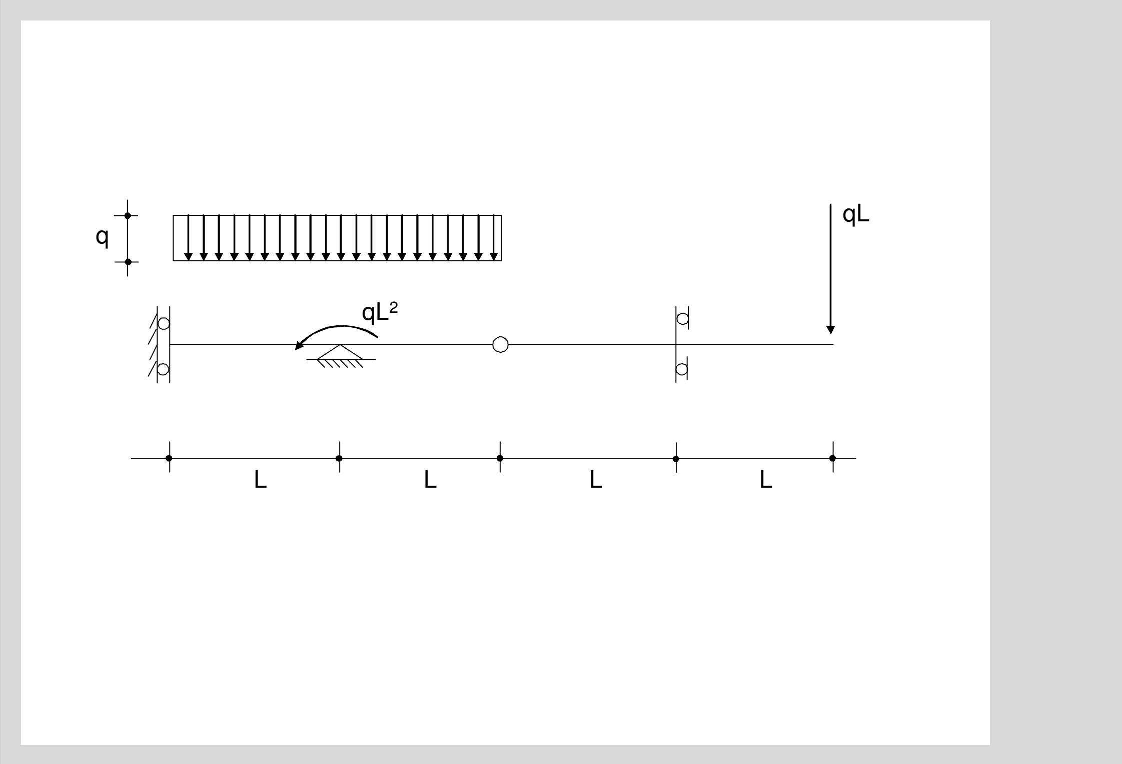
Verifica n.10

Lunedi' 15 febbraio 2010 - ore 9.30-11.30

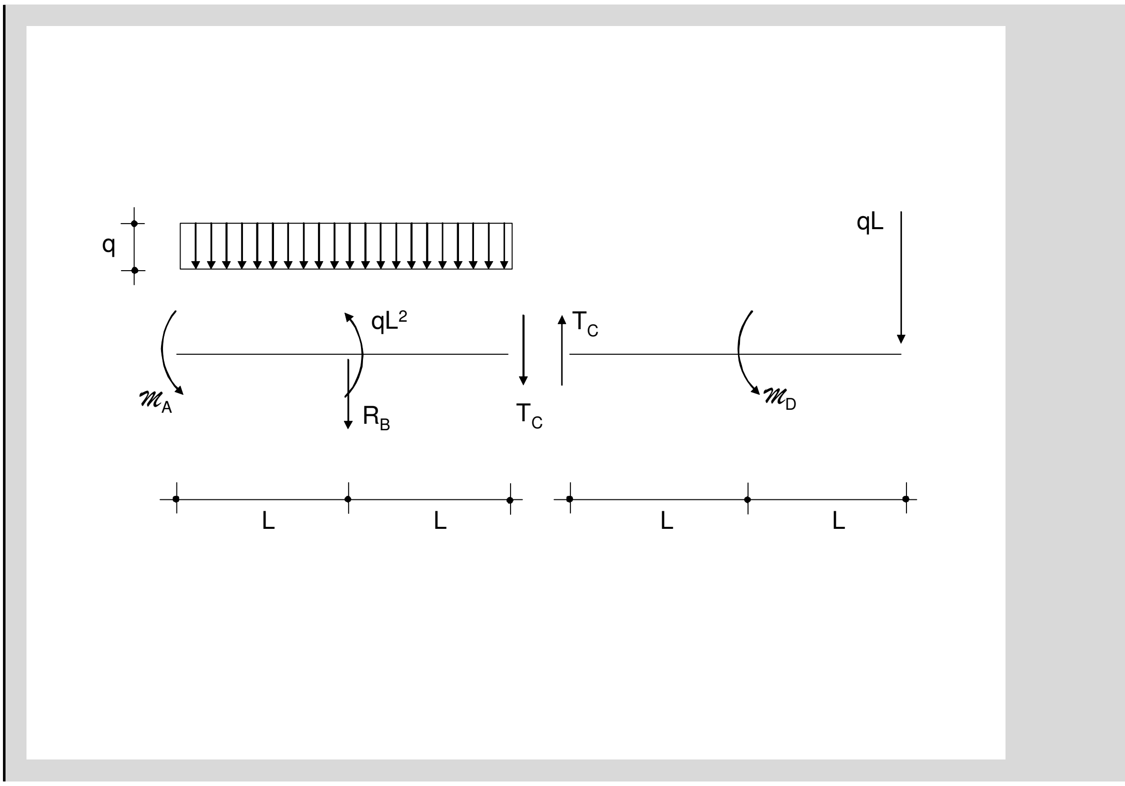
Si consideri la trave di figura. Per essa, si calcolino e disegnino i diagrammi di tagli e momenti



Soluzione

La trave e' costituita da due tratti, e quindi per essa possono scriversi quattro equazioni di equilibrio. Le incognite saranno la coppia reattiva nel bipendolo di sinistra, le reazione nell'appoggio, la coppia reattiva del bipendolo esterno, ed il taglio in corrispondenza della cerniera.

Dall'esame del diagramma di Figura, si trae:



Equazione di equilibrio traslazione del primo tratto:

$$R_B + T_C + 2\,qL = 0 \tag{1}$$

Equazione di equilibrio rotazione del primo tratto (polo in A):

$$\mathcal{M}_A + qL^2 - R_B\,L - 2\,T_C\,L - 2\,qL^2 = 0 \tag{2}$$

Equazione di equilibrio traslazione del secondo tratto:

$$-T_C + qL = 0 \tag{3}$$

Equazione di equilibrio rotazione del secondo tratto (polo in C):

$$\mathcal{M}_D - 2\,qL^2 = 0 \tag{4}$$

La soluzione di queste quattro equazioni e' immediata:

$$\mathcal{M}_D = 2\,qL^2 \tag{5}$$

$$T_C = qL \tag{6}$$

$$R_B = -3\,qL \tag{7}$$

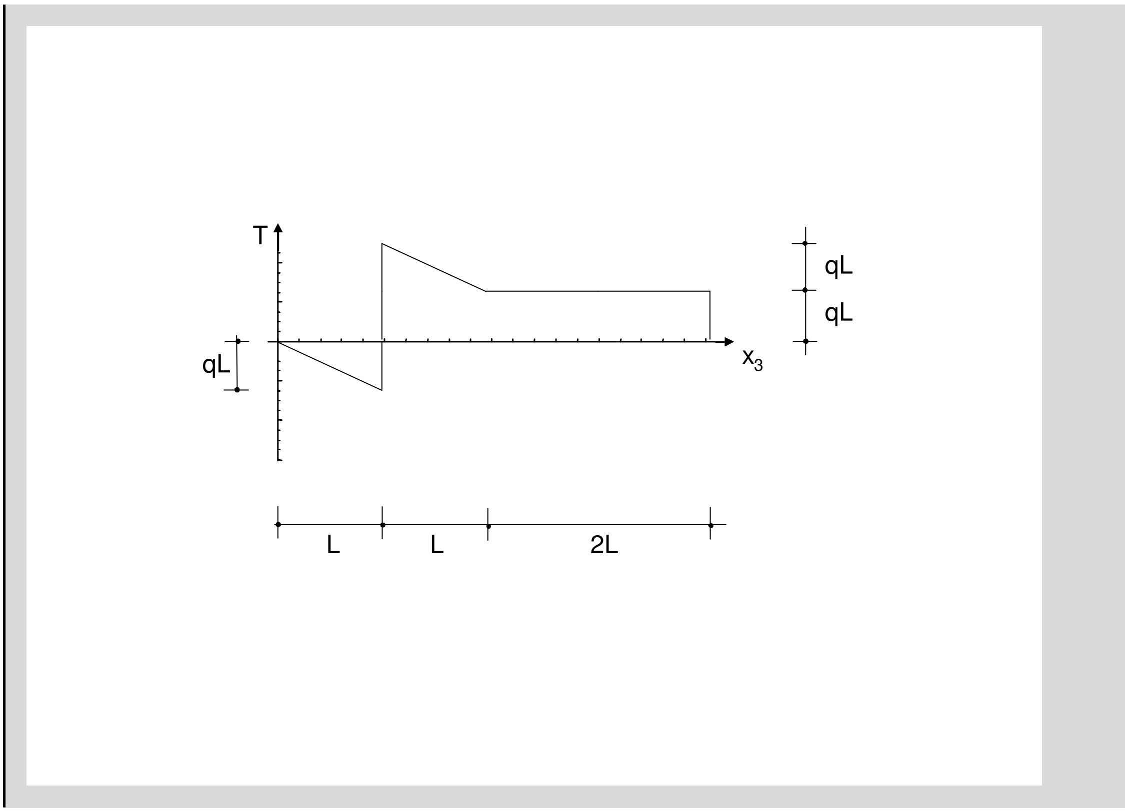
$$\mathcal{M}_A = 0 \tag{8}$$

E' ora possibile costruire i diagrammi del taglio e del momento flettente.

- **Diagramma del taglio:**

  Il diagramma dovra' variare con legge lineare tra il bipendolo a sinistra, dove ha valore nullo, e l'appoggio. La pendenza del diagramma sara' pari a -q, quindi il taglio sara' una funzione decrescente, ed il suo valore immediatamente a sinistra dell'appoggio sara' pari a -qL. L'appoggio introduce una reazione pari a -3qL, quindi il valore del taglio immediatamente a destra dell'appoggio sara' pari a 2qL.

  Il taglio dovra' continuare ora a variare con legge lineare fino alla cerniera, sempre con inclinazione pari a -q, arrivando quindi sulla cerniera col valore qL. Dalla cerniera fino all'estremo libero, esso poi sara' costante, e pari a qL:

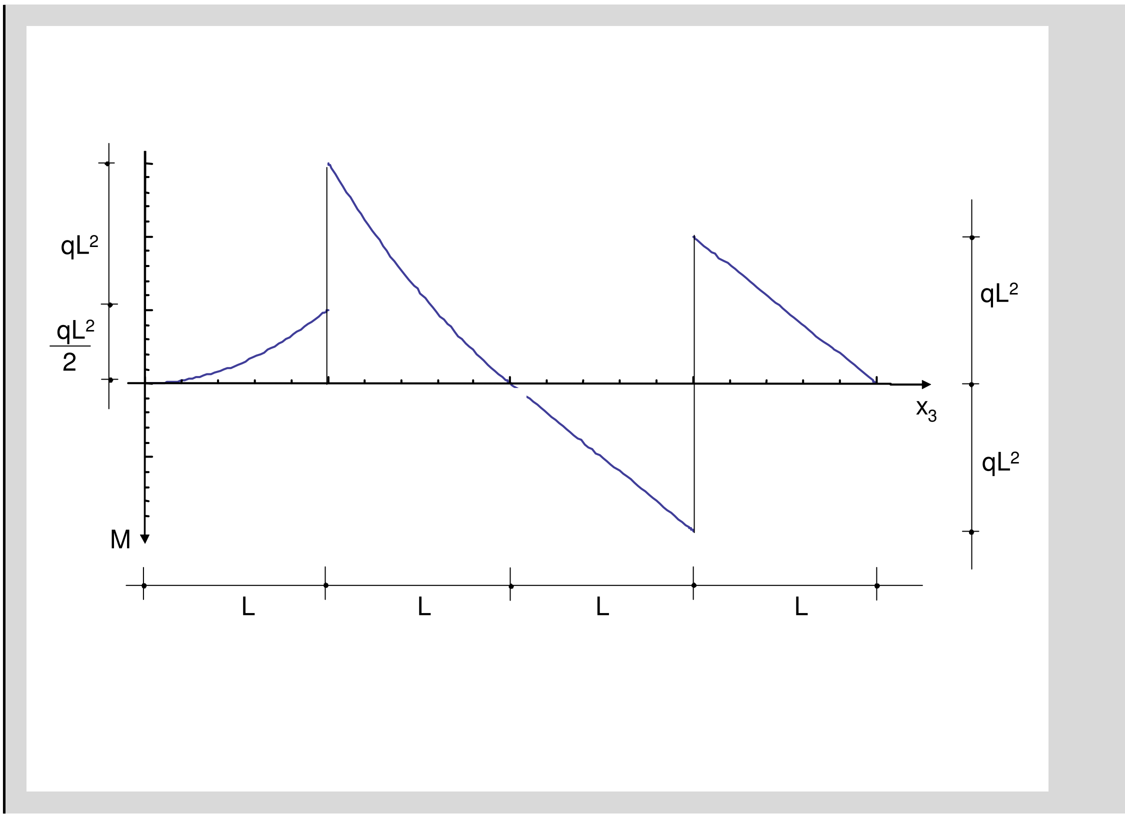


- **Diagramma del momento:**

  Il diagramma del momento si annulla in corrispondenza dell'estremo libero, e varia lineramente fino al bipendolo esterno, con pendenza pari a qL. Ne segue che immediatamente a destra del bipendolo stesso esso varra' qL^2. Poiche' la coppia reattiva del bipendolo e' pari a $2\,qL^2$, il momento a sinistra del bipendolo varra' $-qL^2$.

  Il diagramma prosegue fino alla cerniera con legge lineare, con la stessa pendenza qL, giungendo quindi ad annullarsi in corrispondenza della cerniera (ovviamente).

  In corrispondenza del bipendolo di estremita', il valore del momento e' nullo, ed e' nullo anche il taglio, sicche' il diagramma del momento vedra' una tangenza orizzontale in tale punto. Inoltre esso dovra' decrescere, poiche' il taglio assume valori negativi tra il bipendolo e l'appoggio. Viceversa, tra l'appoggio e la cerniera esso dovra' crescere, in quanto in quel tratto il taglio e' positivo.



qL²
qL²/2
M
x3
qL²
qL²
L
L
L
L