle pagine 431-433: "Una tensione e' per definizione una proprieta' dei punti interni di un corpo connessa matematicamente in modo semplice alle forze agenti sulla superficie libera del corpo. Una tensione e' quindi, per sua natura, sempre al di fuori del raggio dell'esperienza diretta, ed e' pertanto un costrutto. L'intera struttura di una tensione non corrisponde a nulla nell'esperienza diretta.
Dobbiamo poi chiederci se la tensione, che abbiamo inventato per risolvere la situazione di un corpo sottoposto a forze, e' un buon costrutto. In primo luogo, una tensione ha lo stesso numero di gradi di liberta' che compete al fenomeno osservabile, in quanto una delle proposizioni della teoria matematica dell'elasticita' asserisce che le condizioni al contorno, le quali costituiscono le variabili sperimentali, determinano univocamente la tensione in un dato corpo; appare ovvio, esaminando le equazioni, che viceversa un sistema possibile di tensioni determina univocamente la tensione nella quantita' significativa. Vi e' dunque una corrispondenza biunivoca tra una tensione e la situazione fisica che essa e' destinata a coprire, pertanto la tensione rappresenta un buon costrutto.
Un corpo sotto tensione e' anche in uno stato di sforzo, che puo' venir determinato dalle deformazioni esterne, oppure lo sforzo nei punti interni puo' venir reso piu' evidente mediante quegli effetti ottici della doppia rifrazione nei corpi trasparenti, che ora vengono tanto impiegati in esperimenti dimostrativi; infine, se la tensione e' spinta al di la' di certi limiti, abbiamo fenomeni nuovi quali la deformazione permanente o addirittura la rottura.
Abbiamo dunque ragione a ritenerci soddisfatti del nostro costrutto della tensione. In primo luogo, dal punto di vista formale, esso rappresenta un buon costrutto perche' si ha una corrispondenza univoca con i dati fisici in termini dei quali e' definito; in secondo luogo, abbiamo diritto di attribuirgli una realta' fisica perche' la tensione e' connessa in modo unico ad altri fenomeni fisici, indipendenti da quelli considerati nella sua definizione. Quest'ultimo requisito, in effetti, dal punto di vista operativo, non rappresenta altro che una definizione di cio' che intendiamo per realta' delle cose non date direttamente dall'esperienza. L'esperienza mostra che la tensione, oltre che soddisfare i requisiti formali, e' utilissima nel correlare i fenomeni, onde noi siamo giustificati nel dare a questo costrutto un posto preminente tra i nostri concetti" [Torna al testo]

Figure