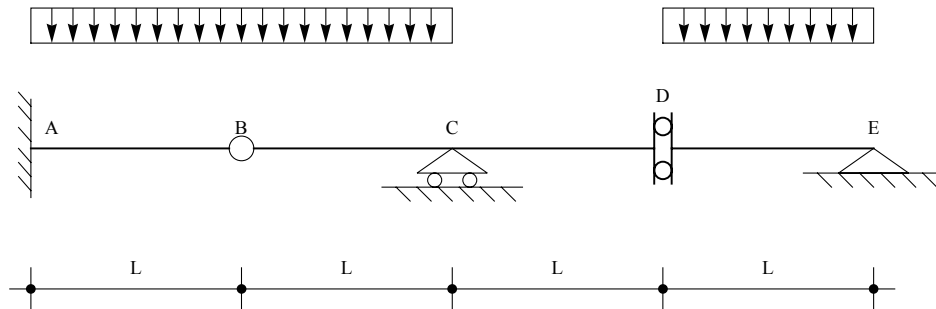


Verifica Scienza delle Costruzioni

Lunedì 8 Novembre 2010 - ore 9.30-11.30

Calcolare e disegnare i diagrammi delle caratteristiche per la trave di figura



Soluzione

La trave è costituita da tre tratti rigidi connessi da una cerniera in B ed un bipendolo interno in D. I vincoli esterni sono un incastro in A, un appoggio in C ed uno in E. Ne segue che si possono scrivere sei equazioni di equilibrio nelle incognite:

R_A ed \mathcal{M}_A reazioni dell'incastro

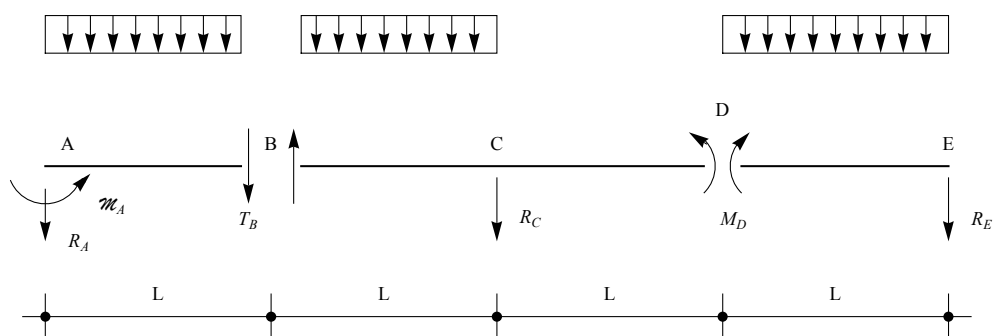
T_B taglio nella cerniera

R_C reazione dell'appoggio in C

M_D momento flettente in D

R_E reazione dell'appoggio in E

Sostituendo ai vincoli, esterni ed interni, le incognite reattive, si giunge alla situazione di Figura 2:



È possibile ora scrivere le equazioni di equilibrio:

$$R_A + qL + T_B = 0$$

$$\mathcal{M}_A - \frac{qL^2}{2} - T_B L = 0$$

$$-T_B + R_C + qL = 0$$

$$M_D - R_C L - \frac{qL^2}{2} = 0$$

$$R_E + qL = 0$$

$$-M_D + \frac{qL^2}{2} = 0$$

Le ultime due equazioni forniscono subito:

$$R_E = -qL$$

$$M_D = \frac{qL^2}{2}$$

quindi la terzultima fornisce:

$$R_C = 0$$

La terza equazione, quindi, fornisce:

$$T_B = qL$$

Infine, la prima e la seconda equazione forniscono le ultime due incognite:

$$R_A = -2qL$$

$$M_A = \frac{3}{2}qL^2$$

■ Diagrammi del momento e del taglio

Per il tracciamento del diagramma del taglio, si consideri che esso deve annullarsi in corrispondenza del bipendolo interno, che deve avere andamento lineare nei tre tratti soggetti al carico, mentre deve essere costante nel tratto scarico.

Inoltre, poiché $\frac{dT}{dz} = -q$, il diagramma del taglio nei tre tratti caricati sarà una funzione decrescente con pendenza q .

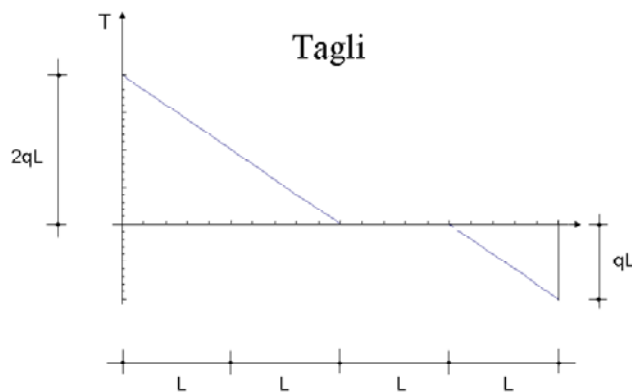
Dal calcolo delle reazioni, si può dedurre facilmente:

$$T(0) = -R_A = 2qL$$

$$T(L) = T_B = qL$$

$$T(4L) = R_E = -qL$$

e questo basta per tracciare il diagramma:

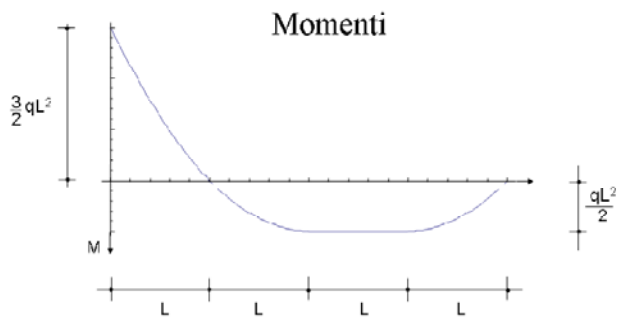


Per il tracciamento del diagramma del momento, si puo' preliminarmente osservare che esso deve annullarsi in corrispondenza della cerniera in B e dell'appoggio di estremita' in E, che sara' parabolico nei tratti dove il taglio e' lineare, costante nel tratto dove il taglio e' nullo. Inoltre, dal calcolo delle reazioni si puo' dedurre che:

$$M(0) = -M_A = -\frac{3}{2} qL^2$$

$$M(3L) = M_D = \frac{qL^2}{2}$$

e questo basta per tracciare il diagramma:



- **Figura 1**
- **Figura 2**