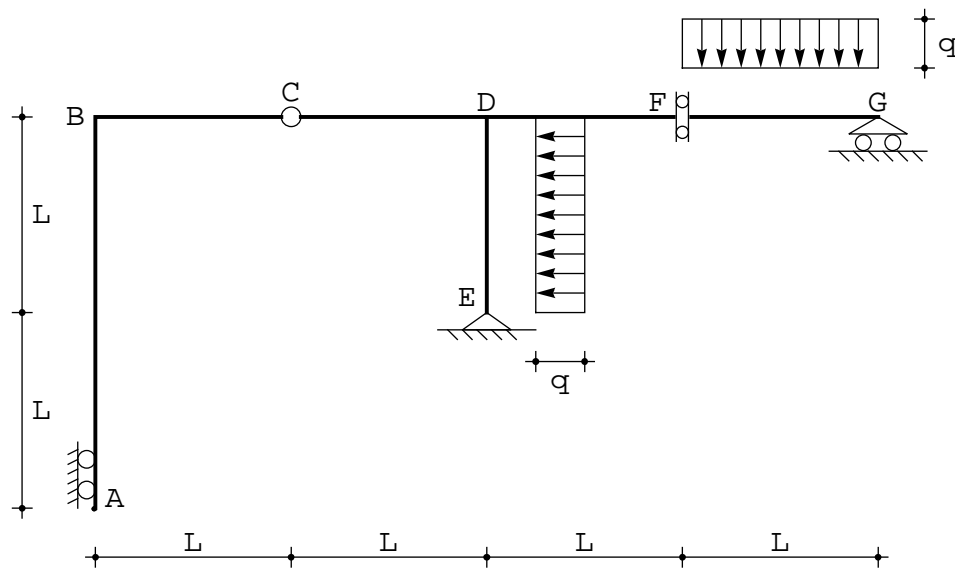

Verifica n .34 - Scienza delle Costruzioni 12 crediti

Venerdi' 21 Dicembre 2012 - ore 9.30-11.30

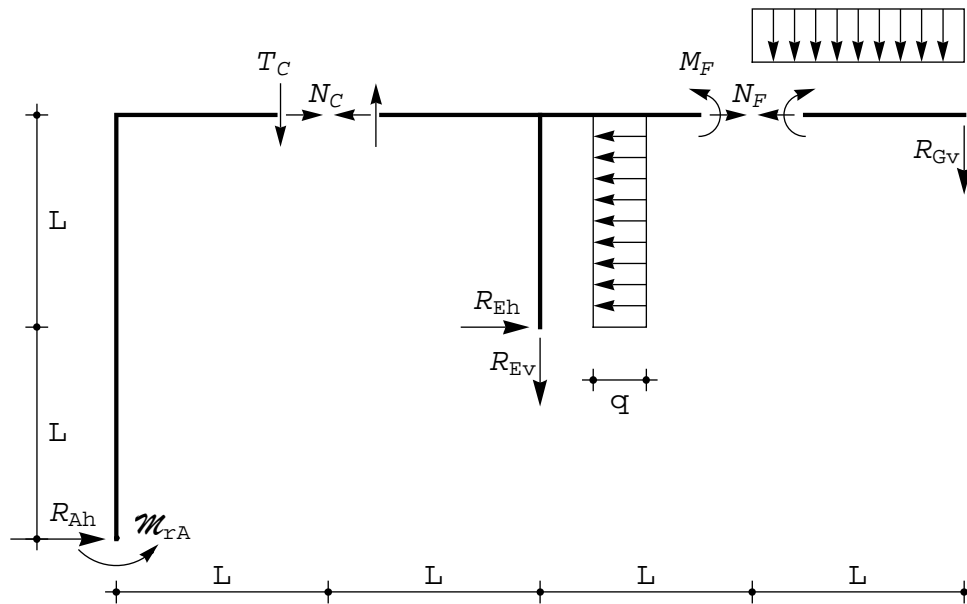
Per il telaio in Figura:



calcolare le reazioni vincolari, e tracciare i diagrammi di M, N, T

Soluzione

La struttura e' costituita da tre tratti, e si possono quindi scrivere 9 equazioni di equilibrio. Le incognite reattive sono la coppia reattiva M_{TA} del bipendolo in A, e la sua reazione orizzontale R_{Ah} , il taglio T_C e lo sforzo normale N_C in corrispondenza della cerniera in C, le reazioni orizzontali R_{Eh} e verticali R_{Ev} dell'appoggio in E, il momento M_F e lo sforzo normale N_F in corrispondenza del bipendolo in F, e la reazione verticale R_{Gv} del carrello in G. La struttura e' quindi potenzialmente isostatica, e sullo schema di Figura 2 possono scriversi le nove equazioni di equilibrio:



Tratto I (polo in C) :

$$\begin{aligned} R_{Ah} + N_C &= 0 \\ T_C &= 0 \\ M_{rA} + 2 R_{Ah} L &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

Tratto II (polo in E) :

$$\begin{aligned} -N_C + N_F + R_{Eh} + qL &= 0 \\ -T_C + R_{Ev} &= 0 \\ M_F + N_C L - T_C L - N_F L + \frac{qL^2}{2} &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

Tratto III (polo in G) :

$$\begin{aligned} -N_F &= 0 \\ qL + R_{Gv} &= 0 \\ -M_F + \frac{qL^2}{2} &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

Queste equazioni si possono facilmente risolvere, e quindi la struttura è effettivamente staticamente determinata, con incognite statiche fornite da:

$$\begin{aligned} T_C &= 0 \\ R_{Ev} &= 0 \\ N_F &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned}
 R_{Gv} &= -qL \\
 M_F &= \frac{qL^2}{2} \\
 N_C &= -qL \\
 R_{Eh} &= 0 \\
 R_{Ah} &= qL \\
 M_{rA} &= -2 qL^2
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

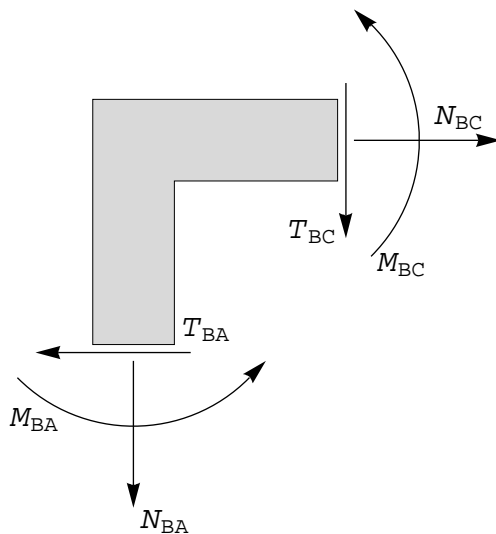
■ Il calcolo delle c.s.i.

Nel punto A lo sforzo normale e' nullo, mentre il taglio e' pari a $-R_{Ah}$. Ne segue che lungo il ritto AB lo sforzo normale e' identicamente nullo, mentre il taglio e' costante, e pari a:

$$T_{AB} = -qL \tag{6}$$

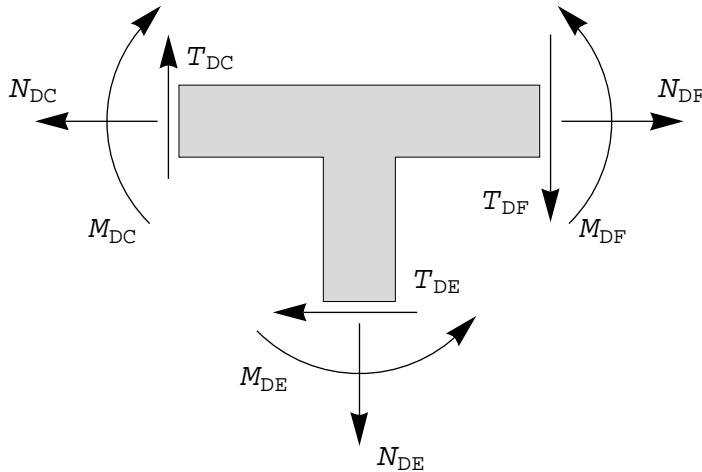
Il momento flettente e' pari a $2qL^2$ in A. e decresce linearmente lungo il ritto, con pendenza fornita dalla (6). Ne segue che in B il momento sara' nullo.

L'equilibrio del nodo B, illustrato in Figura 3, implica che nel tratto BD lo sforzo normale sia pari a $-qL$, il taglio ed il momento siano nulli:



$$\begin{aligned}
 N_{BD} &= -qL \\
 T_{BD} &= 0 \\
 M_{BD} &= 0
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

Poiche' il vincolo in E non reagisce, il taglio lungo DE e' distribuito con legge lineare, variando da 0 in corrispondenza dell'appoggio, fino a qL in corrispondenza del nodo D, mentre il momento varia con legge quadratica, si annulla in E, e vale $\frac{-qL^2}{2}$ in corrispondenza del nodo triplo. L'equilibrio del nodo D, riportato in Figura, permette di dedurre:

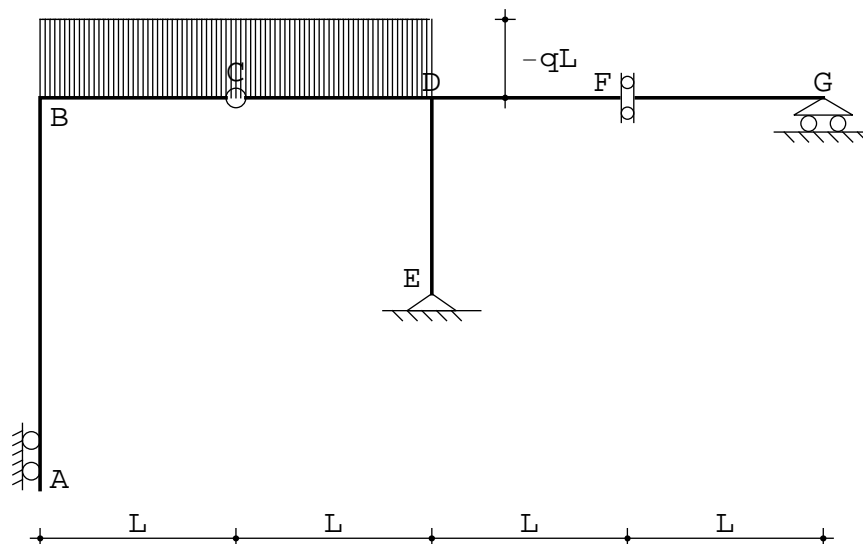


$$\begin{aligned}
 -N_{DC} - T_{DE} + N_{DF} &= 0 \rightarrow N_{DF} = N_{DC} + T_{DE} = -qL + qL = 0 \\
 -T_{DC} - N_{DE} + T_{DF} &= 0 \rightarrow T_{DF} = T_{DC} + N_{DE} = 0 \\
 -M_{DC} + M_{DE} + M_{DF} &= 0 \rightarrow M_{DF} = M_{DC} - M_{DE} = \frac{qL^2}{2}
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

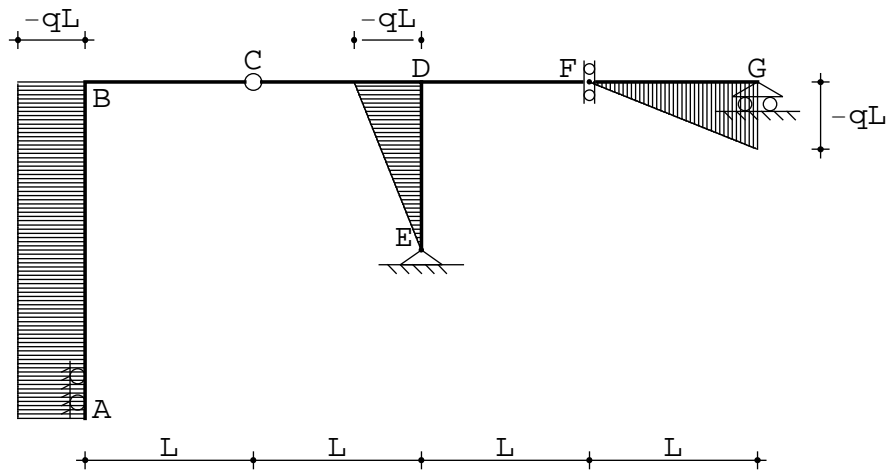
Sul tratto DF il taglio e' nullo, e quindi il momento resta costante, e pari ad M_{DF} . Infine, nel tratto FG lo sforzo normale e' nullo, il taglio decresce linearmente da zero (in F) al valore $R_{Gv} = -qL$ in G, mentre il momento flettente decresce quadraticamente da $\frac{qL^2}{2}$ a zero in G.

■ Il tracciamento dei diagrammi.

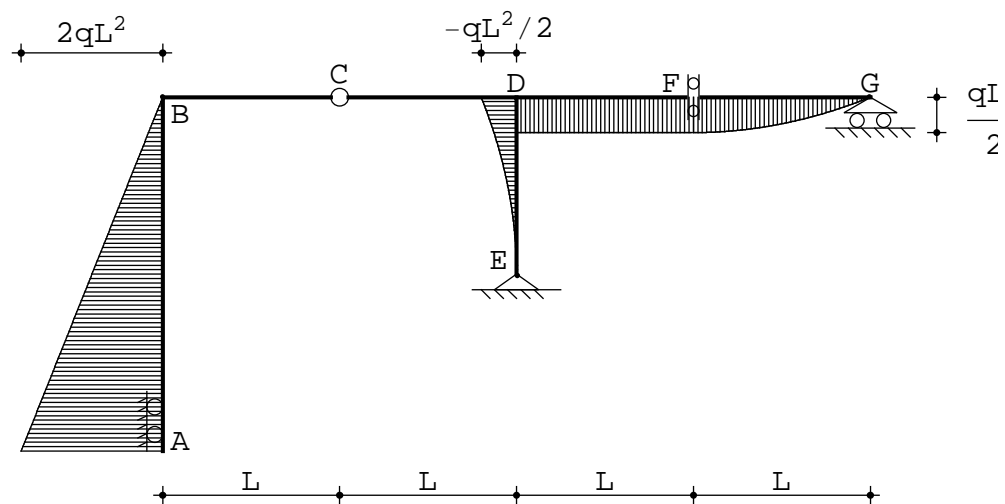
Il diagramma dello sforzo normale non presenta alcuna difficolta': esso si limita al tratto BD, dove e' costante e pari a $-qL$:



Il diagramma del taglio sara' costante lungo il tratto AB, e pari a $-qL$, sara' nullo lungo il tratto DF, e variera' con legge lineare laddove e' applicato il carico:



Infine, il diagramma del momento avra' andamento lineare lungo AB, dove il taglio e' costante, annullandosi in B. Il tratto BD non e' soggetto a momento, mentre sul tratto DF, laddove il taglio e' nullo, il momento sara' costante. Infine, nei tratti dove il taglio e' lineare, il momento sara' distribuito con legge quadratica:



Figure