Verifica n.39

Mercoledì 26 giugno 2013 - ore 9.30-11.30

Determinare i diagrammi di tagli e momenti sullo schema di Figura:

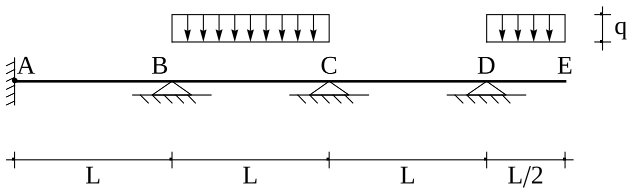
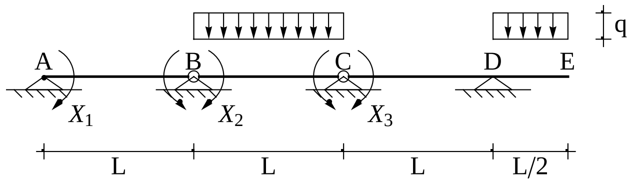


Figura 1 - Lo schema di partenza

Soluzione

La struttura e' tre volte iperstatica, ed il suo studio puo' essere affrontato attraverso la scrittura diretta di tre equazioni di congruenza. La scelta del sistema isostatico equivalente si suggerisce da sola, in quanto basta introdurre tre cerniere in A, B e C per ricondursi a schemi fondamentali. Si ha quindi il S.I.E. di Figura 2:



con le tre equazioni di congruenza:

$$\phi_A = 0 \tag{1}$$

$$\phi_{\text{Bsin}} = \phi_{\text{Bdes}} \tag{2}$$

$$\phi_{\text{Csin}} = \phi_{\text{Cdes}} \tag{3}$$

che possono esplicitarsi facilmente ricorrendo agli schemi fondamentali di trave appoggiata:

$$-X_1 \frac{L}{3\,\text{EI}} - X_2 \frac{L}{6\,\text{EI}} = 0 \tag{4}$$

$$X_1 \frac{L}{6\,\text{EI}} + X_2 \frac{L}{3\,\text{EI}} = -X_2 \frac{L}{3\,\text{EI}} - X_3 \frac{L}{6\,\text{EI}} - \frac{q\,L^3}{24\,\text{EI}} \tag{5}$$

$$X_2 \frac{L}{6\,\text{EI}} + X_3 \frac{L}{3\,\text{EI}} + \frac{q\,L^3}{24\,\text{EI}} = -X_3 \frac{L}{3\,\text{EI}} + \frac{q\,L^2}{8} \frac{L}{6\,\text{EI}} \tag{6}$$

Si noti che il carico q sullo sbalzo, lungo L/2, e' stato ricondotto ad una coppia sull'appoggio D pari a - $\frac{q\,L^2}{8}$. Semplificando le tre equazioni di congruenza si viene ad eliminare la rigidezza flessionale EI, ottenendo:

$$-2\,X_1 - X_2 = 0 \tag{7}$$

$$X_1 + 4\,X_2 + X_3 = -\frac{q\,L^2}{4} \tag{8}$$

$$X_2 + 4\,X_3 = -\frac{q\,L^2}{8} \tag{9}$$

con soluzione immediata:

$$X_1 = \frac{7\,q\,L^2}{208} \tag{10}$$

$$X_2 = -\frac{7\,q\,L^2}{104} \tag{11}$$

$$X_3 = -\frac{3\,q\,L^2}{208} \tag{12}$$

Il calcolo dei tagli

A partire dalla conoscenza dei momenti in A, B , C e D, si possono ricavare i tagli. L'equilibrio del tratto AB permette di scrivere le due equazioni:

$$R_A + T_{\text{Bsin}} = 0 \tag{13}$$

$$R_A\,L + \mathscr{M}_{\text{rA}} + M_B = 0 \tag{14}$$

ossia:

$$R_A + T_{\text{Bsin}} = 0 \tag{15}$$

$$R_A\,L - X_1 + X_2 = 0 \tag{16}$$

da cui subito:

$$R_A = \frac{21}{208}\,q\,L = -T_A \tag{17}$$

$$T_{\text{Bsin}} = -\frac{21}{208}\,q\,L \tag{18}$$

L'equilibrio del tratto BC porta alle due equazioni:

$$-T_{\text{Bdes}} + T_{\text{Csin}} + q\,L = 0 \tag{19}$$

$$-T_{\text{Bdes}}\,L - X_2 + X_3 + \frac{q\,L^2}{2} = 0 \tag{20}$$

da cui:

$$T_{\text{Bdes}} = \frac{115\,q\,L}{208} \tag{21}$$

$$T_{\text{Csin}} = -\frac{93\,q\,L}{208} \tag{22}$$

Infine, l'equilibrio del tratto CD porta alle due equazioni:

$$-T_{\text{Cdes}} + T_{\text{Dsin}} = 0 \tag{23}$$

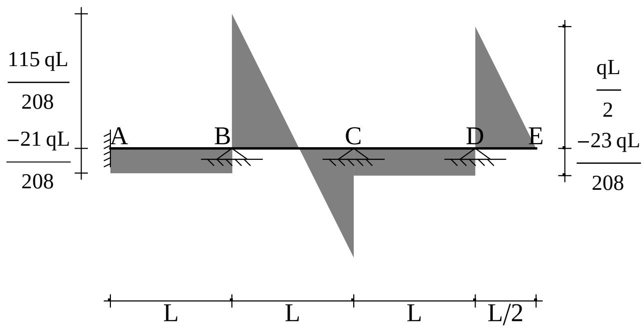
$$-T_{\text{Cdes}}\,L - X_3 - \frac{q\,L^2}{8} = 0 \tag{24}$$

ossia porta ai due valori:

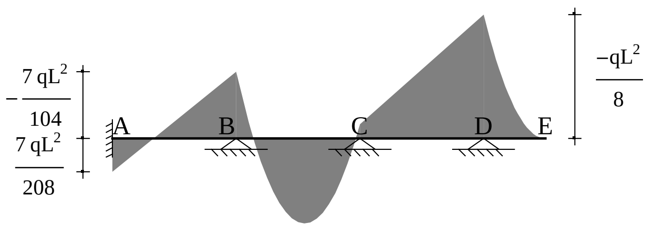
$$T_{\text{Cdes}} = T_{\text{Dsin}} = -\frac{23\,q\,L}{208} \tag{25}$$

I diagrammi

Il taglio sara' costante nelle due campate scariche, e lineare nelle due campate caricate:



Il momento sara' lineare tra A e B, e tra C e D, in ambedue i tratti sara' decrescente. Tra B e C variera' con legge quadratica, con un massimo in corrispondenza del punto di nullo del diagramma del taglio. Infine, sullo sbalzo variera' con legge quadratica annullandosi all'estremo libero insieme alla sua derivata:



Figure

- **Figura 1**
- **Figura 2**
- **Figura 3**
- **Figura 4**

Vincoli