

Lezione 33- Le travi ad una campata II

■ [A.a. 2011 - 2012 : ultima revisione 14 giugno 2012]

In questa lezione si studiano le travi ad una sola campata con i piu' comuni tipi di vincolo e soggetti ai piu' comuni tipi di carico concentrato.

Introduzione

Si consideri una trave soggetta al carico distribuito $p_0(z)$, alla forza F_s ed alla coppia \mathcal{M}_s agenti ambedue all'estremo di sinistra, ed alla forza F_d ed alla coppia \mathcal{M}_d agenti ambedue all'estremo di destra, come illustrato in Figura 1. L'energia potenziale totale di questa trave e' pari alla somma dell'energia elastica, che per le travi di Eulero-Bernoulli si riduce alla sola aliquota flessionale:

$$L_f = \frac{1}{2} \int_0^L EI_{11} u_2'^2(x_3) dx_3 \quad (1)$$

e dell'energia potenziale dei carichi applicati, uguale e contraria al lavoro da essi svolto:

$$P = - \int_0^L p_0(x_3) u_2(x_3) dx_3 - F_s u_2(0) - F_d u_2(L) - \mathcal{M}_s \phi(0) - \mathcal{M}_d \phi(L) \quad (2)$$

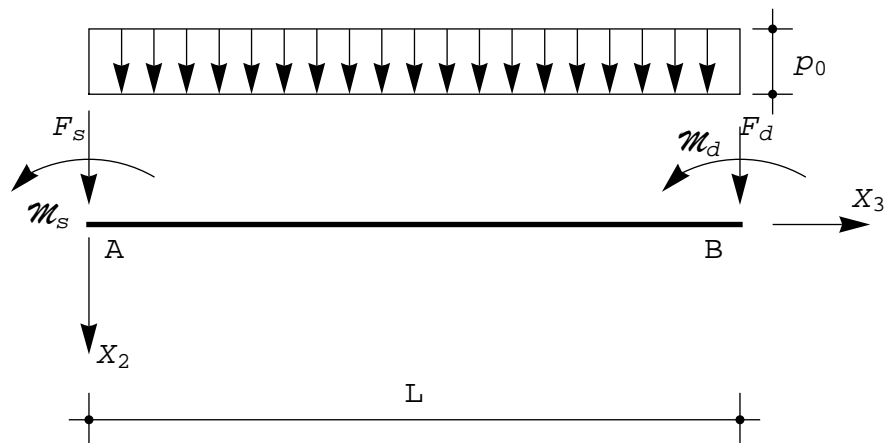


Figura 1 -La trave ad una campata soggetta a carichi concentrati agli estremi

Per il principio di stazionarieta', dovra' essere:

$$\delta_1 E_t = \int_0^L EI_{11} u_2' \delta u_2' dx_3 - \int_0^L p_0 \delta u_2 dx_3 - F_s \delta u_2(0) - F_d \delta u_2(L) + \mathcal{M}_s \delta u_2'(0) + \mathcal{M}_d \delta u_2'(L) = 0 \quad (3)$$

Integrando due volte per parti il primo integrale, si ha l'usuale equazione differenziale della linea elastica, con le relative condizioni ai limiti:

$$(-EI_{11} u_2''(0) + \mathcal{M}_s) \delta u_2'(0) = 0 \rightarrow (M_1(0) + \mathcal{M}_s) \delta u_2'(0) = 0 \quad (4)$$

$$(EI_{11} u_2''(L) + \mathcal{M}_d) \delta u_2'(L) = 0 \rightarrow (-M_1(L) + \mathcal{M}_d) \delta u_2'(L) = 0 \quad (5)$$

$$(EI_{11} u_2'''(0) - F_s) \delta u_2(0) = 0 \rightarrow (T_2(0) + F_s) \delta u_2(0) = 0 \quad (6)$$

$$(-EI_{11} u_2'''(L) - F_d) \delta u_2(L) = 0 \rightarrow (T_2(L) - F_d) \delta u_2(L) = 0 \quad (7)$$

In un estremo incastrato, le due condizioni di congruenza, che annullano spostamenti e rotazioni, restano inalterate, e d'altro canto l'eventuale presenza di forze o coppie concentrate verrebbe bilanciata dalle reazioni vincolari.

In un estremo appoggiato, invece, la condizione di congruenza che vieta l'abbassamento resta inalterata, mentre la condizione di equilibrio non esprimerà più l'annullarsi del momento flettente, bensì, dalle (4-5):

$$\text{appoggio a sinistra} \rightarrow M_1(0) = -\mathcal{M}_s$$

$$\text{appoggio a destra} \rightarrow M_1(L) = \mathcal{M}_d$$

Analogamente, in un bipendolo andrà modificata la condizione di equilibrio, che non vedrà più l'annullarsi del taglio. Dalle (6-7) si trae:

$$\text{bipendolo a sinistra} \rightarrow T_2(0) = -F_s$$

$$\text{bipendolo a destra} \rightarrow T_2(L) = F_d$$

In corrispondenza di un appoggio, una eventuale forza verticale verrebbe assorbita dalla reazione dell'appoggio, mentre una coppia agente in un bipendolo viene assorbita dalla coppia reattiva. Infine, in un estremo libero ambedue le condizioni di equilibrio vanno modificate in base alle (4-7):

$$\text{estremo libero a sinistra} \rightarrow M_1(0) = -\mathcal{M}_s; T_2(0) = -F_s$$

$$\text{estremo libero a destra} \rightarrow M_1(L) = \mathcal{M}_d; T_2(L) = F_d$$

In definitiva, gli unici casi significativi di forze concentrate in corrispondenza dei vincoli sono:

1. trave a mensola soggetta a forza nell'estremo libero
2. trave a mensola soggetta a coppia nell'estremo libero
3. trave con incastro-appoggio soggetta a coppia sull'appoggio
4. trave con incastro-bipendolo soggetta a forza sul bipendolo
5. trave appoggiata con coppia sull'appoggio
6. trave con appoggio-bipendolo e coppia sull'appoggio
7. trave con appoggio-bipendolo con forza sul bipendolo

La trave a mensola

Si abbia una trave a mensola, ossia incastrata a sinistra e libera a destra, soggetta ad una forza F nell'estremo libero (cfr. Figura 2). In assenza di carico distribuito, l'equazione differenziale sarà omogenea:

$$EI_{11} u_2'''' = 0 \quad (8)$$

con soluzione:

$$u_2(x_3) = C_1 + C_2 x_3 + C_3 x_3^2 + C_4 x_3^3 \quad (9)$$

Ne segue immediatamente che in questo caso, ed in tutti i casi in cui sono assenti carichi distribuiti, lo spostamento varia secondo un polinomio cubico, e conseguentemente la rotazione varierà con legge quadratica, il momento sarà una funzione lineare, ed il taglio sarà costante.

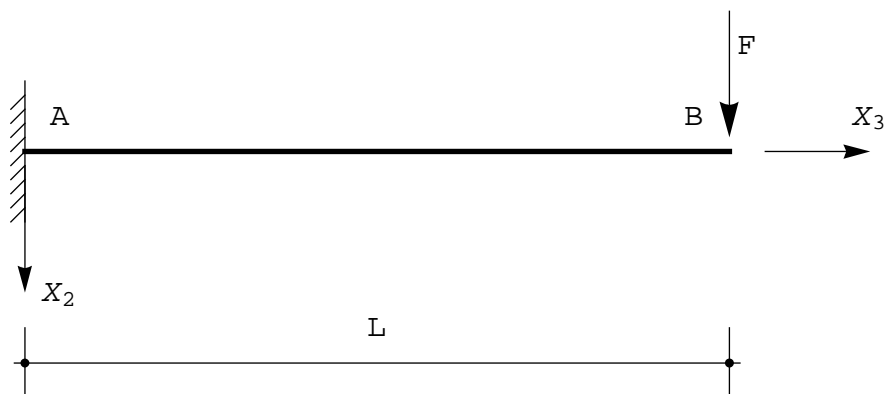


Figura 2 - La trave a mensola soggetta a forza nell'estremo libero

Le condizioni ai limiti possono trarsi dalle (4-7). Alternativamente, possono fissarsi *a priori* le condizioni di congruenza, ossia l'annullarsi dello spostamento e della rotazione nell'incastro, e dedurre *a posteriori* le altre due condizioni nell'estremo libero, equilibrando il concio elementare all'ascissa $x_3 = L$. Si ha, come può dedursi dalla Figura 3:

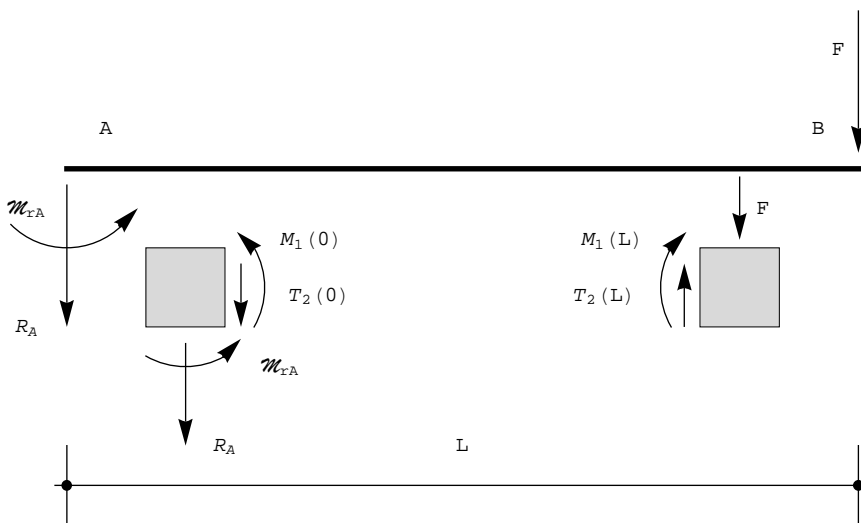


Figura 3 - Lo schema per la scrittura geometrica delle condizioni ai limiti

$$\begin{aligned}
 u_2(0) &= 0 \\
 \phi(0) = 0 &\rightarrow u_2'(0) = 0 \\
 M_1(L) = 0 &\rightarrow EI_{11} u_2''(L) = 0 \\
 -T_2(L) + F &= 0 \rightarrow EI_{11} u_2'''(L) + F = 0
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

ossia:

$$\begin{aligned}
 C_1 &= 0 \\
 C_2 &= 0 \\
 2 C_3 + 6 L C_4 &= 0 \\
 6 C_4 + \frac{F}{EI_{11}} &= 0
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

da cui:

$$C_3 = \frac{FL}{2 EI_{11}}; \quad C_4 = -\frac{F}{6 EI_{11}}
 \tag{12}$$

La linea elastica sara' quindi fornita da:

$$u_2(x_3) = \frac{F x_3^2}{EI_{11}} \left(\frac{L}{2} - \frac{x_3}{6} \right)
 \tag{13}$$

e, conseguentemente:

$$\phi(x_3) = \frac{F x_3}{EI_{11}} \left(\frac{x_3}{2} - L \right)
 \tag{14}$$

$$M_1(x_3) = F(x_3 - L)
 \tag{15}$$

$$T_2(x_3) = F
 \tag{16}$$

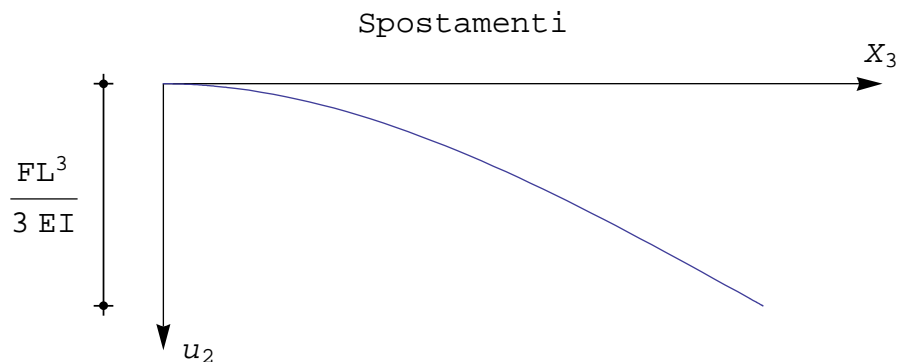
Di interesse sono i valori degli spostamenti all'estremo libero, e delle caratteristiche all'incastro:

$$u_{2 \max} = u_2(L) = \frac{FL^3}{3 EI_{11}}
 \tag{17}$$

$$\phi_{\min} = \phi(L) = -\frac{FL^2}{2 EI_{11}}
 \tag{18}$$

$$M_{1 \min} = M_1(0) = FL
 \tag{19}$$

Il tracciamento dei diagrammi puo' convenientemente partire dal taglio, che e' banale, e dal momento flettente, che e' lineare, si annulla in corrispondenza dell'estremo nullo, ed ha pendenza pari a F. Le rotazioni, che variano con legge quadratica, si annullano nell'incastro, e nell'estremo libero il relativo diagramma deve avere pendenza nulla, in quanto il momento si annulla in quella sezione. Infine, gli abbassamenti si annullano nell'incastro e la pendenza deve essere nulla nello stesso incastro.



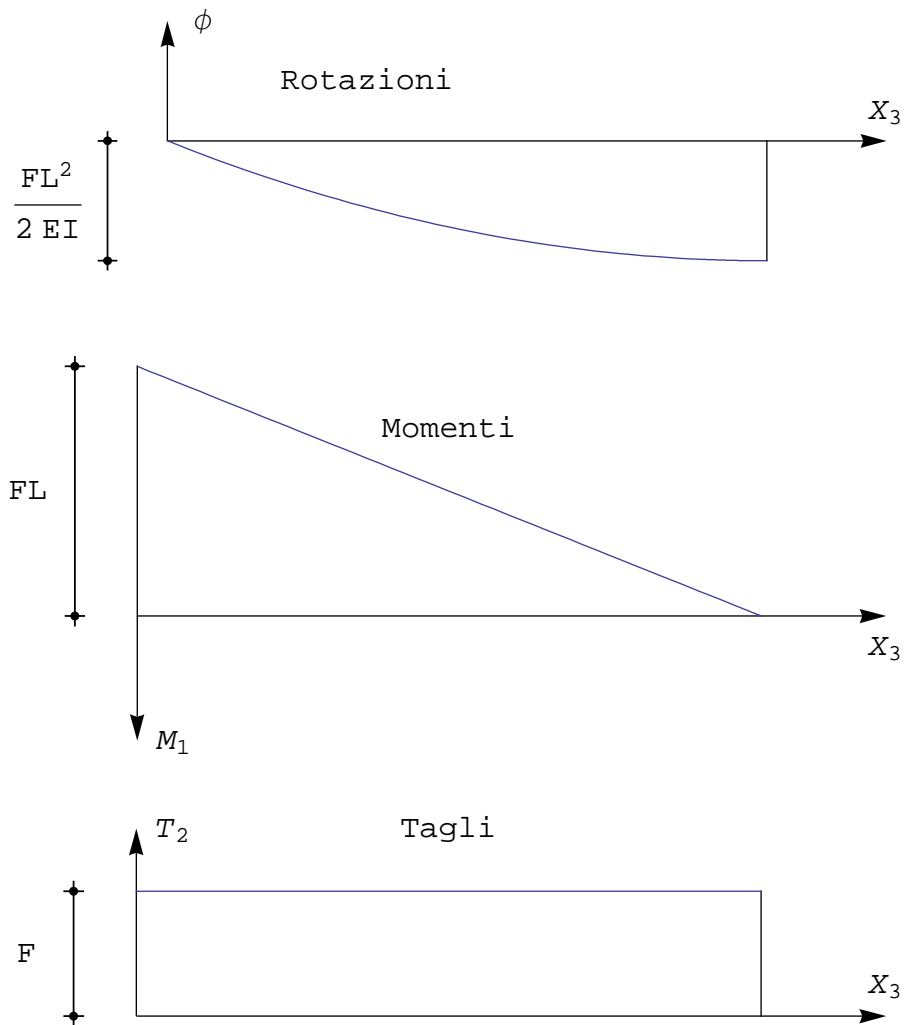


Figura 4 - Il caso della mensola soggetta a forza concentrata nell'estremo libero

Si abbia ora la stessa trave a mensola, soggetta ad una coppia \mathcal{M} nell'estremo libero (cfr. Figura 5). Le condizioni ai limiti, analogamente a quanto detto per la mensola soggetta a forza concentrata, sono:

$$\begin{aligned}
 u_2(0) &= 0 \\
 \phi(0) &= 0 \rightarrow u_2'(0) = 0 \\
 -M_1(L) + \mathcal{M} &= 0 \rightarrow EI_{11} u_2''(L) + \mathcal{M} = 0 \\
 T_2(L) &= 0 \rightarrow u_2'''(L) = 0
 \end{aligned}
 \tag{20}$$

ossia:

$$\begin{aligned}
 C_1 &= 0 \\
 C_2 &= 0 \\
 2 C_3 + 6 l C_4 + \frac{\mathcal{M}}{EI_{11}} &= 0 \\
 6 C_4 &= 0
 \end{aligned}
 \tag{21}$$

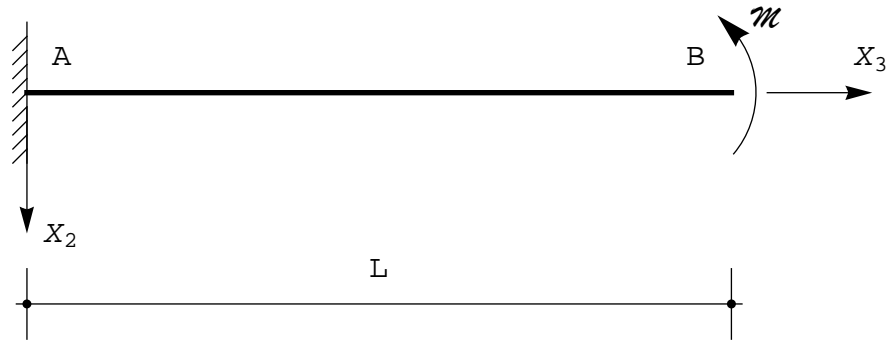


Figura 5 - La trave a mensola soggetta a coppia nell'estremo libero

da cui:

$$C_3 = -\frac{\mathcal{M}}{2 EI_{11}} \quad (22)$$

La linea elastica sarà quindi fornita da:

$$u_2(x_3) = -\frac{\mathcal{M}}{2 EI_{11}} x_3^2 \quad (23)$$

e, conseguentemente:

$$\phi(x_3) = \frac{\mathcal{M}}{EI_{11}} x_3 \quad (24)$$

$$M_1(x_3) = \mathcal{M} \quad (25)$$

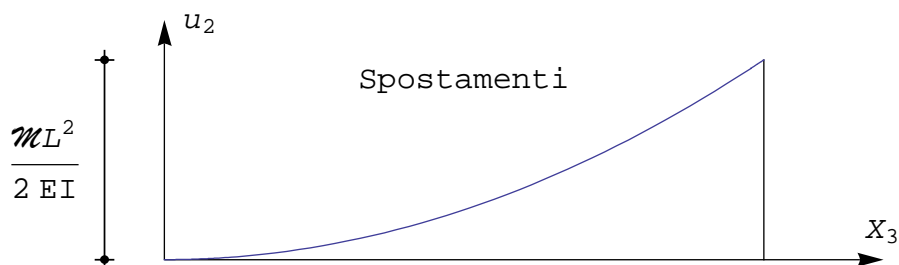
$$T_2(x_3) = 0 \quad (26)$$

Di interesse sono i valori degli spostamenti all'estremo libero:

$$u_{2\min} = u_2(L) = -\frac{\mathcal{M}L^2}{2 EI} \quad (27)$$

$$\phi_{\max} = \phi(L) = \frac{\mathcal{M}L}{EI} \quad (28)$$

Il tracciamento dei diagrammi non presenta difficoltà.



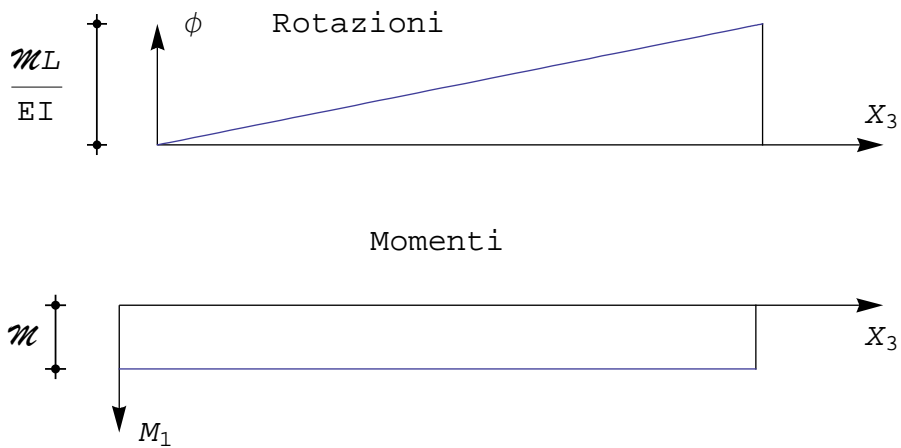


Figura 6 - Il caso della mensola soggetta a coppia concentrata nell'estremo libero

La trave appoggiata

Si abbia ora una trave appoggiata ad ambedue gli estremi, soggetta ad una coppia \mathcal{M} agente all'estremo di destra (cfr. Figura 7). In assenza di carico distribuito, l'equazione differenziale sarà omogenea:

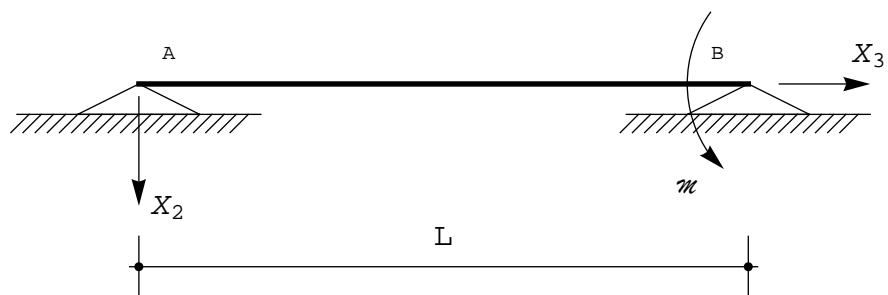


Figura 7 - La trave appoggiata soggetta a coppia nell'estremo di destra

$$EI_{11} u_2'''' = 0 \tag{29}$$

con soluzione:

$$u_2(x_3) = C_1 + C_2 x_3 + C_3 x_3^2 + C_4 x_3^3 \tag{30}$$

Le condizioni ai limiti di congruenza impongono l'annullarsi dell'abbassamento in ambedue gli estremi, mentre equilibrando i concetti elementari in $x_3 = 0$ ed in $x_3 = L$ si hanno le altre due condizioni:

$$\begin{aligned} u_2(0) &= 0 \\ M(0) = 0 &\rightarrow u_2''(0) = 0 \\ u_2(L) &= 0 \\ -M(L) + \mathcal{M} = 0 &\rightarrow EI_{11} u_2''(L) + \mathcal{M} = 0 \end{aligned} \tag{31}$$

ossia:

$$\begin{aligned}
 C_1 &= 0 \\
 C_3 &= 0 \\
 C_1 + C_2 L + C_3 L^2 + C_4 L^3 &= 0 \\
 EI_{11} (2 C_3 + 6 L C_4) + \mathcal{M} &= 0
 \end{aligned} \tag{32}$$

da cui:

$$C_2 = \frac{\mathcal{M}L}{6 EI_{11}} ; C_4 = -\frac{\mathcal{M}}{6 EI_{11} L} \tag{33}$$

La linea elastica sarà quindi fornita da:

$$u_2(x_3) = \mathcal{M} \frac{x_3 (L - x_3) (L + x_3)}{6 EI_{11} L} \tag{34}$$

e, conseguentemente:

$$\phi(x_3) = -\frac{\mathcal{M}}{6 EI_{11}} \left(L - 3 \frac{x_3^2}{L} \right) \tag{35}$$

$$M_1(x_3) = \mathcal{M} \frac{x_3}{L} \tag{36}$$

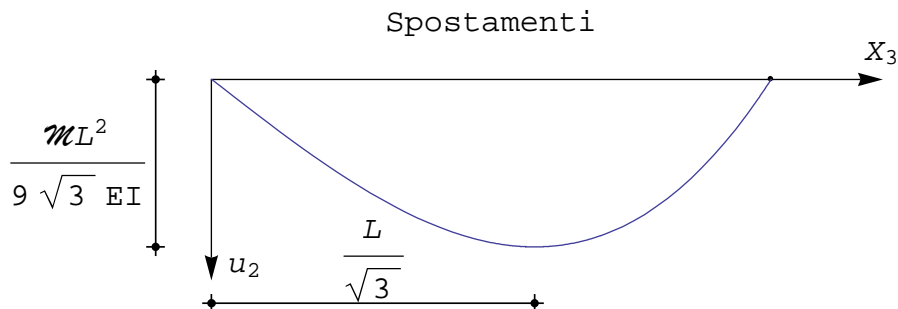
$$T_2(x_3) = \frac{\mathcal{M}}{L} \tag{37}$$

Le reazioni degli appoggi hanno valore assoluto pari a $\frac{\mathcal{M}}{L}$, la reazione di sinistra è negativa, quindi diretta verso l'alto, mentre la reazione di destra è positiva, e quindi diretta verso il basso. In tal modo esse formano una coppia di braccio L , che equilibra la coppia esterna. I diagrammi del taglio, del momento, delle rotazioni e degli spostamenti sono riportati in Figura 3. Si noti che il diagramma delle rotazioni porta a sinistra con tangente orizzontale, e si annulla all'ascissa $x_3 = \frac{L}{\sqrt{3}}$. In tale ascissa si verifica l'abbassamento massimo, pari a:

$$u_{2 \max} = \frac{1}{9 \sqrt{3}} \frac{\mathcal{M}L^2}{EI_{11}} \tag{38}$$

Di notevole interesse sono poi le rotazioni negli appoggi:

$$\phi_{\min} = \phi(0) = -\frac{\mathcal{M}L}{6 EI_{11}} ; \phi_{\max} = \phi(L) = \frac{\mathcal{M}L}{3 EI_{11}} \tag{39}$$



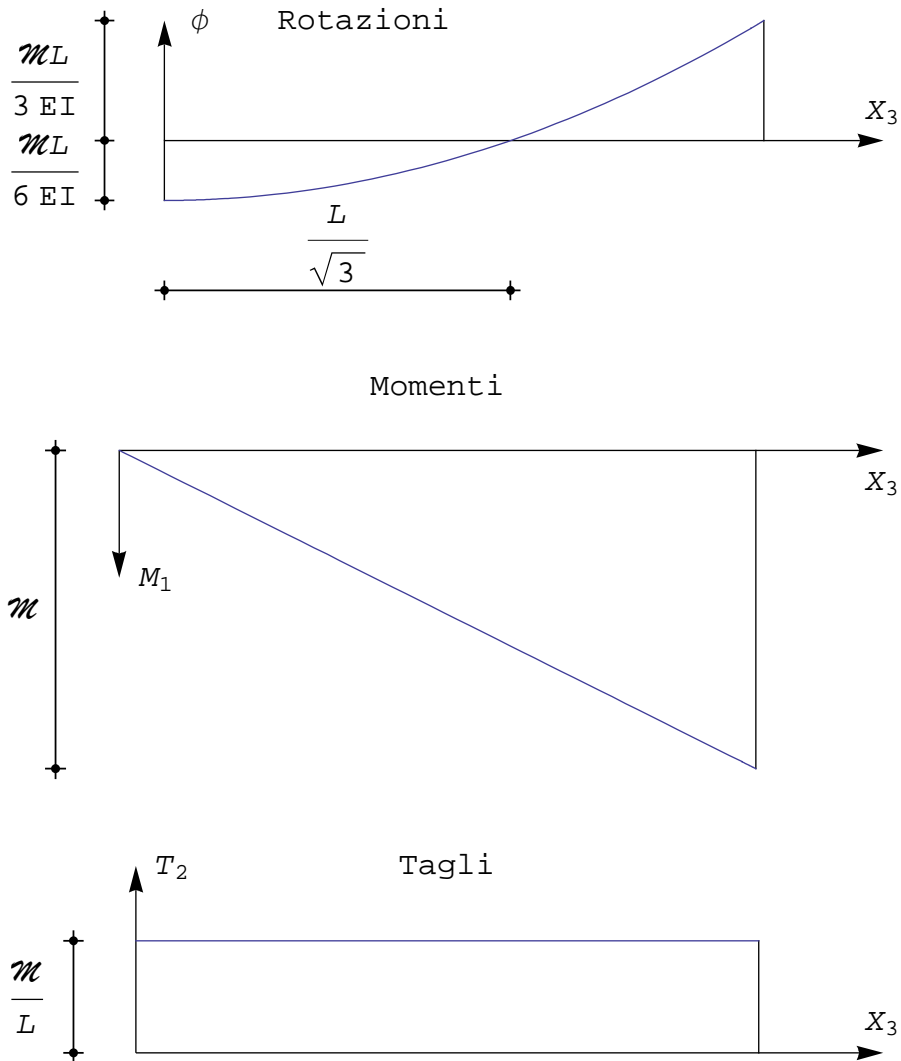


Figura 8 - Spostamenti, rotazioni, momenti e tagli per trave appoggiata soggetta ad una coppia su un appoggio

La trave incastrata ed appoggiata

Un ulteriore esempio di trave ad una sola campata soggetta a carichi concentrati e' la trave incastrata ad un estremo, appoggiata all'altro estremo, e soggetta ad una coppia sull'appoggio (Figura 9). Ferma restando la distribuzione cubica degli spostamenti, e quindi quella quadratica delle rotazioni, lineare dei momenti e costante dei tagli, le condizioni ai limiti di congruenza saranno ora tre, esprimenti l'annullarsi dello spostamento in ambedue gli estremi, e della rotazione nell'incastro. La restante condizione deriva dall'equilibrio alla rotazione del concio elementare sull'appoggio:

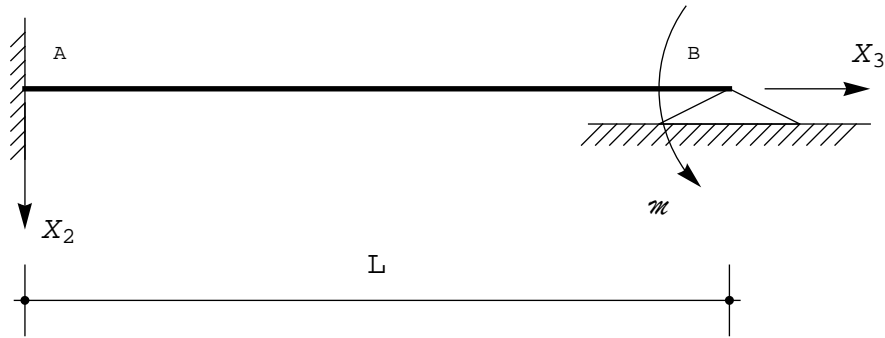


Figura 9 - La trave incastrata-appoggiata soggetta a coppia nell'estremo di destra

$$\begin{aligned}
 u_2(0) &= 0 \\
 \phi(0) = 0 &\rightarrow u_2'(0) = 0 \\
 u_2(L) &= 0 \\
 -M(L) + \mathcal{M} &= 0 \rightarrow EI_{11} u_2''(L) + \mathcal{M} = 0
 \end{aligned} \tag{40}$$

ossia:

$$\begin{aligned}
 C_1 &= 0 \\
 C_2 &= 0 \\
 C_1 + C_2 L + C_3 L^2 + C_4 L^3 &= 0 \\
 EI_{11} (2 C_3 + 6 L C_4) + \mathcal{M} &= 0
 \end{aligned} \tag{41}$$

da cui:

$$C_3 = \frac{\mathcal{M}}{4 EI_{11}}; \quad C_4 = -\frac{\mathcal{M}}{4 EI_{11} L} \tag{42}$$

La linea elastica sarà quindi fornita da:

$$u_2(x_3) = \mathcal{M} \frac{x_3^2 (L - x_3)}{4 EI_{11} L} \tag{43}$$

e, conseguentemente, per derivazioni successive:

$$\phi(x_3) = \frac{\mathcal{M} x_3 (3 x_3 - 2 L)}{4 EI_{11} L} \tag{44}$$

$$M_1(x_3) = \mathcal{M} \frac{3 x_3 - L}{2 L} \tag{45}$$

$$T_2(x_3) = \frac{3}{2} \frac{\mathcal{M}}{L} \tag{46}$$

I diagrammi delle caratteristiche sono facilmente tracciabili: il taglio è costante, il momento si annulla ad un terzo della luce, assume il valore \mathcal{M} nell'appoggio (come da condizione ai limiti) ed il valore $\mathcal{M}/2$ nell'incastro. Le rotazioni, nulle nell'incastro, si annullano a $2/3$ della luce, ed il relativo diagramma ha tangente orizzontale ad un terzo della luce, dove il momento è nullo. Infine, gli spostamenti sono nulli ad ambedue gli estremi, ed il diagramma avrà tangente orizzontale in corrispondenza dell'incastro, ed ai $2/3$ della luce, dove le rotazioni sono nulle. Si ha quindi la situazione di Figura 10, dove sono anche riportati alcuni valori significativi.

Le reazioni non sono calcolabili con sole considerazioni di equilibrio, in quanto la trave è una volta iperstat-

ica, ma possono essere dedotte dalla conoscenza delle caratteristiche della sollecitazione interna:

$$R_A = -T_2(0) = -\frac{3}{2} \frac{\mathcal{M}}{L}; \quad R_B = T_2(L) = \frac{3}{2} \frac{\mathcal{M}}{L}; \quad \mathcal{M}_{rA} = -M_1(0) = \frac{\mathcal{M}}{2} \quad (47)$$

Verificare che questi valori soddisfano le equazioni di equilibrio alla traslazione verticale ed alla rotazione.

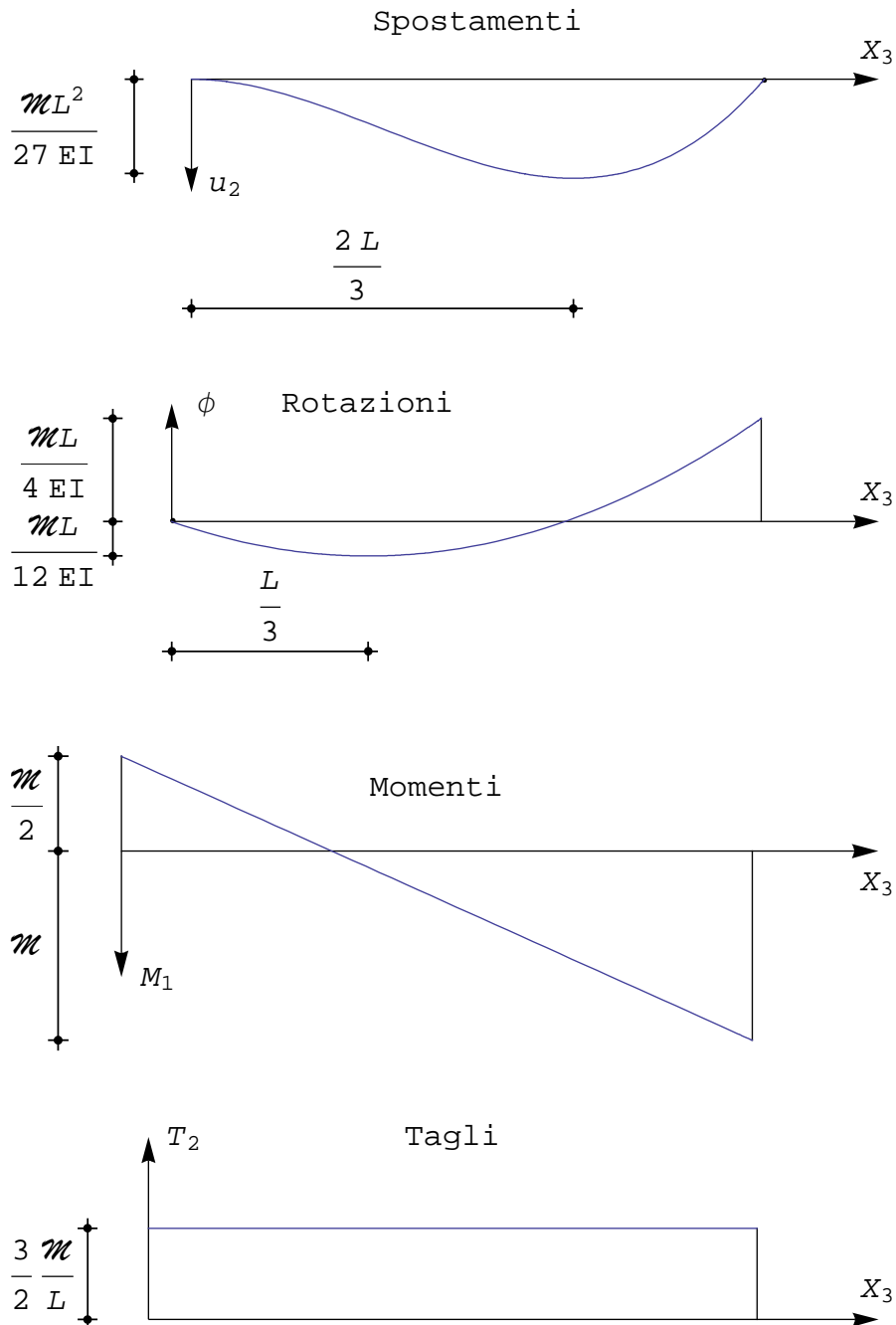


Figura 10 - Spostamenti, rotazioni, momenti e tagli per trave incastrata ed appoggiata, soggetta ad una coppia su un appoggio

La trave con incastro e bipendolo

L'unico carico concentrato agli estremi che sia ipotizzabile su una trave incastrata e con bipendolo e' una forza F agente in corrispondenza del bipendolo (Figura 11). Tre condizioni ai limiti sono di congruenza, e devono esprimere l'annullarsi dell'abbassamento nell'incastro, e della rotazione sia nell'incastro che nel bipendolo, mentre l'ultima condizione dovra' garantire l'equilibrio del bipendolo alla traslazione verticale:

$$\begin{aligned}
 u_2(0) &= 0 \\
 \phi(0) &= 0 \rightarrow u_2'(0) = 0 \\
 \phi(L) &= 0 \rightarrow u_2'(L) = 0 \\
 -T_2(L) + F &= 0 \rightarrow EI_{11} u_2'''(L) + F = 0
 \end{aligned}
 \tag{48}$$

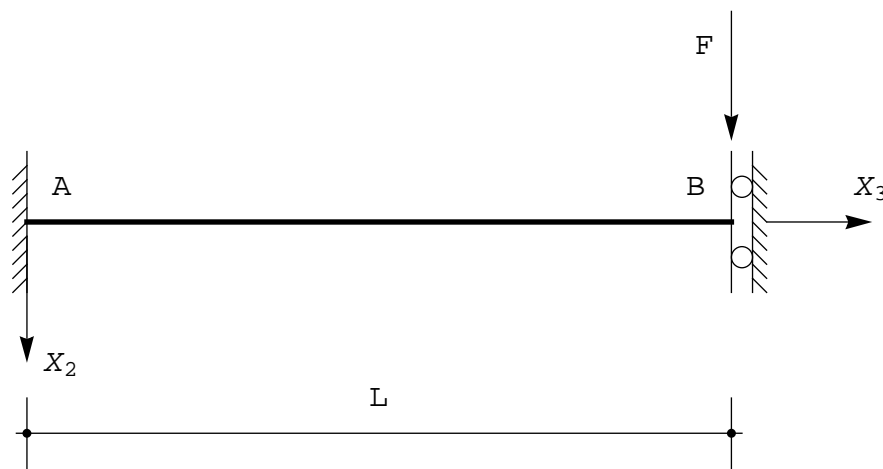


Figura 11 - La trave con incastro a sinistra e bipendolo a destra, soggetta a forza sul bipendolo

Assunta l'usuale soluzione cubica dell'equazione della linea elastica, le (48) si tramutano nelle quattro condizioni:

$$\begin{aligned}
 C_1 &= 0 \\
 C_2 &= 0 \\
 C_2 + 2 C_3 L + 3 C_4 L^2 &= 0 \\
 6 L C_4 EI_{11} + F &= 0
 \end{aligned}
 \tag{49}$$

da cui:

$$C_3 = \frac{F L}{4 EI_{11}} ; C_4 = -\frac{F}{6 EI_{11}}
 \tag{50}$$

La linea elastica sara' quindi fornita da:

$$u_2(x_3) = F \frac{x_3^2 (3L - 2x_3)}{12 EI_{11}}
 \tag{51}$$

e, conseguentemente, per derivazioni successive:

$$\phi(x_3) = \frac{F x_3 (x_3 - L)}{2 EI_{11}}
 \tag{52}$$

$$M_1(x_3) = F \left(x_3 - \frac{L}{2} \right) \tag{53}$$

$$T_2(x_3) = F \tag{54}$$

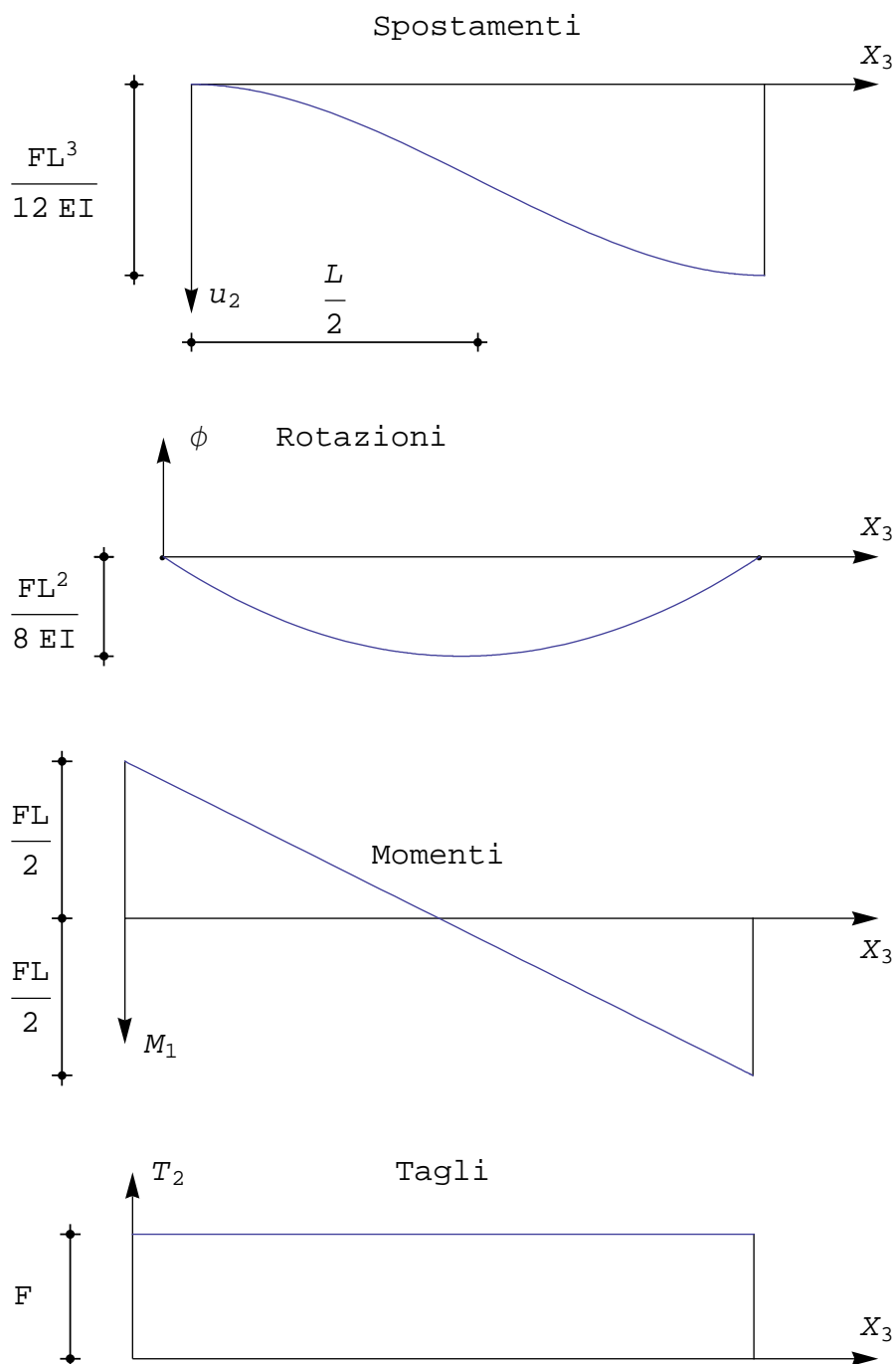


Figura 12 - Spostamenti, rotazioni, momenti e tagli per trave con incastro e bipendolo, soggetta ad una forza sul bipendolo

L'andamento dei diagrammi, riportati in Figura 12, e' banale, ed il suo studio e' lasciato come esercizio, cosi' come la deduzione delle reazioni vincolari.

La trave con appoggio e bipendolo

L'ultimo schema strutturale da studiare e' la trave con appoggio e bipendolo, soggetta ad una forza sul bipendolo, oppure ad una coppia sull'appoggio (Figura 13). Nel primo caso occorre fissare le due condizioni ai limiti di congruenza, esprimenti l'annullarsi dell'abbassamento nell'appoggio, e della rotazione nel bipendolo, mentre le altre due condizioni dovranno esprimere l'equilibrio dell'appoggio alla rotazione e del bipendolo alla traslazione verticale:

$$\begin{aligned}
 u_2(0) &= 0 \\
 M_1(0) = 0 &\rightarrow u_2''(0) = 0 \\
 \phi(L) = 0 &\rightarrow u_2'(L) = 0 \\
 -T_2(L) + F &= 0 \rightarrow EI_{11} u_2'''(L) + F = 0
 \end{aligned} \tag{55}$$

Assunta l'usuale soluzione cubica dell'equazione della linea elastica, le (55) si tramutano nelle quattro condizioni:

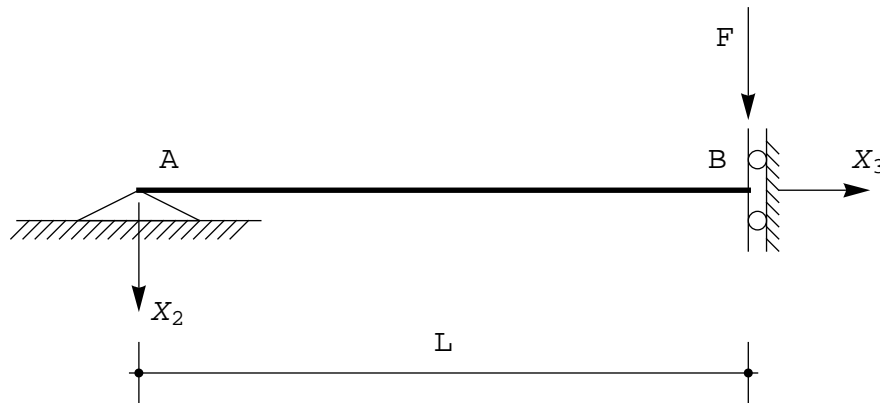


Figura 13 - La trave con appoggio a sinistra e bipendolo a destra, soggetta a forza sul bipendolo

$$\begin{aligned}
 C_1 &= 0 \\
 C_3 &= 0 \\
 C_2 + 2 C_3 L + 3 C_4 L^2 &= 0 \\
 6 L C_4 EI_{11} + F &= 0
 \end{aligned} \tag{56}$$

da cui:

$$C_2 = \frac{FL^2}{2 EI_{11}} ; C_4 = -\frac{F}{6 EI_{11}} \tag{57}$$

La linea elastica sara' quindi fornita da:

$$u_2(x_3) = F \frac{x_3 (3 L^2 - x_3^2)}{6 EI_{11}} \tag{58}$$

e, conseguentemente, per derivazioni successive:

$$\phi(x_3) = \frac{F (x_3^2 - L^2)}{2 EI_{11}} \tag{59}$$

$$M_1(x_3) = F x_3 \tag{60}$$

$$T_2(x_3) = F \quad (61)$$

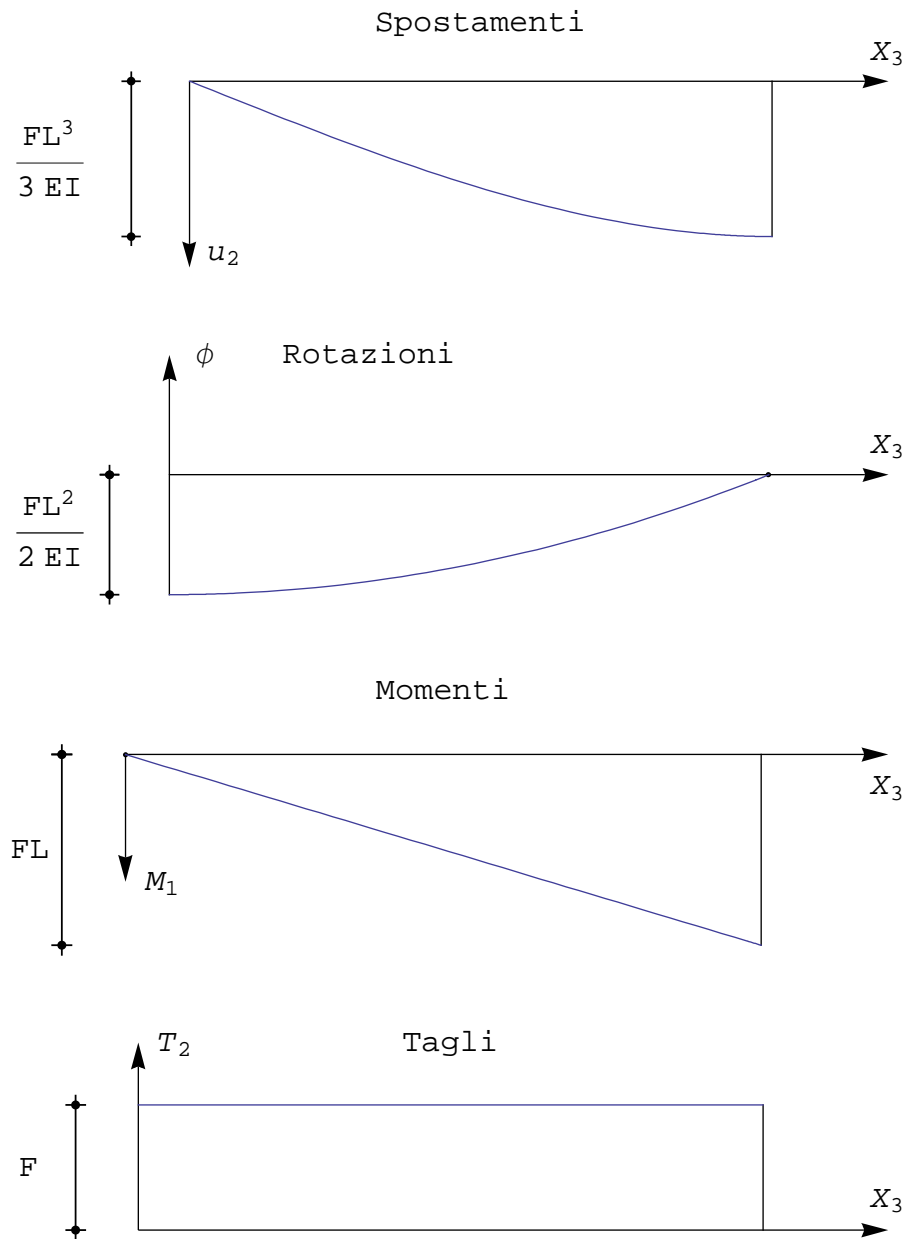


Figura 14 - Spostamenti, rotazioni, momenti e tagli per trave con appoggio e bpendolo, soggetta ad una forza sul bpendolo

L'andamento dei diagrammi, riportati in Figura 14, e' banale, ed il suo studio e' lasciato come esercizio. La struttura e' isostatica, e le reazioni possono calcolarsi direttamente dalle equazioni di equilibrio della statica:

$$\begin{aligned} R_A + F &= 0 \\ R_A L + \mathcal{M}_{TB} &= 0 \end{aligned} \quad (62)$$

Infine, se la stessa trave con appoggio e bpendolo e' sollecitata da una coppia sull'appoggio (Figura 15), si hanno le condizioni ai limiti:

$$\begin{aligned}
 u_2(0) &= 0 \\
 M_1(0) + \mathcal{M} &= 0 \rightarrow -EI_{11} u_2''(0) + \mathcal{M} = 0 \\
 \phi(L) &= 0 \rightarrow u_2'(L) = 0 \\
 T_2(L) &= 0 \rightarrow u_2'''(L) = 0
 \end{aligned} \tag{63}$$

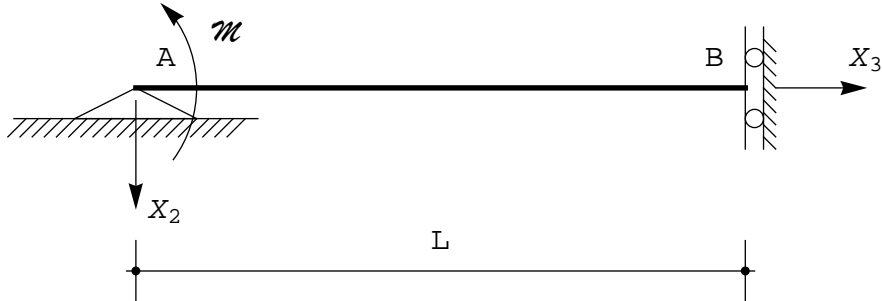


Figura 15 - La trave con appoggio a sinistra e bipendolo a destra, soggetta a coppia sull'appoggio

Assunta l'usuale soluzione cubica dell'equazione della linea elastica, le (55) si tramutano nelle quattro condizioni:

$$\begin{aligned}
 C_1 &= 0 \\
 -2EI_{11}C_3 + \mathcal{M} &= 0 \\
 C_2 + 2C_3L + 3C_4L^2 &= 0 \\
 6C_4 &= 0
 \end{aligned} \tag{64}$$

da cui:

$$C_3 = \frac{\mathcal{M}}{2EI_{11}}; \quad C_2 = -\frac{\mathcal{M}L}{EI_{11}} \tag{65}$$

La linea elastica sarà quindi fornita da:

$$u_2(x_3) = \mathcal{M} \frac{x_3(x_3 - 2L)}{2EI_{11}} \tag{66}$$

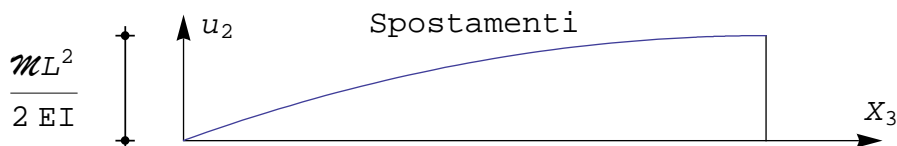
e, conseguentemente, per derivazioni successive:

$$\phi(x_3) = \frac{\mathcal{M}(L - x_3)}{EI_{11}} \tag{67}$$

$$M_1(x_3) = -\mathcal{M} \tag{68}$$

$$T_2(x_3) = 0 \tag{69}$$

In questo ultimo caso, quindi, il taglio è identicamente nullo, il momento è costante, le rotazioni variano con legge lineare annullandosi nel bipendolo, e gli spostamenti sono descritti da una parabola quadratica, come illustrato in Figura 16.



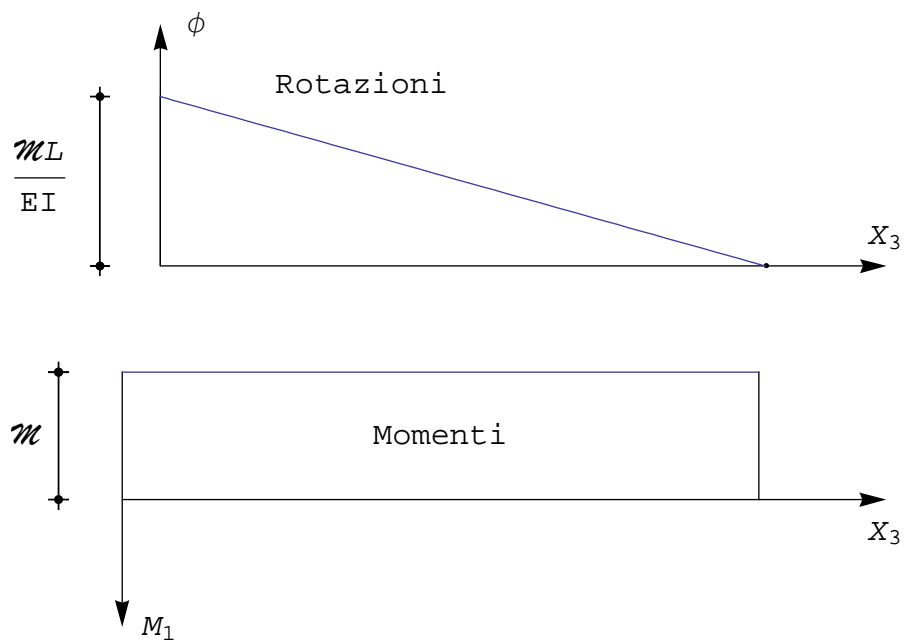


Figura 16 - Spostamenti, rotazioni e momenti per trave con appoggio e bpendolo, soggetta ad una coppia sull'appoggio

Figure