

nimo di M_t , quello all'avviamento invece a un massimo; è da assumersi poi un valore a questi intermedio per il periodo di funzionamento stabile.

Secondo l'ipotesi fatta è:

$$\mathcal{P} \quad \max M_t = 1,19 \frac{d_o}{\alpha} = 1,19 \times 2239 = 2666 \text{ tcm} .$$

La tensione tangenziale massima cui l'albero è soggetto vale allora per la (50):

$$\tau_{\max} = 32 \frac{\max M_t}{\pi (d_o^4 - d_i^4)} \frac{d_o}{2} = \frac{32 \times 2666 \times 15}{\pi (30^4 - 15^4)} \cong 0,54 \text{ t/cm}^2 ,$$

e la massima rotazione relativa delle sue sezioni estreme (fig. 31) assumendo ancora $G = 848 \text{ t/cm}^2$:

$$\vartheta_l = \frac{\max M_t}{G J_p} l = \frac{32 \times 2666 \times 1200}{848 \times \pi (30^4 - 15^4)} = 0,05094 \text{ Rad} = 2^\circ 55' 7'',13 .$$

D - TAGLIO SEMPLICE

Esercizio 28 — La sezione a T di un solido prismatico con le dimensioni 100×22 ; 75×80 , è soggetta a una forza di taglio $T_y = 35 t$ agente secondo l'asse di simmetria y della costola. Costruire il diagramma delle tensioni tangenziali.

La sollecitazione di taglio puro può aversi solo in una sezione isolata del solido di S. Venant, come ad es. sulla base libera quando le caratteristiche vi si riducono unicamente a una forza tagliante T_x^* o T_y^* — ovvero a una T^* agente secondo un asse qualunque — o in un'altra sezione del cilindro quando le caratteristiche sulla base libera si riducono ad es. a una forza T_y^* e ad un momento flettente M_x^* , di segno opposto a quello che la T_y^* desta lungo il solido e di valore assoluto inferiore a quello massimo di tale momento; la sezione all'ascissa z (fig. 32) alla quale, secondo la 4^a delle (31), è:

$M = M_x^* - T_y^* (l - \bar{z}) = 0$, cioè: $\bar{z} = l - M_x^*/T_y^*$, risulta allora infatti soggetta unicamente alla forza di taglio $T_y = T_y^*$ che sollecita anche tutte le altre sezioni.

Una forza siffatta desta nel punto generico della sezione una tensione tangenziale τ_x , avente di solito componenti τ_{xx} e τ_{xy} non nulle secondo gli assi principali; e ciò, si noti, anche se l'asse di sollecitazione è uno di questi assi, per es. l'asse y .

Nel caso però che tale asse sia di simmetria per la sezione e che la tangente al suo contorno negli estremi della corda corrente non si discosti di troppo dal-

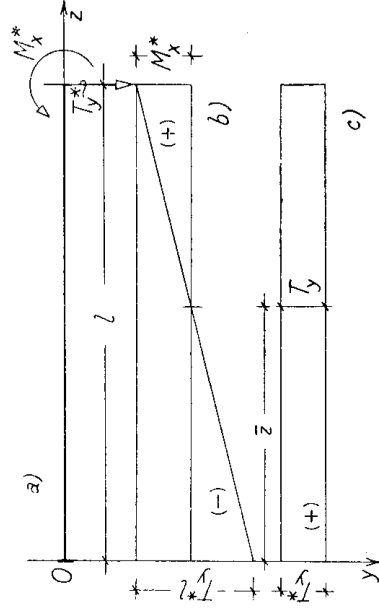


Fig. 32

la direzione dell'asse medesimo, è accettabile per la valutazione della tensione la teoria approssimata del taglio, in base alla quale si ammette che la componente τ_{xx} sia ovunque nulla nella sezione, che cioè la tensione totale τ_x coincida con l'altra componente: $\tau_x \equiv \tau_{xy}$, e di più che tale componente rimanga costante lungo la corda col valore della tensione media; alla quota $y = y_r$, la tensione tangenziale che vi desta una forza di taglio T_y si può valutare allora con la formula:

$$(53) \quad \tau_x \equiv \tau_{xy} \equiv \tau = \frac{T_y S_r}{J_x b_r},$$

nella quale J_x è il momento di inerzia della sezione rispetto all'asse x , S_r è il momento statico rispetto allo stesso asse di una qualunque delle due porzioni in cui la corda considerata spezza la sezione, b_r è la lunghezza di questa corda.

Sulla scorta di quanto riconoscemmo all'Esercizio 10, pur trattandosi di una sola componente di tensione non nulla, lo stato di tensione nel punto generico è biassiale; le tensioni principali risultano di segno opposto e di comune valore assoluto, pari a quello del-

la tensione tangenziale all'altezza della corda per il punto che si considera; sicchè gli elementi principali risultano ivi inclinati a 45° sul piano della sezione trasversale; e ciò a qualunque valore della ordinata y , della corda, meno che nei punti delle corde ai bordi estremi che risultano neutri.

Nel caso dell'enunciato, tutte le condizioni sopra elencate per accettare la teoria approssimata sono soddisfatte, in quanto la sezione, avendo la forma a T, è simmetrica rispetto all'asse y di sollecitazione ed ha su tutto il contorno laterale tangente parallela a quest'asse; la tensione tangenziale può allora essere calcolata mediante la (53).

La posizione dell'asse x , cioè anche quella del baricentro G della sezione — dette A_1 e A_2 le aree dei due rettangoli componenti, d la distanza fra i rispettivi baricentri G_1 , G_2 e assunta come asse di riferimento ad es. l'orizzontale x_1 per il primo di questi (fig. 33) — resta fissata notoriamente dall'ordinata:

$$y_G = \frac{A_2 d}{A_1 + A_2} = \frac{30 \times 75 (40 + 11)}{100 \times 22 + 80 \times 75} \cong 37,32 \text{ mm} .$$

Il momento di inerzia J_x può ora calcolarsi, con le notazioni in fig. 33, dalla espressione:

$$J_x = \frac{1}{3} \left[B \left(y_G + \frac{h_1}{2} \right)^3 + b \left(h_2 - h_3 \right)^3 - (B - b) h_3^3 \right] = \frac{1}{3} \left[100 \times \overline{48,32^3} + \right. \\ \left. + 75 \times \overline{53,68^3} - 25 \times \overline{26,32^3} \right] = 7478 \times 10^3 \text{ mm}^4 \cong 748 \text{ cm}^4 .$$

Con ciò la tensione tangenziale τ all'altezza della corda generica risulta proporzionale, secondo il fattore:

$$\mu = \frac{T_y}{J_x} = \frac{35}{748} = 0,0468 \text{ t/cm}^2 ,$$

al rapporto S_r/b , che compete a quella corda; per costruire il diagramma delle τ basta allora calcolare

questo rapporto in un numero sufficiente di ordinate. Ai bordi estremi è intanto $S_r = 0$, sicchè anche $\tau = 0$; scendendo lungo l'ala, la τ va gradualmente aumentando fino al bordo inferiore, corda di separazione fra l'ala medesima e la costola del T; quindi, nel passaggio alla costola, subisce un brusco aumento giacchè, mentre S_r rimane lo stesso, la larghezza b_r della corda diminuisce improvvisamente: questo bordo di separazione costituisce cioè un punto di discontinuità per la τ ; è perciò necessario, per tracciare il diagramma, calcolarne il valore immediatamente *prima* e immediatamente *dopo* di questo bordo; una volta nella costola, in quanto questa resta di lunghezza costante $b_r = b$, la τ continua ad aumentare fino all'altezza della corda α baricentrica, dove raggiunge il valore massimo τ_{max} , com'è ovvio

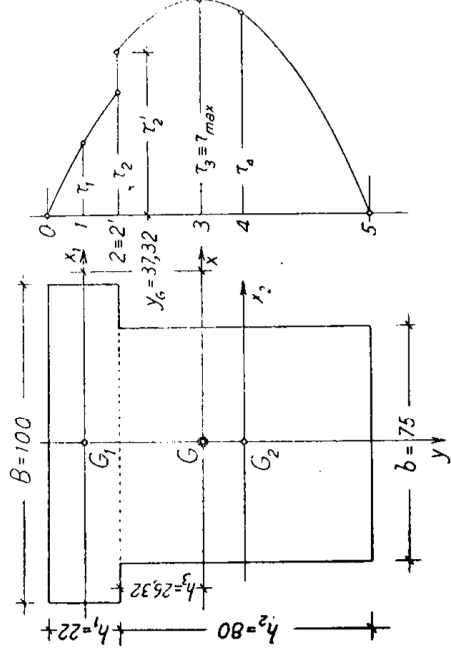


Fig. 33

in quanto — e ciò in tutti i casi, anche quando cioè non sia $b_r =$ costante — a tale altezza è massimo S_r ; oltrepassato infine l'asse α , la τ comincia a diminuire fino ad annullarsi al bordo inferiore. Riconosciuta così formalmente la cosa, per il tracciamento del diagramma basta calcolare la τ in corrispondenza di un certo numero di corde tipiche; abbiamo scelto quelle contrassegnate cogli indici da 1 a 4, intendendo che dei due indici 2 quello con l'apice si riferisce alla corda di separazione fra ala e costola pensata appartenente a quest'ultima.

Alla corda 1, baricentrica per l'ala, risulta:

$$S_1 = 100 \times 11 \times (48,32 - 5,5) = 48102 \text{ mm}^3 \cong 48,1 \text{ cm}^3; \quad b_1 \equiv B = 10 \text{ cm};$$

e perciò:

$$\tau_1 = 0,0468 \frac{S_1}{b_1} = \frac{0,0468 \times 48,1}{10} = 0,225 \text{ t/cm}^2;$$

alla corda 2 pensata appartenente all'ala:

$$S_2 = 100 \times 22 \times 37,32 = 82104 \text{ mm}^3 \cong 82,1 \text{ cm}^3; \quad b_2 \equiv B = 10 \text{ cm},$$

$$\tau_2 = 0,0468 \frac{S_2}{b_2} = \frac{0,0468 \times 82,1}{10} = 0,384 \text{ t/cm}^2;$$

alla stessa corda pensata, secondo si è avvertito di sopra, come appartenente alla costola è invece:

$$S'_2 \equiv S_2 = 82104 \text{ mm}^3 \cong 82,1 \text{ cm}^3; \quad b'_2 \equiv b = 7,5 \text{ cm}$$

e perciò:

$$\tau'_2 = 0,0468 \frac{S'_2}{b'_2} = \frac{0,0468 \times 82,1}{7,5} = 0,512 \text{ t/cm}^2;$$

il salto $\Delta\tau$ che subisce la tensione nell'attraversare il bordo di separazione tra ala e costola è dunque $\Delta\tau = 0,512 - 0,384 = 0,128 \text{ t/cm}^2$; alla corda 3, coincidente con l'asse baricentrico x , è invece:

$$S_3 \equiv S_{\text{max}} = S_2 + \frac{7,5 \times 2,632^2}{2} = 82,1 + 25,987 \cong 108,1 \text{ cm}^3; \quad b_3 \equiv b = 7,5 \text{ cm}$$

e quindi:

$$\tau_3 \equiv \tau_{\text{max}} = 0,0468 \frac{S_3}{b_3} = \frac{0,0468 \times 108,1}{7,5} = 0,674 \text{ t/cm}^2;$$

alla corda 4 infine, calcolando ora il momento statico S_4 riferendoci alla porzione che resta dalla parte delle y positive, è:

$$S_4 = 7,5 \times 4 \times 3,368 \cong 101 \text{ cm}^3, \quad b_4 \equiv b = 7,5 \text{ cm}$$

e quindi:

$$\tau_4 = 0,0468 \frac{S_4}{b_4} = \frac{0,0468 \times 101}{7,5} = 0,631 \text{ t/cm}^2.$$

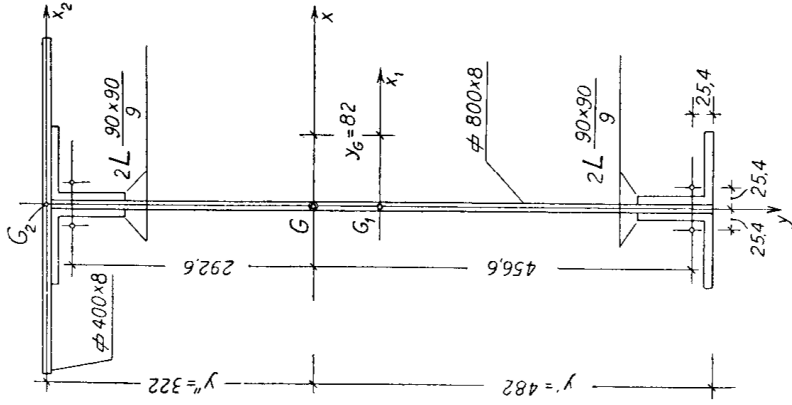
In base a questi valori si è tracciato sulla destra della fig. 53 il diagramma delle τ per l'intera sezione.

Esercizio 29 — La sezione composta di un'anima $800 \times 8 \text{ mm}$, orlata da due coppie di angolari $90 \times 90 \times 9$ e rinforzata simmetricamente al bordo superiore da un piatto $400 \times 8 \text{ mm}$, sopporta una forza di taglio $T_y = 31 \text{ t}$ diretta secondo l'asse della costola. Calcolare la tensione tangenziale massima e confrontarne il valore con quello che si ottiene nell'ipotesi che la forza T_y si ripartisca uniformemente sull'anima.



Come già nel caso dell'Esercizio precedente, la tensione tangenziale massima, da valutarsi ancora mediante la (53) della teoria approssimata del taglio, si sviluppa all'altezza della corda per il baricentro.

La posizione di questo può determinarsi nel modo più comodo valutandone l'ordinata y_G sul punto di mezzo G_1 dell'anima, punto che per ragioni di simmetria è il baricentro della sezione a meno del piatto di rinforzo superiore; essendo (cfr. il Manuale) $A_a = 15,5 \text{ cm}^2$ l'area di ciascun angolare, risulta coi dati (fig. 34):



$$y_G = \frac{40 \times 0,8 \times (40 + 0,4)}{4 \times 15,5 + 80 \times 0,8 + 40 \times 0,8} = 8,2 \text{ cm}.$$

D'altra parte, giacchè per ciascun angolare il baricentro dista dal proprio bordo esterno di 2,54 cm e il momento di inerzia rispetto al proprio asse baricentrico parallelo allo stesso bordo è $J_a = 116 \text{ cm}^4$, risulta anche facilmente in virtù del teorema di trasposizione:

Fig. 34

$$J_x = 4 \times 116 + 2 \times 15,5 (45,66^2 + 29,26^2) + \frac{1}{12} (0,8 \times 80^3 + 40 \times 0,8^3) + (40 \times 32,2^2) + 80 \times 8,2^2 \times 0,8 = 161\,669 \text{ cm}^4.$$

Riferendoci infine alla porzione di sezione infe-

riore all'asse x , risulta coi dati già segnalati di sopra:

$$S_r \equiv S_x = 2 \times 15,5 \times (48,2 - 2,54) + \frac{48,2^2}{2} \times 0,8 = 2\,345 \text{ cm}^3;$$

perciò applicando la (53):

$$\tau_{\max} = \frac{T_y S_x}{J_{\varphi} b} = \frac{31 \times 2\,345}{161\,669 \times 0,8} = 0,562 \text{ t/cm}^2 .$$

Nell'ipotesi che il taglio T_y interessi solo la costola e vi si ripartisca uniformemente, la tensione tangenziale media, detta A_c l'area della costola medesima, vale invece:

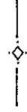
$$\tau_{\text{med}} = \frac{T_y}{A_c} = \frac{31}{80 \times 0,8} = 0,484 \text{ t/cm}^2 ,$$

sensibilmente inferiore al valore della τ_{\max} .

E - FLESSIONE E TAGLIO

Esercizio 30 — La sezione di un NPI 500 sopporta uno sforzo di taglio $T_y = 55 \text{ t}$ agente secondo la costola e un momento flettente $M_x = -25 \text{ tm}$.

Calcolare le tensioni normale e tangenziale estreme e le tensioni principali in corrispondenza delle corde di passaggio dalle ali alla costola.



Nella sollecitazione di flessione e taglio, le caratteristiche non nulle relative alla base libera del solido di S. Venant si riducono unicamente a una forza di taglio, per es. T_y^* (cfr. la fig. 32) ⁽¹⁾; tale caratteristica importa nella sezione trasversale generica la presenza di un momento flettente, il quale lungo

⁽¹⁾ Potrebbe essere una forza di taglio T_x^* agente secondo l'asse x ovvero una forza T^* agente secondo un qualunque altro asse baricentrico.