

Verifica Scienza delle Costruzioni

Venerdi' 18 Febbraio 2011 - ore 12.30-14.30

Si consideri la sezione retta di Figura, in cui $B = 40$ centimetri, $H = 50$ centimetri, $b = 10$ centimetri, ed $h = 10$ centimetri. Supponendo che la sezione sia soggetta ad uno sforzo di taglio T pari a 10 tonnellate, calcolare la massima tensione tangenziale.

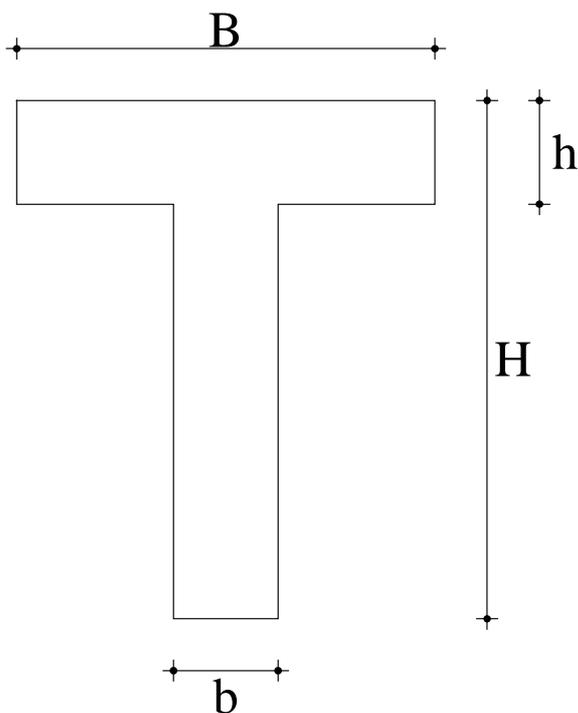


Figura 1 - La sezione di studio

Soluzione

La strategia risolutiva e' relativamente semplice:

1. deduzione coordinate del baricentro
2. applicazione della formula di Jourawsky, che permette di dedurre immediatamente che la tensione tangenziale massima si ottiene sulla corda baricentrica
3. calcolo del momento d'inerzia I_{11} della sezione
4. calcolo del momento statico S_1' della parte di sezione sottostante il baricentro
5. deduzione della richiesta tensione

■ Passo 1 - Calcolo baricentro

Si osservi preliminarmente che la presenza di un asse di simmetria permette di affermare che il baricentro sara' situato su di esso. Occorre quindi calcolare solo una coordinate del baricentro stesso. A cio' fare, si fissino gli assi come indicato in Figura 2, e rispetto ad X_1^* si calcoli il momento statico come somma dei momenti statici dei due rettangoli indicati

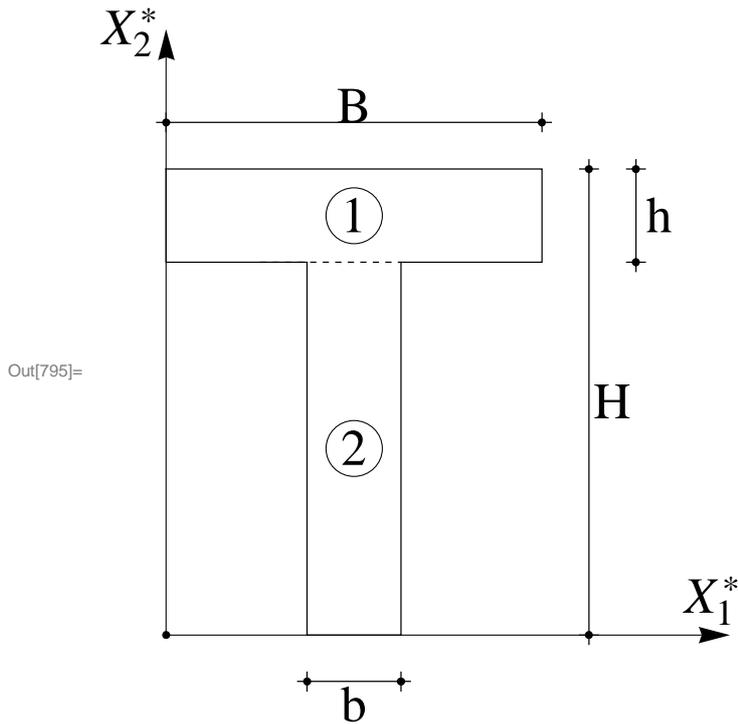


Figura 2 - Calcolo del baricentro

$$S_1 = Bh \left(H - \frac{h}{2} \right) + b(H-h) \frac{H-h}{2} = 26000 \text{ cm}^3 \quad (1)$$

e la coordinata x_{2G} del baricentro sarà pari a:

$$x_{2G} = \frac{S_1}{A} = \frac{Bh \left(H - \frac{h}{2} \right) + b(H-h) \frac{H-h}{2}}{Bh + b(H-h)} = 32.5 \text{ cm} \quad (2)$$

L'altra coordinata, come già detto, è pari ad $x_{1G} = B/2 = 20 \text{ cm}$

■ Passo 2 - Applicazione della formula di Jourawsky

La tensione tangenziale σ_{23} , secondo la formula di Jourawsky, è costante lungo ogni corda parallela all'asse X_1 , ed è pari a:

$$\sigma_{23} = \frac{T_2 S'_1}{I_{11} b} \quad (3)$$

dove $T_2 = 10 \text{ t}$, I_{11} è il momento di inerzia dell'intera sezione rispetto all'asse baricentrico X_1 , b è la larghezza della corda in esame, ed S'_1 è il momento statico rispetto all'asse baricentrico X_1 della parte di sezione sottostante alla corda in esame. Ne segue che la tensione massima viene raggiunta in corrispondenza della corda baricentrica.

■ Passo 3 - Calcolo momento di inerzia I_{11}

Con riferimento alla Figura 3, si calcola il momento di inerzia rispetto all'asse X_1 , come somma dei momenti di inerzia dei due rettangoli 1 e 2. Utilizzando le formule di trasporto si ha:

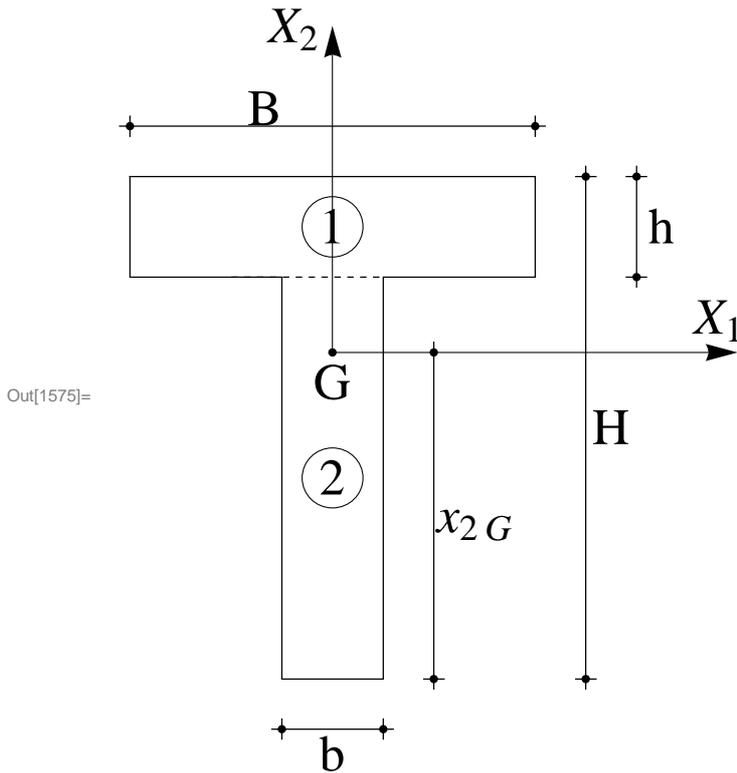


Figura 3 - Calcolo del momento di inerzia

$$I_{11} = \frac{B h^3}{12} + B h (H - h/2 - x_{2G})^2 + \frac{b (H - h)^3}{12} + b (H - h) \left(x_{2G} - \frac{(H - h)}{2} \right)^2 = \frac{545000}{3} \text{ cm}^4 \quad (4)$$

■ Passo 4 - Calcolo momento statico S'_1

Con riferimento alla Figura 4, si deve ora calcolare il momento statico dell'area colorata rispetto all'asse baricentrico X_1 , per cui:

$$S'_1 = b x_{2G} \frac{x_{2G}}{2} = \frac{21125}{4} \text{ cm}^3 \quad (5)$$

■ Passo 5 - Calcolo tensione massima

Applicando la formula di Jourawsky si ottiene infine:

$$\sigma_{23} = \frac{T_2 S'_1}{I_{11} b} = 0.02907 \text{ t cm}^{-2} = 29.07 \text{ Kg cm}^{-2} \quad (6)$$

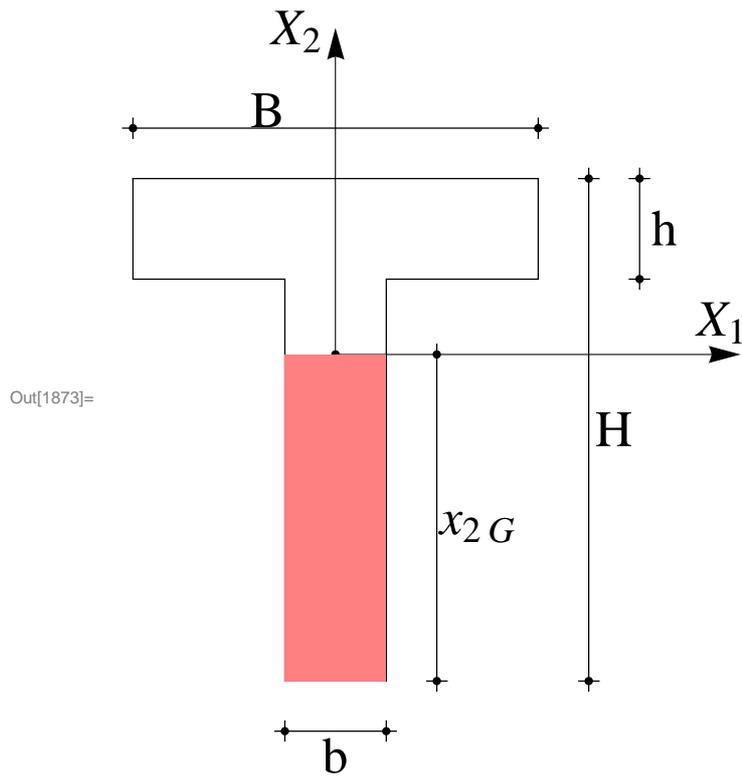


Figura 4 - Calcolo del momento statico

- Figura 1
- Figura 2
- Figura 3
- Figura 4