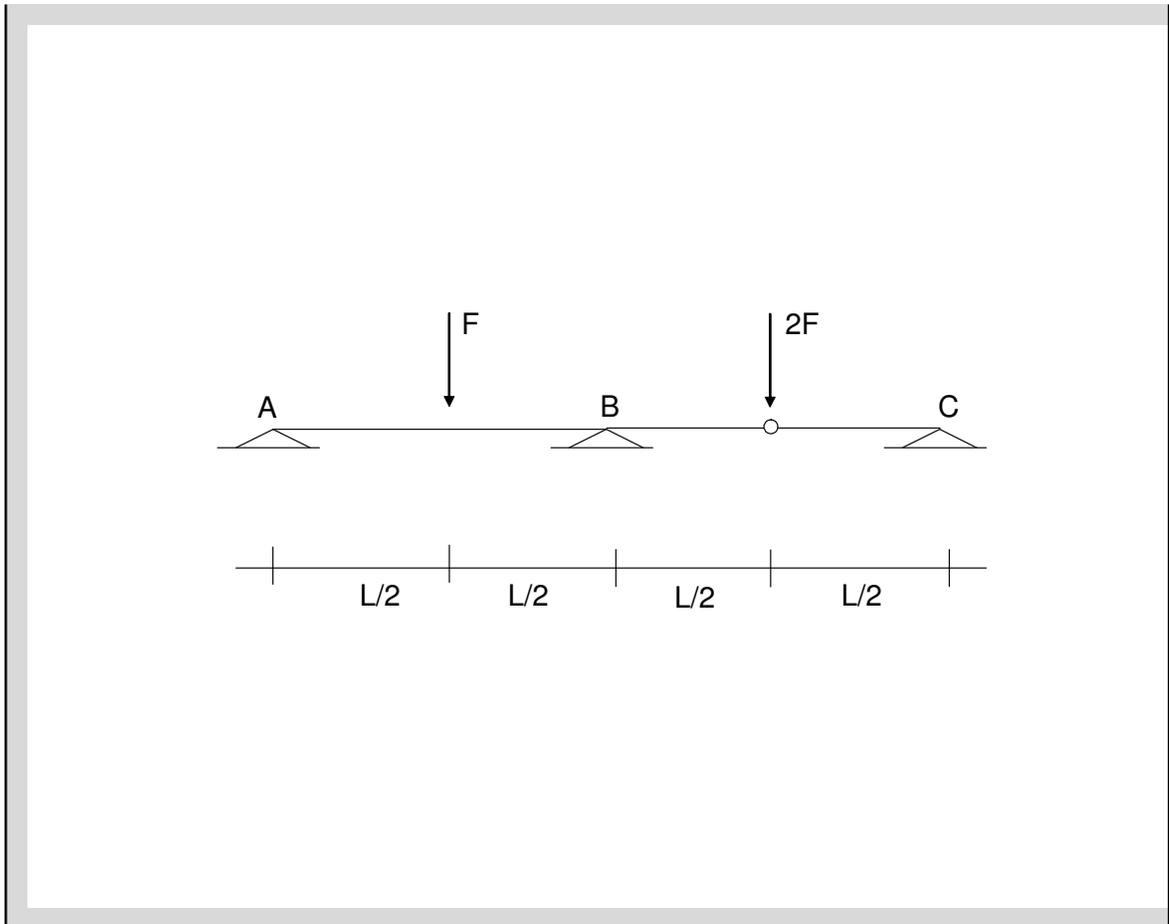


Esame 16 febbraio 2009

Una trave di luce $2L$ e' appoggiata agli estremi ed in mezzeria. Ambedue le campate sono soggette ad un carico concentrato di intensita F e $2F$, rispettivamente, ed in corrispondenza della seconda forza la continuita' fisica della trave e' interrotta da una cerniera.

Si richiede il tracciamento dei diagrammi delle caratteristiche, ed il calcolo dei momenti minimi e massimi, assieme alla determinazioni delle ascisse dove tali momenti vengono attinti.

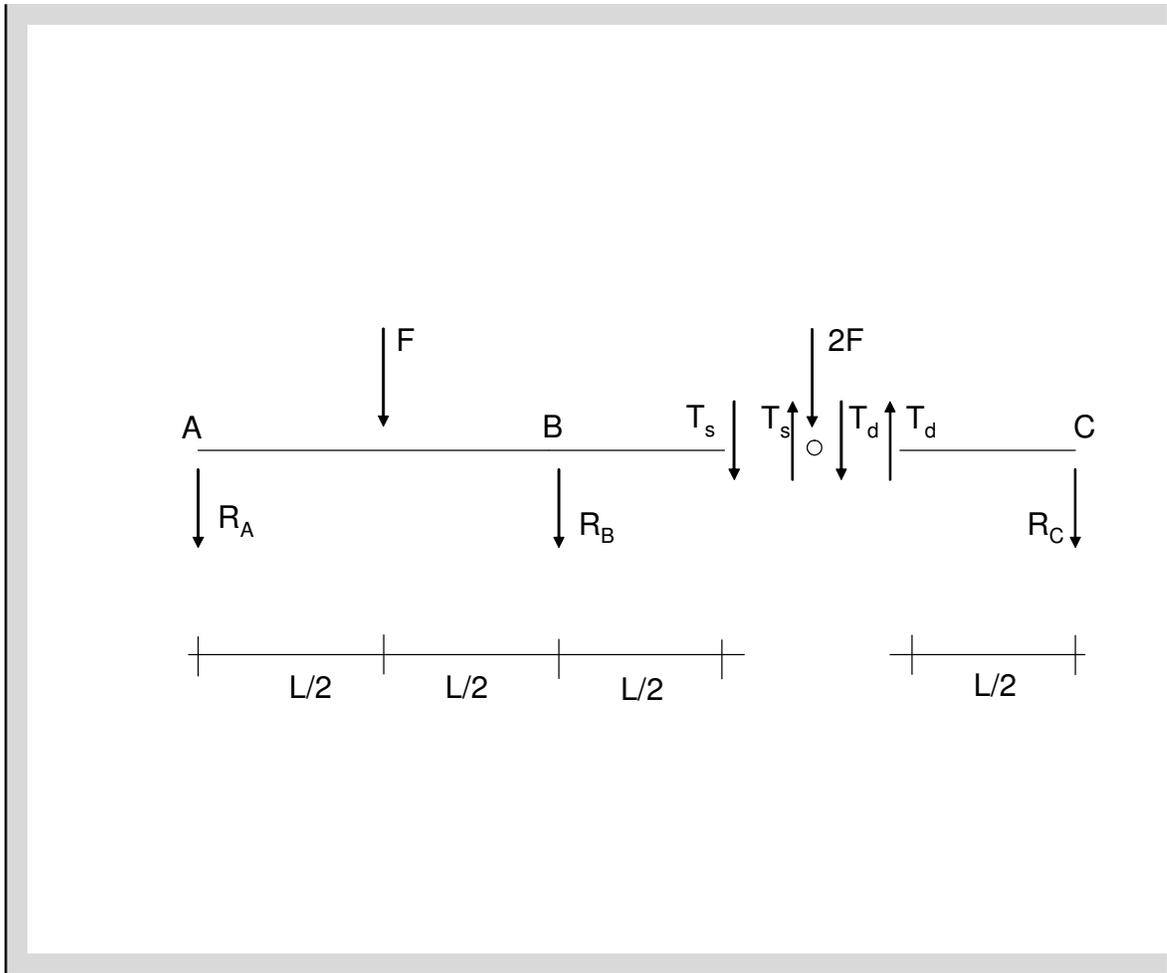


■ Passo 1 - Determinazione del grado di iperstaticita'

La trave e' costituita da due tratti, e quindi possono scriversi 4 equazioni di equilibrio. Le incognite da calcolare sono le tre reazioni dei tre appoggi, ed il taglio in corrispondenza della cerniera. Ne segue che la struttura e' isostatica.

■ Passo 2 - Scrittura e soluzione delle equazioni di equilibrio

E' opportuno evidenziare le reazioni incognite, sostituendole ai vincoli, ed evidenziare il taglio agente in corrispondenza della cerniera:



Per l'equilibrio della cerniera si ha subito:

$$T_s = T_d + 2 F \quad (1)$$

e le quattro equazioni di equilibrio si scrivono:

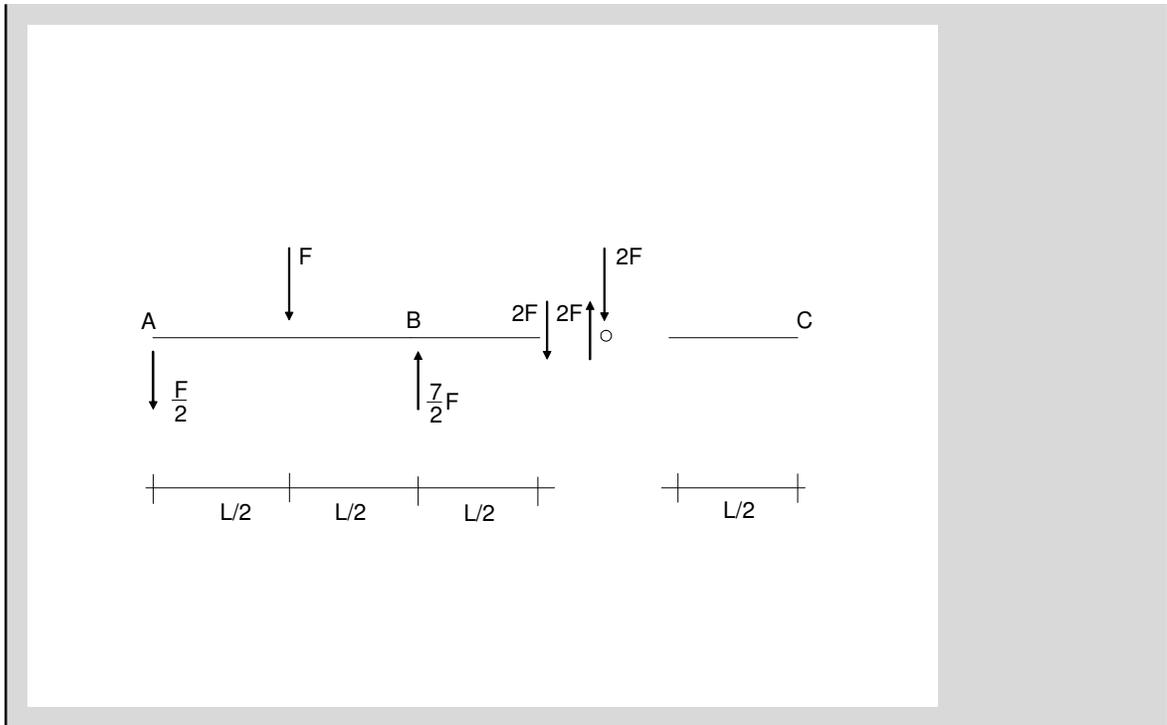
$$\begin{aligned} R_A + R_B + T_s + F &= 0 \\ -F \frac{L}{2} - R_B L - T_s \frac{3}{2} L &= 0 \\ -T_d + R_C &= 0 \\ -R_C \frac{L}{2} &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

Si noti che per le due equazioni di equilibrio alla rotazione si sono scelti come poli gli estremi di sinistra dei due tratti. Dalla quarta equazione si ha subito $R_C = 0$, e dalla terza $T_d = 0$. Le altre due equazioni, usando la (1), si scrivono:

Ne segue:

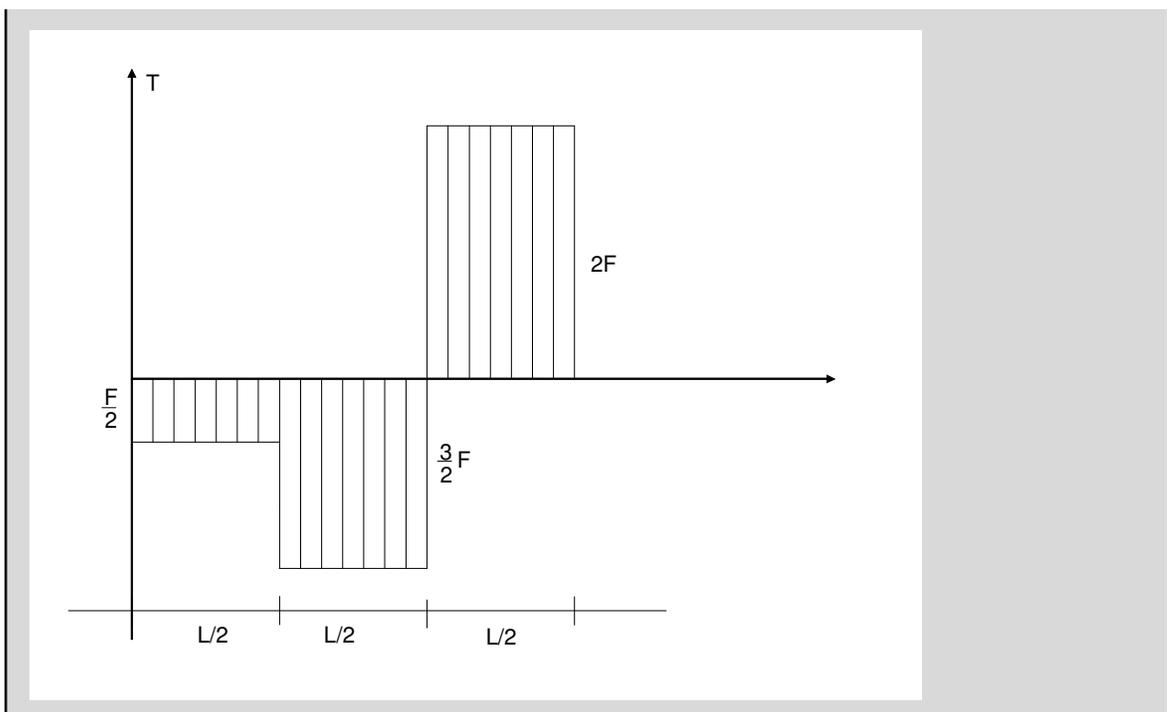
$$\begin{aligned} R_B &= -\frac{7}{2} F \\ R_A &= \frac{7}{2} F - 3 F = \frac{F}{2} \end{aligned} \quad (3)$$

Le reazioni sono quindi quelle di Figure, già indicate col loro verso.



■ Passo 3 - Tracciamento diagramma del taglio

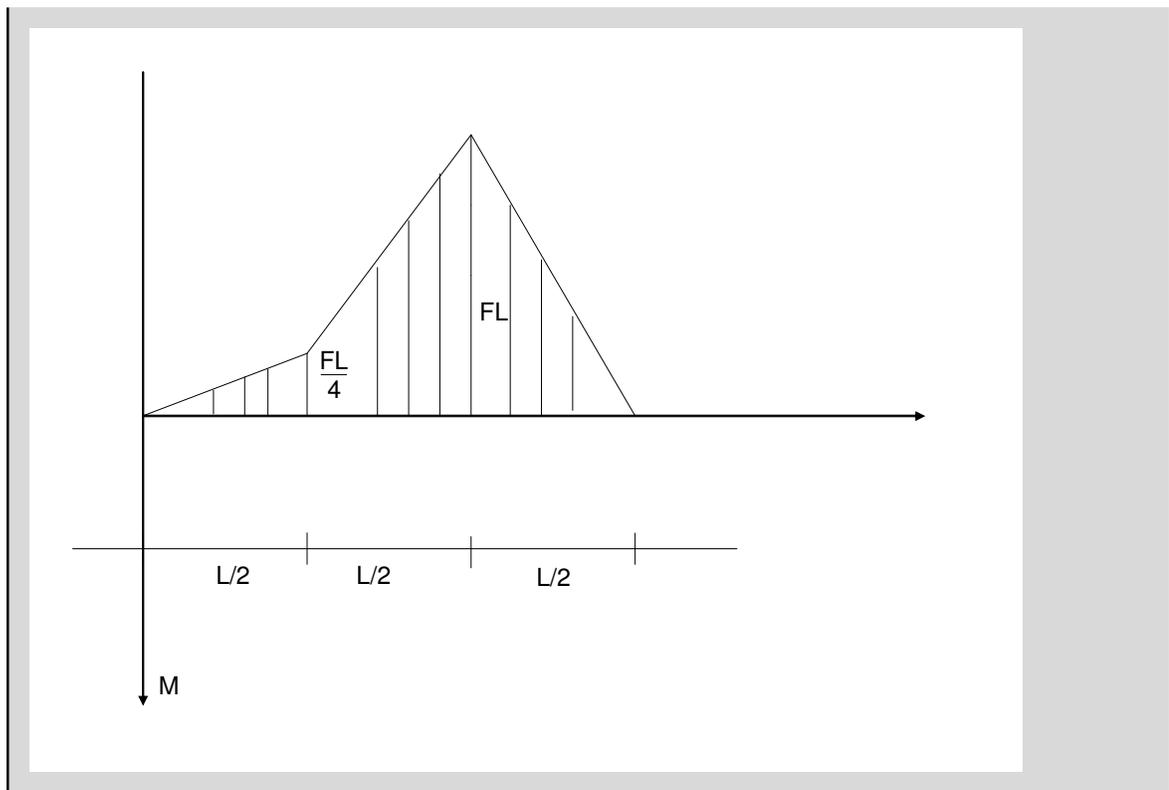
Il diagramma del taglio, in assenza di carichi distribuiti, sarà costituito da tratti costanti, con discontinuità in corrispondenza delle forze e delle reazioni. All'estremo di sinistra si avrà $T(0) = -R_A = -F/2$, e tale valore si manterrà fino alla forza F . A destra della forza si avrà invece un taglio pari a $T_d = T_s - F = -3/2 F$, e tale valore proseguirà costante fino all'appoggio B. Immediatamente a destra dell'appoggio B si avrà un taglio pari a $T_d = T_s - R_B = 2F$, che proseguirà fino alla cerniera:



■ Passo 4 - Tracciamento del diagramma del momento

Per tracciare il diagramma del momento si hanno le seguenti informazioni:

1. il diagramma sarà costituito da tratti lineari, con pendenze fornite dal diagramma del taglio
2. il diagramma sarà nullo in corrispondenza dell'appoggio A e della cerniera, oltre ad essere identicamente nullo dalla cerniera all'appoggio C
3. la pendenza del primo tratto sarà pari a $-F/2$, quindi il momento sarà decrescente, da 0 fino al valore $-F/2 \cdot L/2 = -FL/4$, in corrispondenza della forza F
4. la pendenza del diagramma dalla forza all'appoggio B sarà pari a $-3/2 F$, quindi la funzione continuerà a decrescere, fino ad attingere il valore $-FL/4 - 3/2 F \cdot L/2 = -FL$ in corrispondenza dell'appoggio
5. la pendenza del diagramma dall'appoggio B alla cerniera sarà pari a $2F$, quindi la funzione sarà crescente, annullandosi in corrispondenza della cerniera.



■ Passo 5 - Determinazione dei valori massimi e minimi del momento flettente

Un semplice sguardo al diagramma permette di asserire che il momento minimo è pari ad $M_{\min} = -FL$, attinto sull'appoggio intermedio.