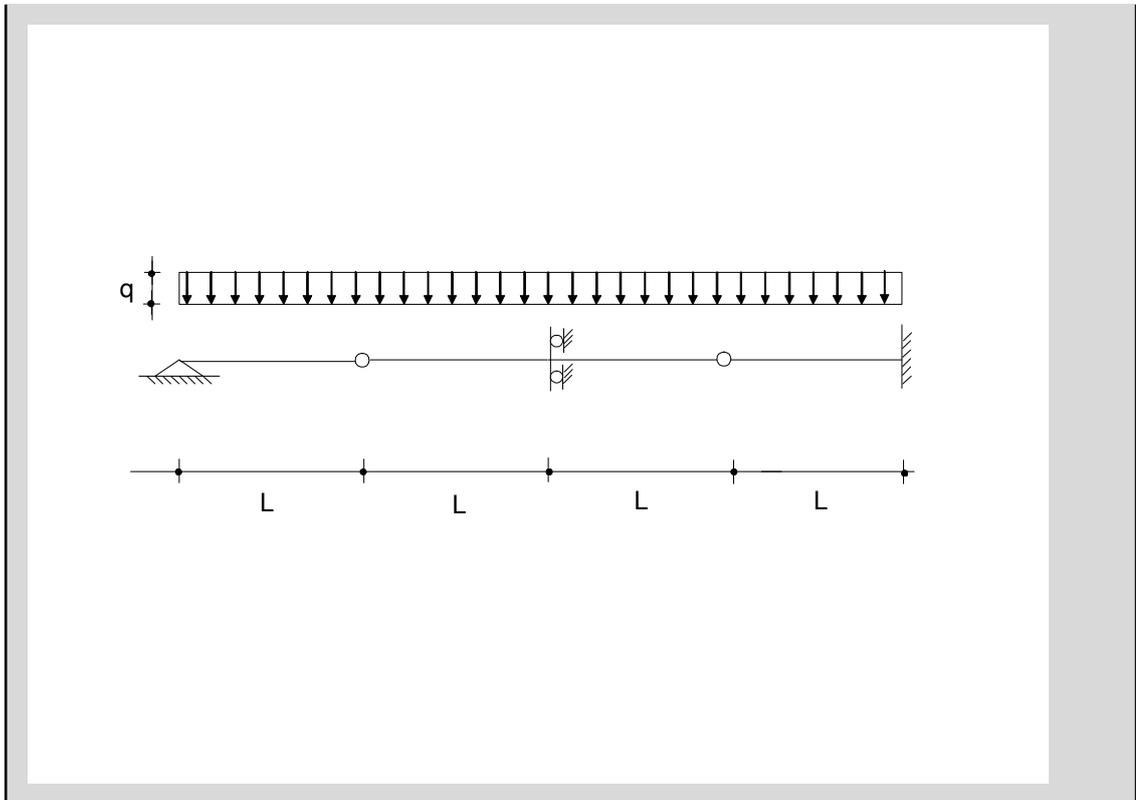


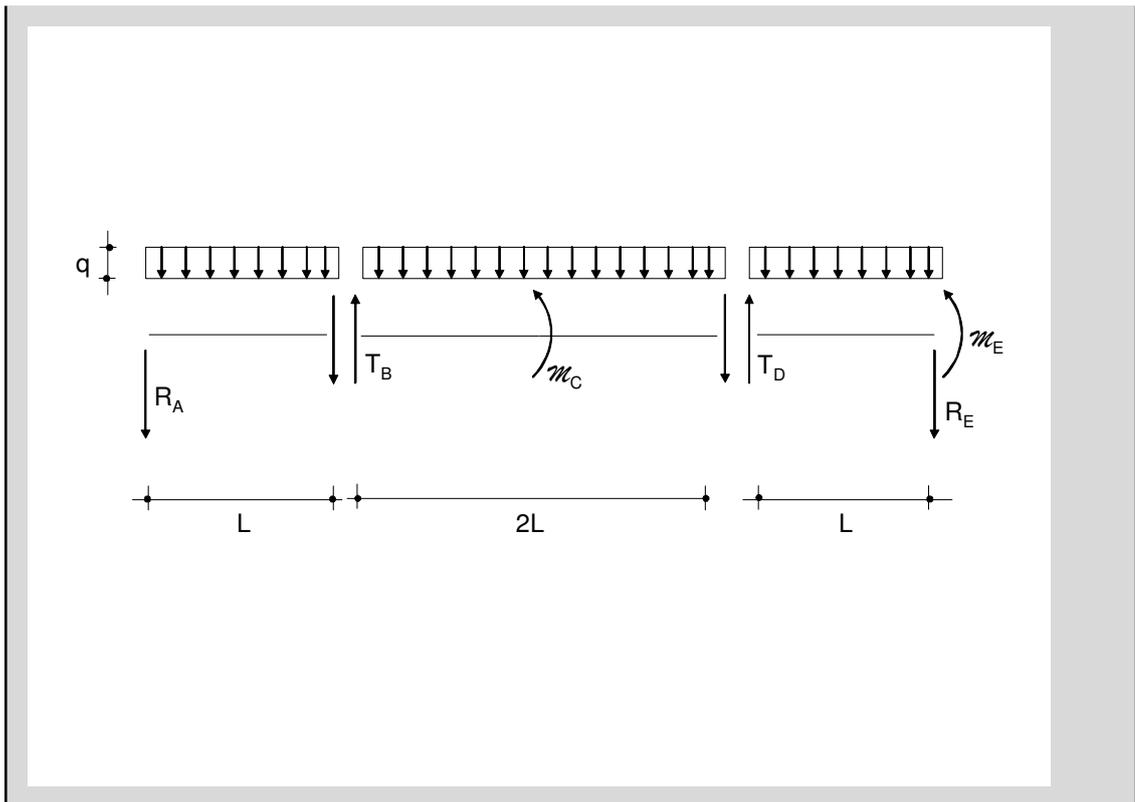
Esame 3 agosto 2009

Si consideri la trave di Figura, appoggiata a sinistra, con bipendolo esterno in mezzera, ed incastro a destra. Inoltre, la continuit  della trave e' interrotta da due cerniere situate ad $1/4$ e $3/4$ della luce totale. La trave e' soggetta ad un carico uniformemente distribuito di intensita' q . Si richiede il valore delle reazioni vincolari ed il tracciamento dei diagrammi delle caratteristiche.



■ Passo 1 - Scelta del metodo solutivo

La trave e' fisicamente divisa in tre tratti: le reazioni esterne sono la reazione verticale R_A dell'appoggio a sinistra, la coppia reattiva M_C del bipendolo, la reazione verticale R_E e la coppia reattiva M_E dell'incastro a destra. Ad esse vanno aggiunti i tagli incogniti T_B e T_D in corrispondenza delle cerniere. Queste sei incognite possono calcolarsi scrivendo le sei equazioni di equilibrio dei tre tratti di trave, che quindi risulta isostatica. Non e' poi difficile tracciare i richiesti diagrammi, conoscendo i valori delle reazioni.



■ Passo 2 - Calcolo delle reazioni vincolari

Sostituendo ai vincoli le rispettive reazioni, si giunge al diagramma di Figura 2, che permette di scrivere le equazioni di equilibrio:

1. Traslazione verticale primo tratto:

$$R_A + qL + T_B = 0 \quad (1)$$

2. Rotazione intorno ad A del primo tratto:

$$-qL \frac{L}{2} - T_B L = 0 \quad (2)$$

3. Traslazione verticale secondo tratto:

$$-T_B + 2qL + T_D = 0 \quad (3)$$

4. Rotazione intorno a B del secondo tratto:

$$\mathcal{M}_C - 2qL^2 - 2T_D L = 0 \quad (4)$$

5. Traslazione verticale terzo tratto:

$$-T_D + qL + R_E = 0 \quad (5)$$

2. Rotazione intorno ad D del terzo tratto:

$$\mathcal{M}_E - qL \frac{L}{2} - R_E L = 0 \quad (6)$$

Le incognite sono quindi immediatamente calcolabili come:

$$T_B = -\frac{qL}{2} \quad (7)$$

$$R_A = -qL - T_B = -qL + \frac{qL}{2} = -\frac{qL}{2} \quad (8)$$

$$T_D = T_B - 2 qL = -\frac{qL}{2} - 2 qL = -\frac{5 qL}{2} \quad (9)$$

$$M_C = 2 qL^2 + 2 T_D L = 2 qL^2 - 5 qL^2 = -3 qL^2 \quad (10)$$

$$R_E = T_D - qL = -\frac{5 qL}{2} - qL = -\frac{7 qL}{2} \quad (11)$$

$$M_E = qL \frac{L}{2} + R_E L = qL \frac{L}{2} - \frac{7 qL}{2} L = -3 qL^2 \quad (12)$$

Si noti che le sei incognite sono state dedotte singolarmente, senza risolvere alcun sistema di equazioni.

■ Passo 3 - Tracciamento diagramma del taglio

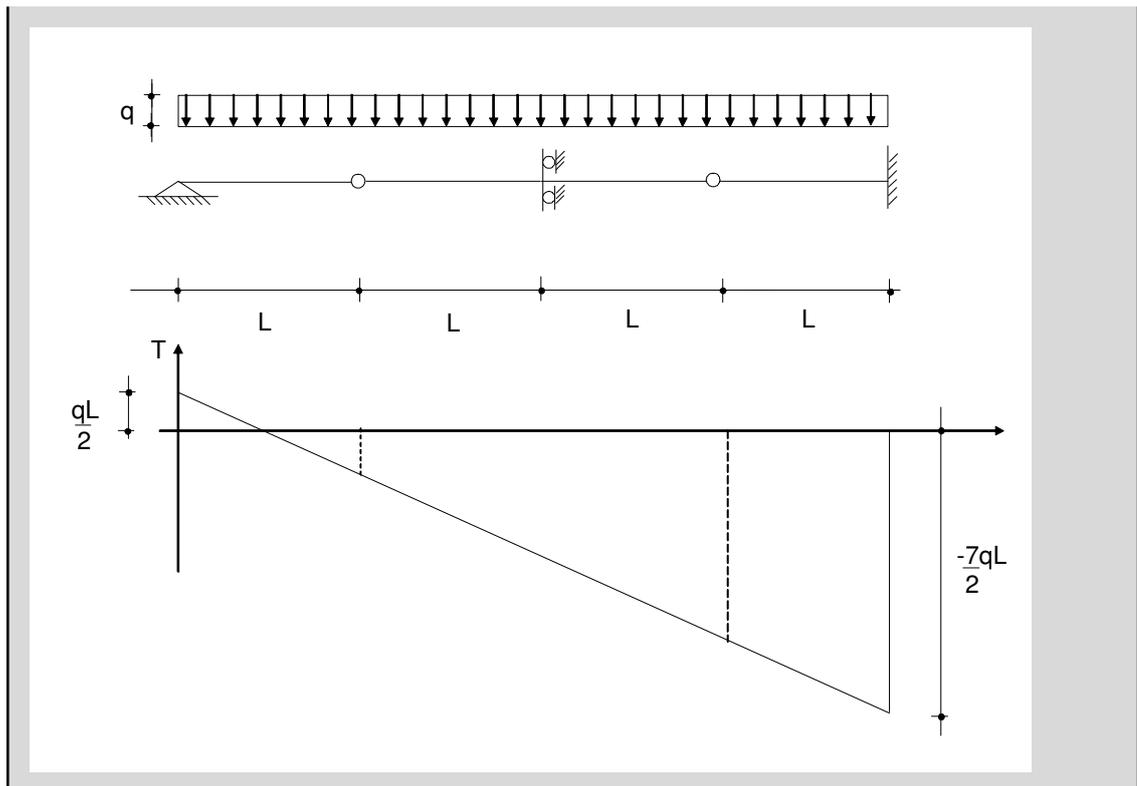
Per tracciare il diagramma del taglio, si consideri che si conosce il taglio all'estremo di sinistra:

$$T(0) = -R_A = -\frac{qL}{2} \quad (13)$$

si conosce il taglio all'estremo di destra:

$$T(4L) = R_E = -\frac{7 qL}{2} \quad (14)$$

Inoltre, l'andamento del diagramma sarà lineare entro questi estremi, in quanto la trave è soggetta ad un carico uniformemente distribuito, e non vi saranno discontinuità, in quanto le cerniere ed il bipendolo esterno non introducono reazioni verticali. I valori dei tagli in corrispondenza delle cerniere possono agevolmente ritrovarsi, per verifica.



■ Passo 4 - Tracciamento diagramma del momento

Il momento è nullo sull'appoggio e nelle due cerniere, ha tangente orizzontale in mezziera della prima campata, ed è pari alla coppia reattiva nell'incastro di destra. Inoltre, esso varia con legge quadratica, subendo una discontinuità in corrispondenza del bipendolo esterno, pari al valore della coppia reattiva.

