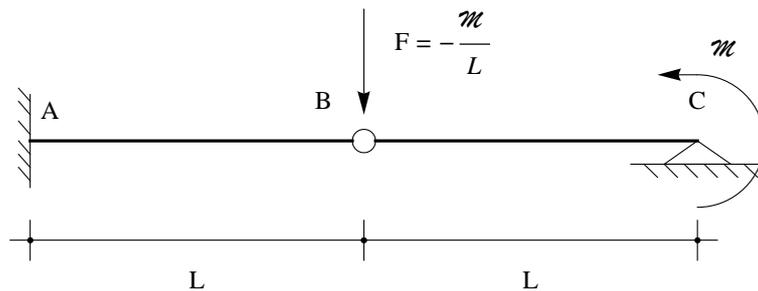


Verifica n.25

Lunedì 28 Maggio 2012 - ore 9.30-11.30

Si consideri la trave di Figura, di luce $2L$, vincolata all'esterno con un incastro a sinistra, una cerniera in mezzeria ed un appoggio a destra. La trave è caricata da una coppia concentrata di intensità \mathcal{M} in corrispondenza dell'appoggio di destra, e da una forza concentrata di intensità $F = -\frac{\mathcal{M}}{L}$ in mezzeria.

Sfruttando la teoria dei corollari di Mohr, si calcoli l'abbassamento della cerniera, e la rotazione relativa tra le facce della cerniera



Soluzione

La trave è costituita da due tratti rigidi, connessi tra loro da una cerniera interna in B. Ne segue che i suoi gradi di libertà - in assenza di vincoli - sono pari a 4. I vincoli esterni eliminano 3 possibilità di movimento, uno nell'appoggio e due in corrispondenza dell'incastro. Inoltre, la sconnessione semplice in B aggiunge un'ulteriore restrizione di movimento, e la struttura risulta isostatica: $2t - 2 = 4 - 4 = 0$.

L'utilizzo delle analogie di Mohr prevede:

1. il calcolo del diagramma del momento flettente M sulla struttura in esame
2. la costruzione della trave ausiliaria, con il relativo carico fittizio $\frac{M}{EI}$
3. il calcolo del momento fittizio in B, che fornisce il richiesto abbassamento, e della reazione fittizia in B, che fornisce la richiesta rotazione relativa

■ Il calcolo del diagramma del momento flettente M

Le equazioni di equilibrio si scrivono:

$$R_A + T_{Bs} = 0 \quad (1)$$

$$\mathcal{M}_{rA} + R_A L = 0 \quad (2)$$

$$-T_{Bd} + R_C = 0 \quad (3)$$

$$-T_{Bd} L + \mathcal{M} = 0 \quad (4)$$

e l'equilibrio della cerniera permette anche di scrivere:

$$-T_{Bs} + F + T_{Bd} = 0 \quad (5)$$

La (4) fornisce:

$$T_{Bd} = \frac{\mathcal{M}}{L} \quad (6)$$

e quindi la (5) permette il calcolo del taglio alla sinistra della cerniera:

$$T_{Bs} = F + T_{Bd} = F + \frac{\mathcal{M}}{L} = 0 \quad (7)$$

Ne segue immediatamente:

$$R_A = \mathcal{M}_{rA} = 0 \quad (8)$$

$$R_C = \frac{\mathcal{M}}{L} \quad (9)$$

Il diagramma del momento e' allora limitato al secondo tratto, con andamento lineare da 0, in B ad \mathcal{M} in corrispondenza dell'appoggio caricato C.

■ La costruzione della trave ausiliari e del carico fittizio

Nell'analogia di Mohr, i vincoli della trave ausiliaria sono definiti in funzione dei vincoli della trave di origine: l'incastro diviene un estremo libero, la cerniera interna si trasforma in un appoggio esterno, l'appoggio di estremita' resta inalterato. Il carico fittizio e' invece fornito dal diagramma delle curvature:

$$q^* = \frac{M}{EI} \quad (10)$$

Si ha cosi' lo schema di calcolo di Figura 2:

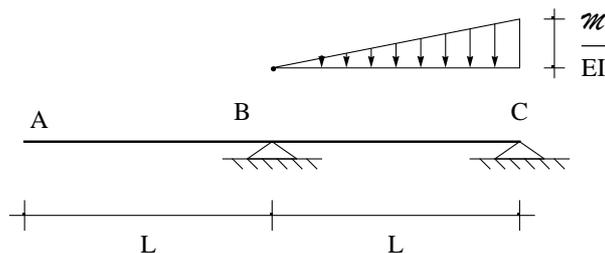


Figura 2 - La trave ausiliaria col suo carico fittizio

■ Il calcolo della rotazione relativa

Occorre ora calcolare la reazione fittizia R_B^* , che - come noto - fornisce la rotazione relativa tra le due facce della cerniera. Una equazione di equilibrio alla rotazione intorno al punto C fornisce:

$$R_B^* L + \frac{1}{2} \frac{\mathcal{M}}{EI} L \frac{L}{3} = 0 \quad (11)$$

e quindi:

$$\Delta\phi_B = R_B^* = -\frac{1}{6} \frac{\mathcal{M}L}{EI} \quad (12)$$

■ Il calcolo dello spostamento della cerniera

Lo spostamento della cerniera in B e' fornito dal momento fittizio in B sulla trave di Figura 2, ed e' quindi nullo

Figure
