

Verifica n.37

Mercoledì 13 marzo 2013 - ore 9.30-11.30

Si calcolino le reazioni e si disegnino i diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione interna

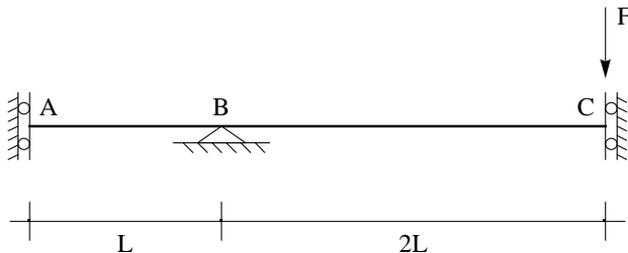


Figura 1 - La struttura iperstatica iniziale

Soluzione

La struttura e' costituita da un solo tratto, e possono quindi scriversi due equazioni di equilibrio. Le relative incognite statiche sono la reazione verticale dell'appoggio in B e le due coppie reattive dei bipendoli di estremita'. La struttura e' quindi una volta iperstatica, e puo' essere facilmente affrontata tramite la scrittura diretta di una opportuna condizione di congruenza.

■ La scelta della struttura isostatica equivalente

Sarebbe ovviamente errato scegliere la reazione dell'appoggio quale incognita iperstatica, in quanto la risultante struttura isostatica equivalente (trave con due bipendoli di estremita') risulterebbe labile. Si sceglie quindi si rimuovere uno dei bipendoli, ad esempio il bipendolo di destra, aggiungendo quale incognita iperstatica la coppia reattiva incognita del bipendolo soppresso:

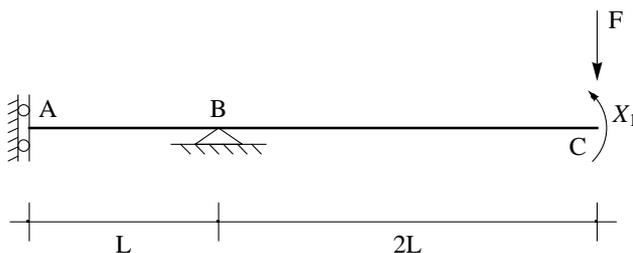


Figura 2 - La struttura isostatica equivalente alla struttura di Figura 1

La congruenza in C verra' ripristinata imponendo che la rotazione sia nulla:

$$\phi_C = 0 \quad (1)$$

ossia, per il principio di sovrapposizione degli effetti:

$$\phi_C^{(0)} + X_1 \phi_C^{(1)} = 0 \quad (2)$$

Ambedue i coefficienti sono immediatamente calcolabili utilizzando il metodo dei corollari di Mohr:

■ Il calcolo di $\phi_C^{(0)}$

La rotazione in C coincide con il taglio fittizio - cambiato di segno - calcolato sulla trave fittizia di Figura 3. Sara' quindi:

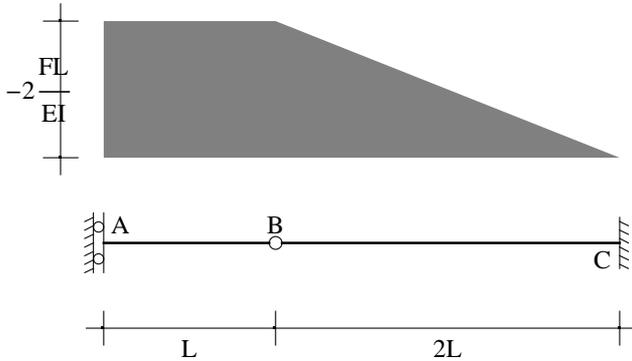


Figura 3 - La trave ausiliaria ed il carico fittizio per il calcolo di $\phi_C^{(0)}$

$$\phi_C^{(0)} = -R_C^* = -\frac{1}{2} (3L + L) 2 \frac{FL}{EI} = -4 \frac{FL}{EI} \quad (3)$$

■ Il calcolo di $\phi_C^{(1)}$

La rotazione in C coincide con il taglio fittizio - cambiato di segno - calcolato sulla trave fittizia di Figura 4. Sara' quindi:

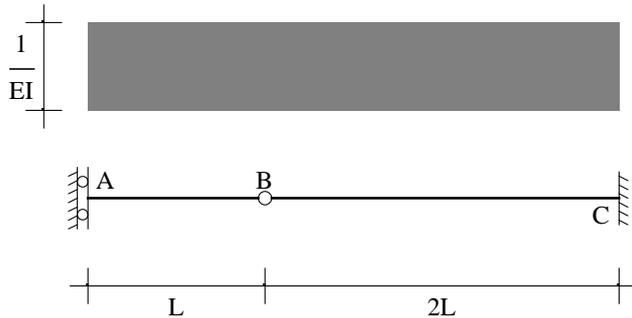


Figura 4 - La trave ausiliaria ed il carico fittizio per il calcolo di $\phi_C^{(1)}$

$$\phi_C^{(1)} = -R_C^* = \frac{3L}{EI} \quad (4)$$

La (2) si scrive quindi come:

$$-4 \frac{FL}{EI} + X_1 \frac{3L}{EI} = 0 \quad (5)$$

e quindi:

$$X_1 = \mathcal{M}_{TB} = \frac{4}{3} FL \quad (6)$$

Infine, l'equilibrio alla rotazione intorno al punto B fornisce:

$$\mathcal{M}_{TA} = \frac{2}{3} FL$$

mentre l'equazione alla traslazione verticale implica:

$$R_B = -F$$

I diagrammi

Conosciute le reazioni, i diagrammi sono elementari. Il taglio e' nullo nel tratto AB, ed e' costante da B a C, positivo e di valore F.

Il momento e' costante nel tratto AB, e di valore pari a $-\frac{2}{3}FL$, poi varia linearmente nel tratto BC, crescendo con pendenza pari ad F, e giungendo in C con valore $\frac{4}{3}FL$

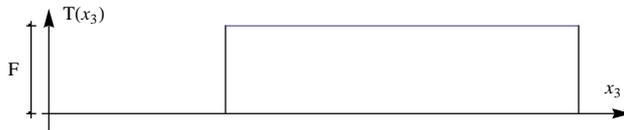


Figura 5 - Il diagramma del taglio

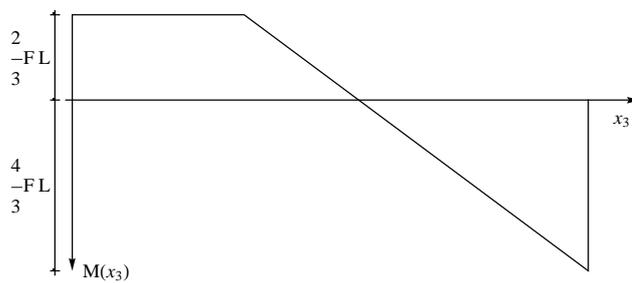


Figura 6 - Il diagramma del momento

Figure

Vincoli
