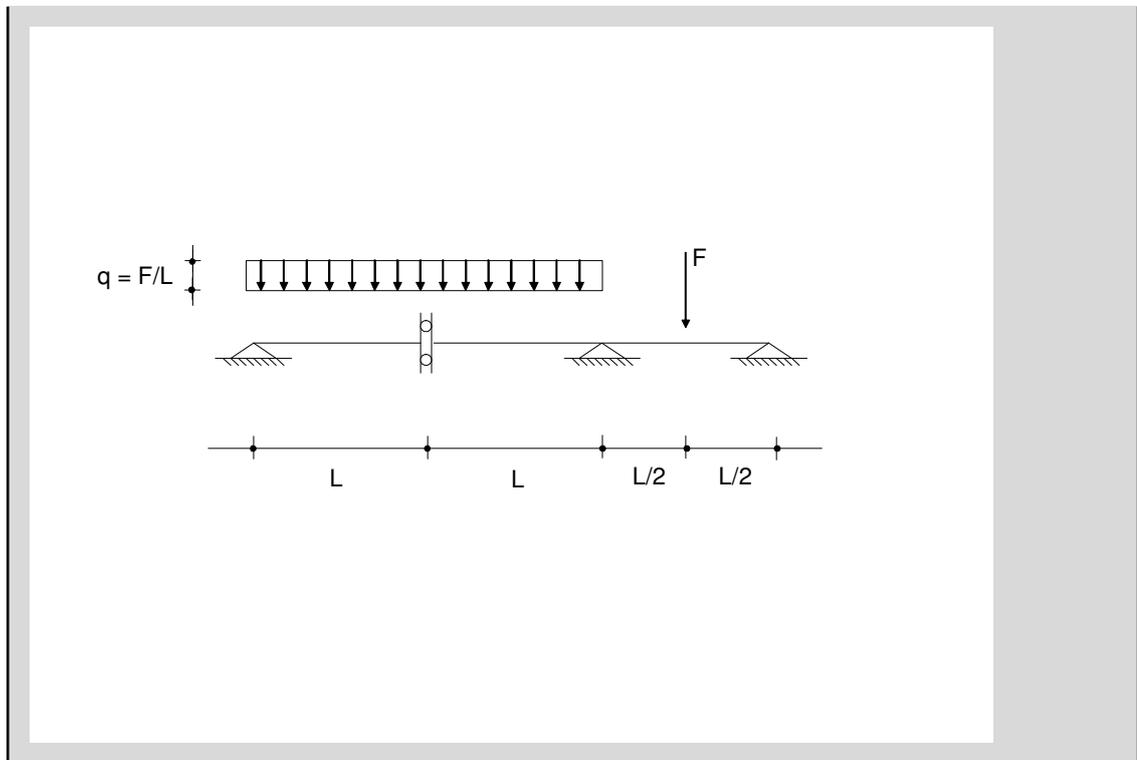


## Esame 3 giugno 2009

Si consideri la trave di Figura, appoggiata a sinistra, con bipendolo interno ad un terzo della luce e con appoggio intermedio a  $2/3$  della luce. Le prime due campate della trave sono soggette ad un carico uniformemente distribuito di intensita'  $q = F/L$ , mentre l'ultima campata e' sollecitata in mezzeria da una forza concentrata di intensita'  $F$ . Si richiede il tracciamento dei diagrammi delle caratteristiche.



### ■ Passo 1 - Scelta del metodo solutivo

La trave e' isostatica, ed e' possibile calcolare le tre reazioni verticali degli appoggi ed il momento in corrispondenza del bipendolo attraverso la scrittura di sole equazioni di equilibrio. Dalla conoscenza di queste quantita', non e' difficile tracciare i richiesti diagrammi.

### ■ Passo 2 - Calcolo delle reazioni vincolari

Sostituendo ai vincoli le rispettive reazioni, si giunge al diagramma di Figura 2, che permette di scrivere le quattro equazioni di equilibrio:

1. Traslazione verticale primo tratto:

$$R_A + qL = 0 \quad (1)$$

2. Rotazione intorno ad A del primo tratto:

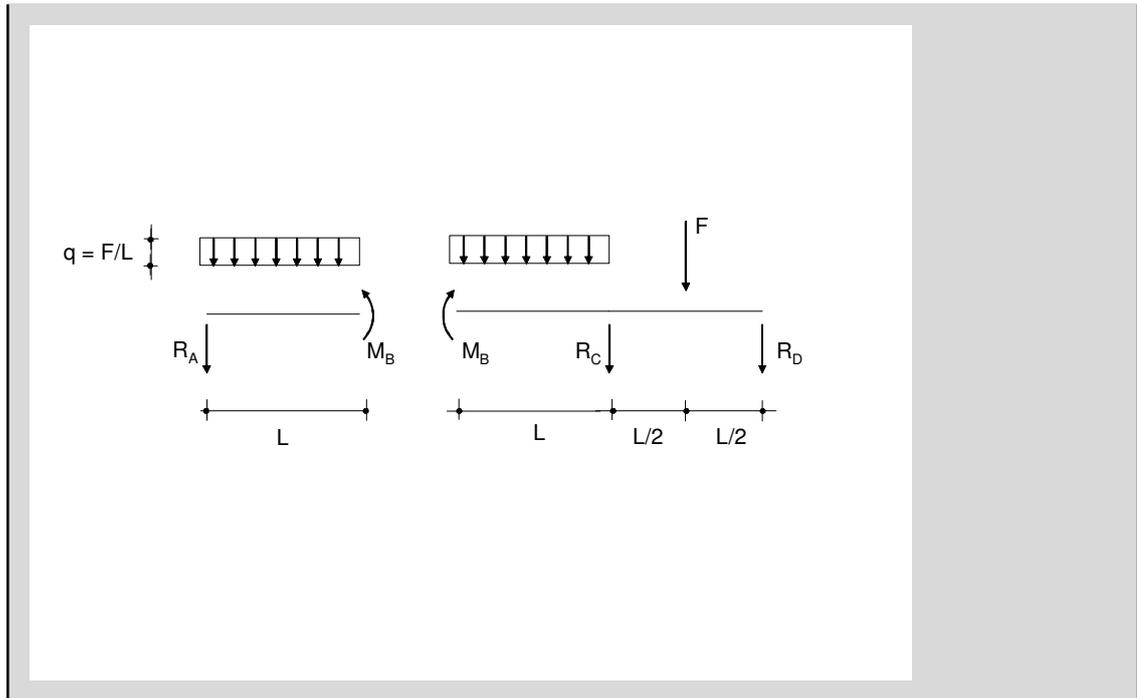
$$M_B - qL \frac{L}{2} = 0 \quad (2)$$

3. Traslazione verticale secondo tratto:

$$R_C + R_D + qL + F = 0 \quad (3)$$

4. Rotazione intorno a C del secondo tratto:

$$-M_B + qL \frac{L}{2} - F \frac{L}{2} - R_D L = 0 \quad (4)$$



Le incognite sono quindi immediatamente calcolabili come:

$$R_A = -qL = 0 \quad (5)$$

$$M_B = q \frac{L^2}{2} \quad (6)$$

$$R_D = -\frac{F}{2} \quad (7)$$

$$R_C = -\frac{F}{2} - qL \quad (8)$$

### ■ Passo 3 - Tracciamento diagramma del taglio

Per tracciare il diagramma del taglio, si consideri che si conosce il taglio all'estremo di sinistra:

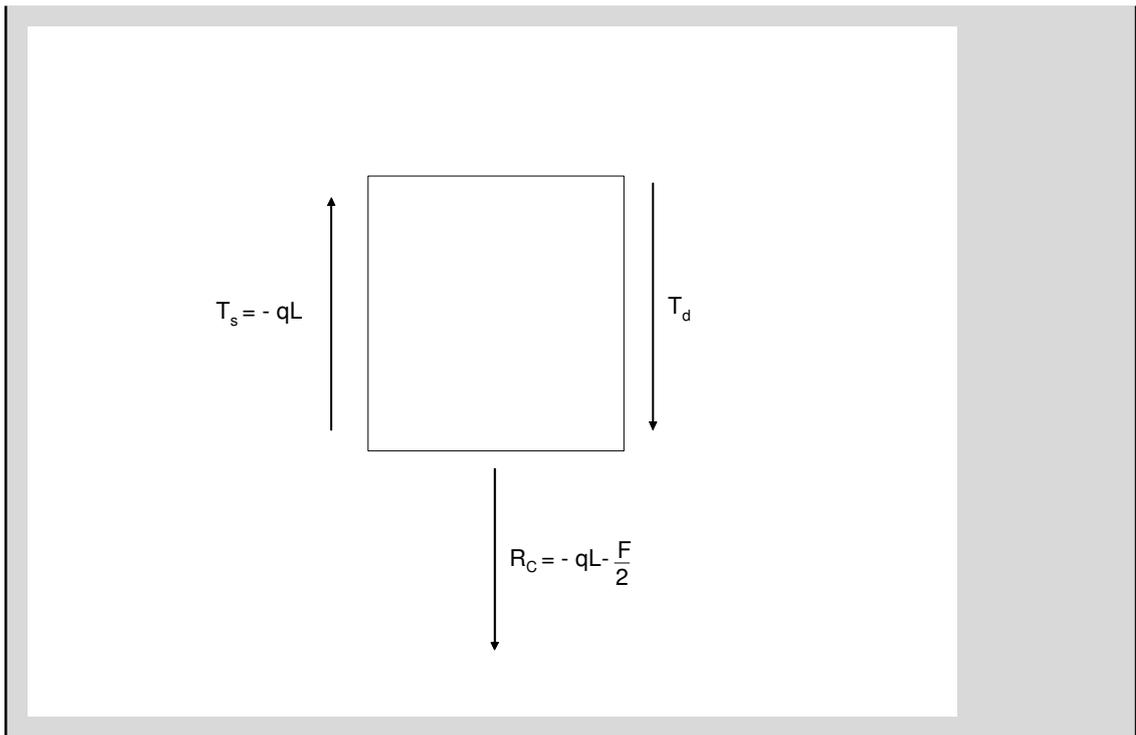
$$T(0) = -R_A = qL \quad (9)$$

si conosce il taglio all'estremo di destra:

$$T(3L) = R_D = -\frac{F}{2} \quad (10)$$

Inoltre, l'andamento del diagramma sarà lineare da A a C, con pendenza pari a  $-q$ , vi sarà una discontinuità in C, di valore pari alla reazione dell'appoggio, proseguendo poi costante fino alla forza  $F$ . In corrispondenza della forza il diagramma dovrà variare con discontinuità, per poi proseguire costante fino all'appoggio in D.

Nel tratto lineare, quindi, il taglio decresce dal valore  $qL$  al valore  $-qL$ , ed in corrispondenza dell'appoggio intermedio C si ha:

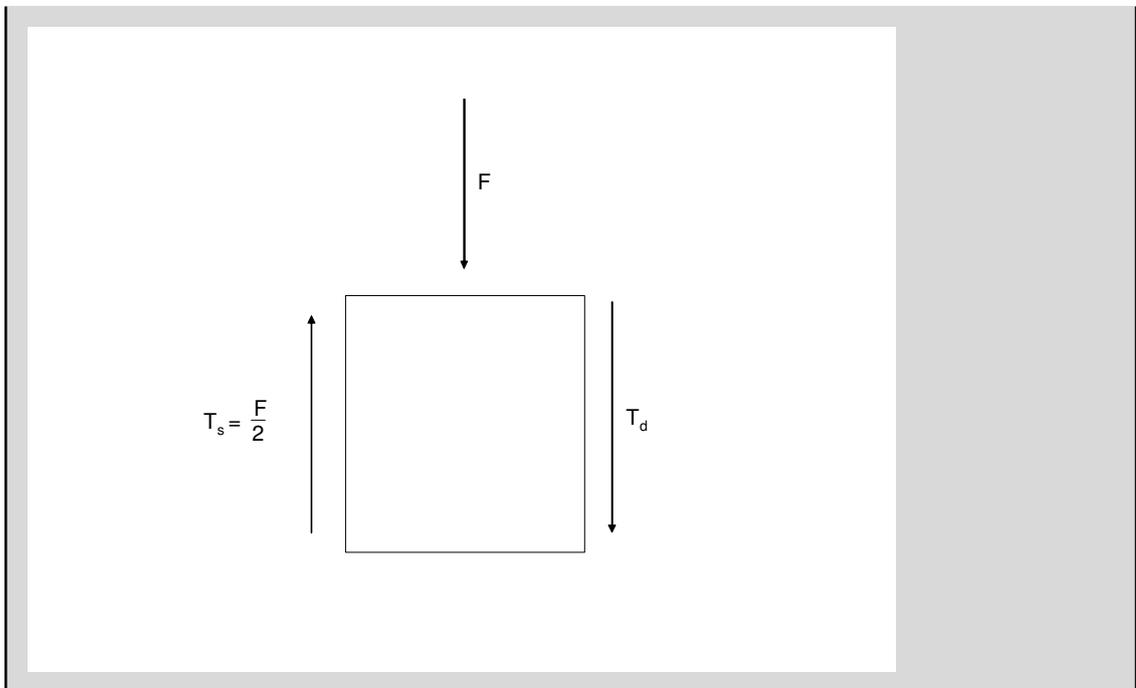


$$-T_s + T_d + R_C = 0$$

da cui subito:

$$T_d = T_s - R_C = -qL + qL + \frac{F}{2} = \frac{F}{2}$$

Il diagramma prosegue costante, con questo valore, fino alla forza  $F$ , dove si ha:

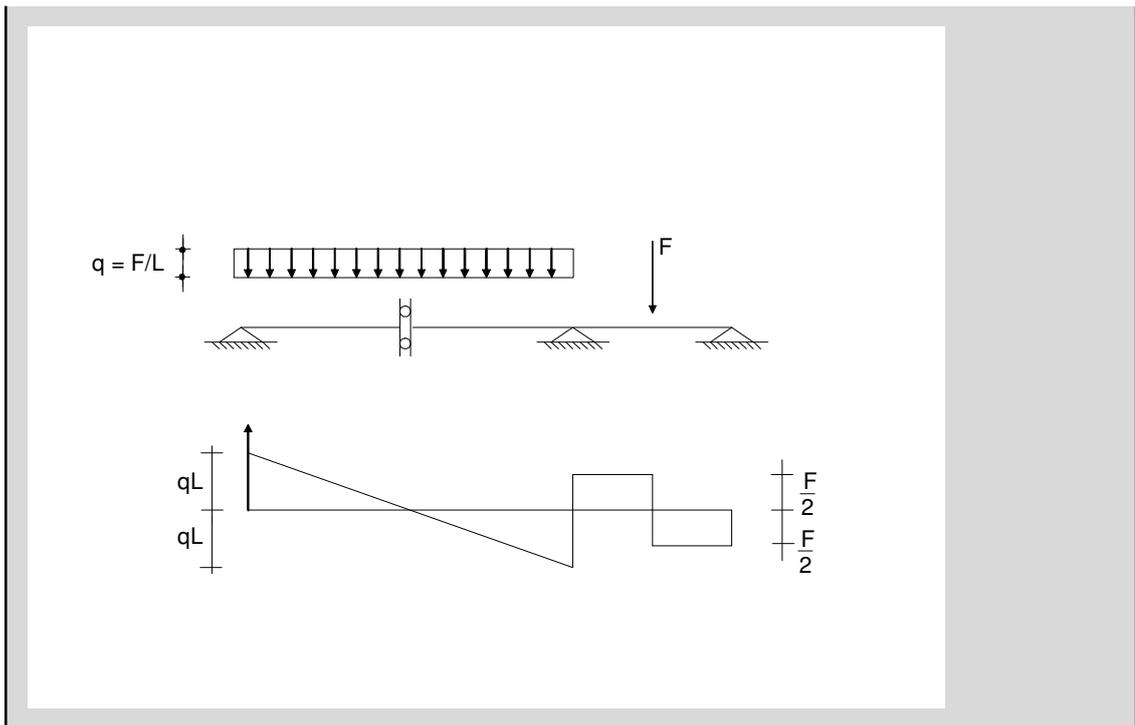


$$-T_s + T_d + F = 0$$

da cui subito:

$$T_d = T_s - F = -\frac{F}{2}$$

Da questo punto in poi, il diagramma prosegue costante fino a D, dove si ritrova il valore (10):



Si noti che in corrispondenza del bipendolo il taglio e' nullo

#### ■ Passo 4 - Tracciamento diagramma del momento

Il momento e' nullo in ambedue gli estremi A e D, ha tangente orizzontale in corrispondenza del bipendolo B, dove vale  $qL^2/2$ . Inoltre, varia con legge quadratica da A a C, dove il taglio e' lineare, mentre e' lineare da C alla forza, con pendenza pari ad  $F/2$ , ed ancora lineare dalla forza all'estremo D, ma con pendenza pari a  $-F/2$ .

