

Prof. Ing. GIULIO KRALL

Ordinario all'Università di Roma

STABILITÀ E VIBRAZIONI

APPENDICE ALLA «MECCANICA TECNICA DELLE VIBRAZIONI»

QUESTIONI DI STABILITÀ DELL'EQUILIBRIO ELASTICO
(SELECTA)

Opera pubblicata sotto gli auspici dell'Accademia Nazionale dei Lincei

EDIZIONI CREMONESE - ROMA

1968

PROPRIETÀ LETTERARIA RISERVATA

© 1968 by Edizioni Cremonese - Roma

Printed in Italy

Aziende Tipografiche Eredi Dott. G. Bardi - Roma 1968

PREFAZIONE

È in questa Parte I raccolta una Selecta di « Questioni di Stabilità dell'Equilibrio Elastico » in cui m'imbattei nella mia ormai lunga vita di meccanico e di lavoro nell'U.T. della Ferrobeton S.p.A. di Roma. Perciò le opere che qui si figurano sono scelte esclusivamente tra quelle realizzate dalla stessa Società e delle quali ne ho pensati e poi diretti i progetti.

Le questioni qui trattate, per quanto riguarda la pratica sono studiate quasi sempre assai più in là di quanto in verità non fosse occorso. Qualcuna, anzi, fu conclusa anni ed anni dopo che la costruzione era già compiuta o lentamente si avviava a chiudere il suo ciclo di attività. Così avvenne per un grandioso impianto Helling con 36 funi portanti che servì per più di 25 anni ben 6 scali del più grande nostro Cantiere navale. Poi giunse la triste ora della sostituzione, necessaria per ragioni di concorrenza (e questo lo sanno tanti nostri Cantieri navali e tra tutti anche il più illustre), con i moderni, Bacini da costruzione (realizzati dalla stessa Società che aveva costruito gli 8 piloni (cfr. fig. 1), cavi, in parete sottile, $s_{\text{med}} = 18 \text{ cm.}$, alti 65 metri quelli verso terra, che sostenevano tutto l'impianto (peso e spinte sino a 550 to per pilone!). Qualche altra costruzione lentamente è passata, in certo senso, di moda, salvo applicazioni eccezionali, da Esposizione (tipo Expo 60 o Italia 61; cfr. la voce Volta nell'Appendice 1938-1948 e 1949-1960 dell'Enciclopedia Italiana). Alludo alle volte autoportanti ch'ebbero, negli anni 30, una delle più luminose applicazioni nella Sala a tracciare del Cantiere di Sestri (cfr. fig. 5 pag. 197) o, in senso opposto, come melanconiose coperture di immensi oscuri serbatoi di carburanti con protezioni antiaeree pesantissime (derivano da qui le prime questioni di Stabilità) o più recentemente, quanto meno protezioni termiche, pesanti anch'esse, ma non tanto, per i serbatoi delle fresche acque del Velino a Napoli o coperture di immensi depositi di solfato ammonico (cfr. fig. 9 e 10 pag. 215).

Anche la stabilità dei telai molto alti e delle loro fondazioni in terreni insidiosi trova qui un accenno ed un esempio concreto (cfr. fig. 5) cospicuo ed incoraggiante: il grattacielo di Piazzale Roma a Livorno; chiamiamolo grattacielo anche se non supera i 30 piani. Ma Livorno, e per un suo gran raggio intorno, non ha, salvo accorgimenti particolari, terreni per fondare tranquillamente grattacieli. Senza pensare al più basso, alquanto pendente, ma universalmente illustre e meraviglioso tra gli esempi là esistenti (che, forse, dalla sua stessa pendenza ancor maggior lustro riceve), ricordo come, proprio ai miei inizi, ebbi ad occuparmi della grande Centrale termica di quella città, Centrale che mal soffriva i cedimenti e gli allentamenti conseguenti dei telai portanti le macchine, ed era tutta presa da vibrazioni indesiderabilissime e dannose. Un attento studio della fondazione del nostro quasi-grattacielo ha portato appena fino ad ora, a 4 cm di abbassamento uniforme. Previsti, asintotici, e senza pali, erano 15,0 cm (cfr. fig. 5).

Una nuova tecnica di impiego delle centine tipo Melan, quelle in carpenteria di ferro che rimangono incorporate nei getti inizialmente incoerenti di calcestruzzo, portate a pesi ridot-



Fig. 1.

Travate metalliche da 60,0 m, portanti ognuna 12 funi per teleferica, in fase di montaggio su un pilone alto 65,0 m in parete sottile di c.a. ($s_{med.}=18$ cm). Porterà spinte orizzontali sino a 550,0 to.

tissimi, sino ad $1/3$ e meno dei valori ortodossi, che le rendevano proibitive, furono da noi impiegate, dapprima per un grande ponte sul Nilo Azzurro (cfr. fig. 2), poi sistematicamente, innumerevoli volte, sempre là dove la costruzione della centina era impossibile o difficile; ad esempio perché il letto del fiume era cosparso (alludo ai ponti del tempo della ns. Resurrezione) d'ogni sorta di ordigni esplosivi, particolarmente quello dell'Arno a Pisa, al Ponte di Mezzo ed a quello alla Circonvallazione (dove, quasi non bastasse, si trovarono, maltolte dai Cantieri della vicina Spezia, testate di siluri innescate); o perché non si voleva turbare nessuno (cfr. fig. 4) od infine, soprattutto, per ragioni economiche. Basti pensare che la ricostruzione del in certo senso celebre Ponte Garibaldi sul Tevere a Roma (certo oggi il più bello tra i ponti moderni di Roma per chi vi passa sopra e con uno sguardo dal ponte vede, grazie al trasparente parapetto, strada, fiume ed Isola Tiberina), ch'era in ferro, carico d'anni e di stanchezza infinita, giunto insomma al passo estremo, costò poche volte appena il prezzo di realizzo, per l'alto forno, del vecchio ferro, a pacchetto, che lo costituiva. Eppure la larghezza fu quasi raddoppiata per sfogare il traffico sempre crescente, senza rinforzare le spalle.

Questo nostro sistema, diciamo tipo Melan, richiede naturalmente particolari attenzioni in riguardo alla stabilità ed allo studio della viscosità dei calcestruzzi di cui è data qui una estesissima recente ns. trattazione. Non inutile quando si pensi che il sistema Melan, ortodosso, è considerato generalmente come del tutto tramontato. Massimamente da quando E. Mörsch nella V ed. del suo celebre trattato sui ponti in cemento armato, illustrando il cospicuo esempio del Ponte di Echelsbach, $L = 130$ m, $f = 31,8$ m riportò i consumi di carpenteria metallica: per i soli archi pari a 395,7 to ed il consumo complessivo di ferro, carpenteria e tondo, per tutto il ponte pari a 694,9 to; 58,0 to di più di quanto non comportava la soluzione in ferro su progetto della nota impresa di costruzioni metalliche MAN. Il ns. sistema alleggerito riesce anche a competere, in quanto si tratti di una sola luce e la freccia non è inferiore a $1/10$ della luce, col portentoso sistema della marcia-avanti, inaugurato dalla Dywidag sul Reno, con il bellissimo Ponte di Worms; una travata continua $L = 101-114-104$ m. Tale sistema è ormai largamente adottato.

La competizione è fortunata quando si debbano abolire i contrappesi, per una luce unica necessari se si vuol evitare i sempre dubbi ancoraggi di qualsiasi tipo. Un esempio appare in fig. 3, è il Ponte di Castellaz, altri due stanno sorgendo sul Petroso per l'Autostrada del Sole, tratto Salerno-Reggio Calabria, ed in altre contrade ancora (ad es. sul Sammarò).

Non voglio dire però che questi ultimi romantici tra gli archi in cemento armato od in ferro possano seriamente gareggiare con il sistema della marcia-avanti che si impone per la modernità, l'economicità e per la universale giustificata tendenza dei costruttori per l'una e per l'altra e, forse, talvolta, per far fare i ponti; per quanto riguarda le fondazioni, rivolgendosi alle ditte specializzate in pali, e fondazioni in genere; le stilate, alle ditte specializzate in stilate; le travi, per finire, alle ditte specializzate in queste anche in tipi assai meno impegnativi, considerando travi non più lunghe di 30,0 — 35,0 m, per ragioni di peso, eseguite fuori opera e sistemabili in sito con attrezzature noleggiabili; il tutto senza riguardo al rapporto dei costi travi-stilate.

L'opposto avviene quando si adotta il sistema Dywidag o la variante Freyssinet (ispirata a quelle collane di conci, di varia forma, infilati al mezzo in una fune; basta saldarla ad un estremo tirarla puntando sull'altro per trasformarle in travi, archi etc., resistenti quanto si vuole).

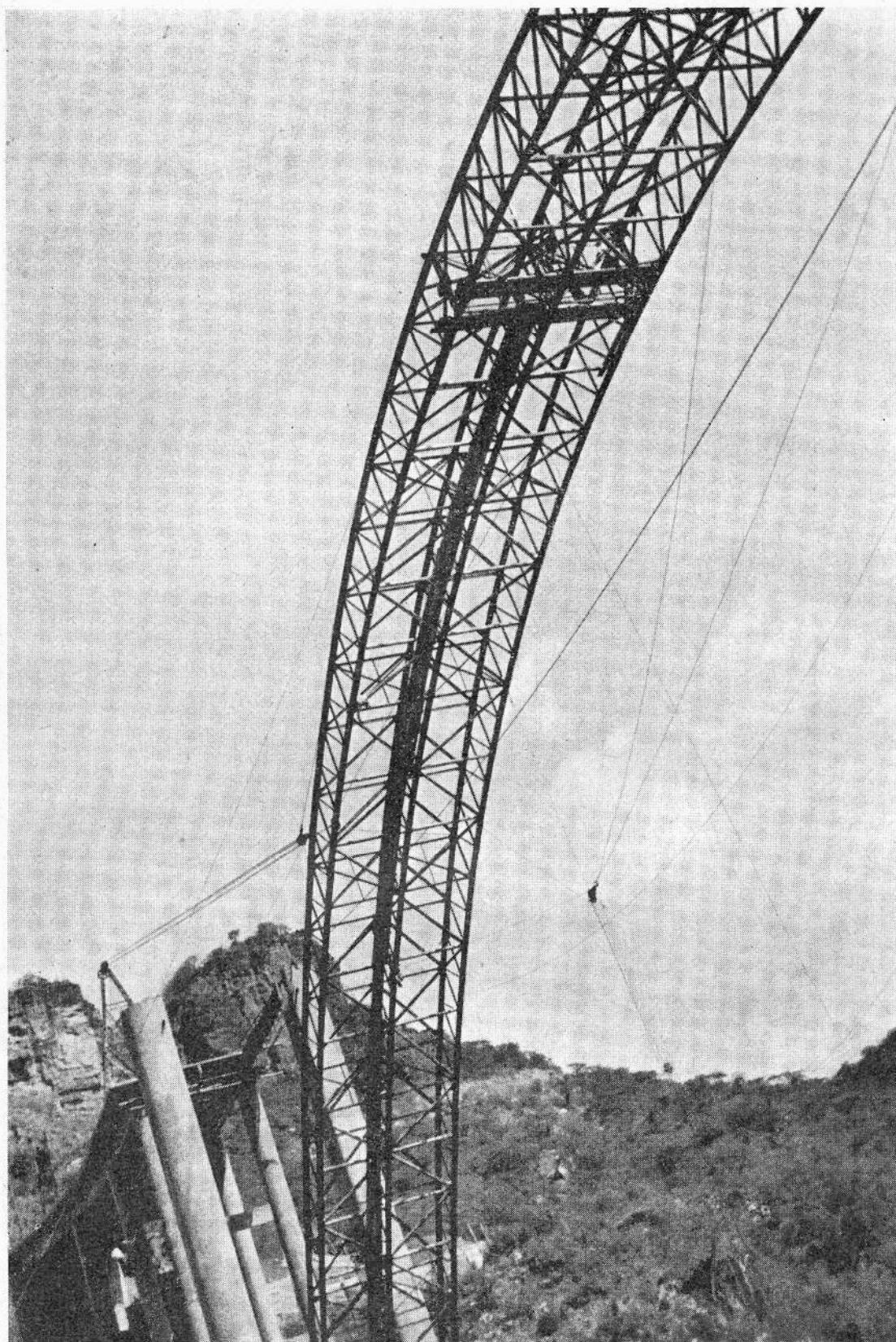


Fig. 2.

Centina Melan di tipo alleggerito in fase di montaggio per un ponte $L=120$ m, $f=35,0$ m sul Nilo Azzurro a Safartak ⁽¹⁾.

(1) Cfr. nota citata in calce alla fig. 4.

*Allora le travi si fanno di luci oltre i cento metri anche con stilate alte meno della metà, non già sui fiumi o su profonde valli che le giustificherebbero *), ma anche in quelle più accessibili, con terreni di fondazione buoni. Se, poi, il progetto è dato dal Commissionario come esecutivo e tale non è, allora ogni speranza del costruttore in un lavoro in équipe si trasforma, ovviamente in una delusione.*

Naturalmente alla tanta importanza che ha la Questione Stabilità, a parte quella dei terreni di fondazione, importantissima, alla quale si allude in fig. 5, che è tutt'altra cosa che Resistenza, non potei non dedicare studi approfonditi sin dai primi anni che l'incontrai e più ancora da quando, un giorno, Arturo Danusso, che insegnò ad amare la Scienza delle costruzioni a



Fig. 3.

più generazioni di ingegneri italiani, a me in particolare, mi disse scherzando, che gli asini cadono sempre per instabilità trasversale. La vera causa della loro caduta sta però negli uomini, che li caricano male e li fanno camminare per sentieri troppo stretti, sicché l'affermazione si riferiva al sinonimo e non al nobile animale. Comunque, a quella frase ci ripenso sempre e sempre la vado ripetendo agli amici di lavoro. Qui il lettore trova i miei primi studi, del lontano 1925-27; una memoria estesa, ancora attuale o quasi, sulla struttura analitica delle configurazioni instabili d'una piastra con sforzi piani, sino ad una Memoria lincea sulla stabilità trasversale degli archi ed una Memoria pur essa recentissima, su gli aspetti più moderni delle questioni di stabilità,

(*) Se è vero che, ove sia possibile, per la massima economia, la stilata e corrispondente fondazione di un ponte dovrebbe costare tanto quanto, o quasi, il tratto di travata che la interessa,

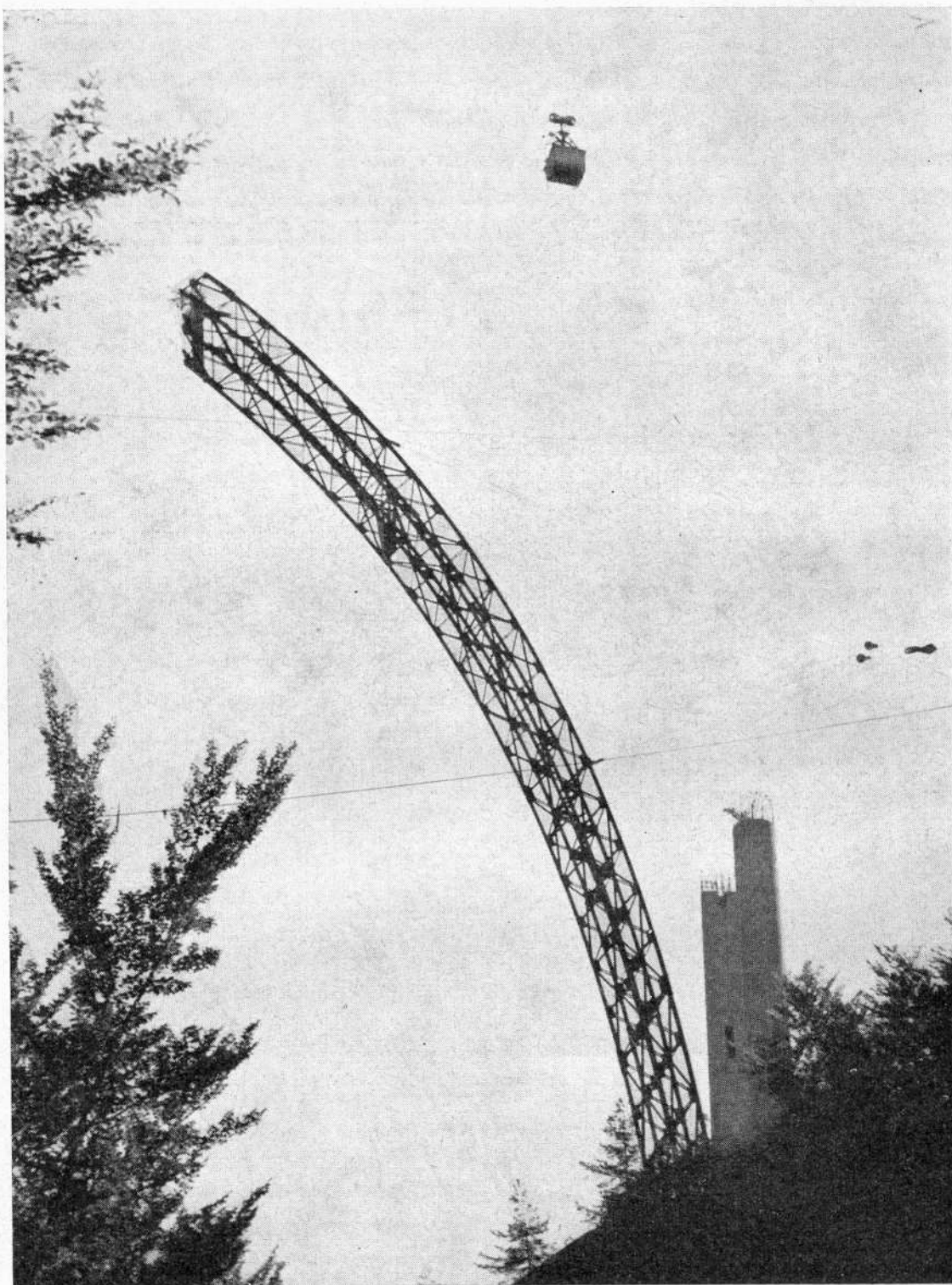


Fig. 4.

Centina Melan di tipo alleggerito in fase di montaggio per un ponte $L = 100,0\text{m}$, $f = 32,0\text{m}$ sul Tagliamento a Tamariona ⁽²⁾.

(2) In merito a questi ns. tipi di centine metalliche incorporate nel calcestruzzo, si cfr. una ns. Nota, splendidamente composta da *l'Industria delle Costruzioni* (Rivista Tecnica dell'ANCE), n. 2, Roma 1967.

che mette più o meno a posto varie incertezze, primissima quella della stabilità in elasticità lineare e non lineare (secondo Trefftz ad esempio) e poi quella della stabilità statica e stabilità dinamica, di cui a tanti piace parlare per sistemi non conservativi, neanche ci fosse una distinzione tra le due stabilità, come se tutte e due non risalissero dal concetto unico di stabilità, quello lagrangiano, ridotto all'esame aritmetico degli esponenti caratteristici, perseguibile attraverso vie sempre più semplici per virtù di un classico teorema di Schur e di Collatz, comunque derivati, se non altro per finalità, dal teorema dei teoremi in merito, quello dell'Hurwitz.

A questa *Selecta Parte I* seguono due altre; una riguarda « Questioni di Elasticità e Aereoelasticità » (qui sfiorate, negli aspetti stazionari particolarmente). Sono quelle che ci apparvero sin da bambini quando si ascoltava in campagna il caratteristico ronzio (*Summen*) dei pali telegrafici, sensibile anche se l'aria pareva quasi senza vento, o quando vedevamo sventolare le bandiere con intensità che non era proporzionale a quella del vento stesso, o vedevamo la banderuola metallica a vento sul comignolo della casa di campagna sbattere quasi per una certa particolare velocità del vento, che sicuramente non era la massima; si trattava sempre dello scirocco, mai della bora! Misteri, misteri tutti, lasciati là quasi senza voler pensare più oltre per cercare di penetrarli. Del resto lo strato limite di Prandtl, le schiere di vortici, che in duplici filari asimmetrici se stabili, si staccano da un ostacolo in una corrente, le schiere di Kármán insomma, che dallo strato limite intorno all'ostacolo o dalle instabili linee di discontinuità nelle correnti, escogitate da Kirchhoff e Levi-Civita per spiegare la resistenza, provengono sicuramente, non erano ancora studiate. Al più, fugacemente erano già state osservate, in una corrente tranquilla dietro ad un palo infisso, anzi disegnate addirittura da un pittore del '400, in una Chiesa di Bologna, dietro le gambe di S. Cristoforo che traversa un corso d'acqua tenendo in braccio il bambino Gesù. Di teorico però nulla ancora era stato detto. I teoremi di Kutta - Joukowski sulla portanza, di Kármán sulla resistenza, vennero durante la I Guerra mondiale, quando gli aeroplani eran diventati quasi adulti malgrado i due teoremi, indiscutibili per fluidi perfetti, negativi dell'Aerodinamica; quello di d'Alembert che nega la resistenza e quello di Lamb che nega la portanza.

Ma chi di noi, io in particolare, avrebbe allora mai creduto di tornar per uso, tanti e tanti anni dopo, a ragionare con quei misteri? Non più con i fili telegrafici dei miei ricordi ma con le funi chilometriche dei grandi Attraversamenti elettrici per ritrovare quantitativamente la portanza pulsante dei vortici di Kármán; non più con le banderuole a vento che sbattevano sul tetto delle case di campagna, ma con le ali dei velivoli sempre più grandi e più veloci, dove altre schiere concomitanti con quelle di Kármán, quelle di Prandtl dietro un'ala battente, fanno il loro gioco; o con le alette pesantissime con incidenze servoassistite, stabilizzatrici del rollio (non ancora del beccheggio!) dei moderni transatlantici. Non più con le bandiere sventolanti ma con le lamiere sottilissime che formano le fusoliere e le ali, i gusci in genere, dei moderni velivoli e dei missili che, per certe velocità, s'increspano paurosamente. (In merito cfr. le voci « Stabilità » « Vibrazioni » nell'Appendice 1938-1948 e 1949-1960 dell'Enciclopedia Italiana).

Infine, per la pace del lettore, dopo questo pauroso incalzare tecnico, completa il tutto una *Selecta Parte III* di « Questioni di Meccanica Pura » che saranno comunque un giorno forse più attuali in senso tecnico; alludo alle perturbazioni intime dei sistemi vibranti, alla ricerca delle stabilità stabili od instabili e viceversa come le chiamava Ascoli. Alludo anche alle non meno

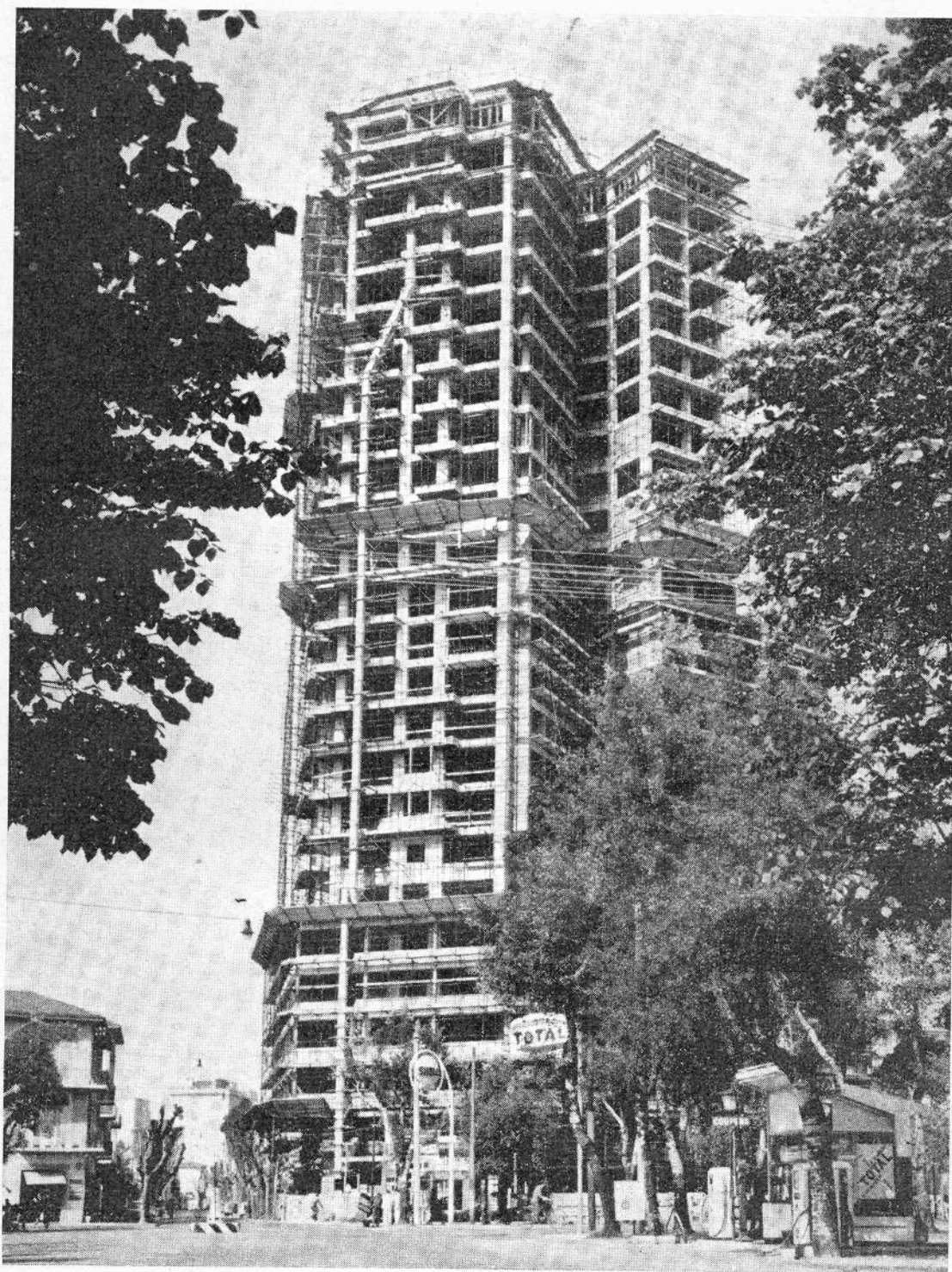


Fig. 5.

Struttura a telaio in c.a. per un quasi-grattacielo a Livorno (Piazzale Roma). Più che la stabilità dei telai interessa qui, attesi i sottostanti, profondi, banchi di argilla, la stabilità della fondazione legata come si sa alle infide *superficie di scorrimento o slittamento* (3).

(3) Nel caso attuale l'insidia è stata in gran parte eliminata con l'infissione di N. 650 pali trivellati Ø 32 cm sensibilmente armati, $L \simeq 20,00$ m e portando il piano di posa a $\simeq 6,00$ m sotto al piano di campagna con una robusta platea scatolare.

importanti variazioni lente od adiabatiche delle caratteristiche geometriche inerziali e dinamiche dei sistemi, di cui lo studio di certi loro invarianti, gli invarianti adiabatici, fu tanto utile alla Meccanica atomica della prima maniera, sino alle applicazioni alle più elevate e definitive questioni di Meccanica celeste. Ma, in sostanza non è che si cambi tema, come diceva Poincaré, si tratta sempre di questioni di stabilità; direi, questa croce e delizia dei ns. pensieri. Forse non interessanti praticamente, per noi direttamente, ma che possono diventarlo per i posteri dei ns. posteri a non finire, per $t \rightarrow \infty$ eventualmente; salvo, aggiungeva Levi-Civita, a superare la Questione degli urti o delle pericolose vicinanze tra due corpi celesti. Questione che non è certo da scartare dal punto di vista della già tanto ambigua nostra sicurezza. E per dire quanto questa sia cara, soprattutto, si intende, per ragioni di studio, mi torna sulla scena del pensiero il ricordo del Congresso di Meccanica applicata di Zurigo, del lontano 1926. Quando Levi-Civita finì di parlare sul tema « Gli urti nel problema dei tre corpi » ebbe un consenso così generale di cui nessuno aveva memoria. Tutti si alzarono per rendergli onore, lo si disse poi, oltre che per il tema magistralmente trattato, per dargli atto che riconoscevano in Lui il più universale Meccanico del ns. secolo.

Queste Selecta Parte II e III sono alquanto più attinenti all'attività ⁽⁴⁾ che ho svolta, senza interruzione, per 40 anni, alla Facoltà di Scienze dell'Università di Roma. Comprendo in questo (relativamente) notevole intervallo di tempo, gli anni verdi, fortunati, in cui fui assistente di Tullio Levi-Civita e di Vito Volterra, ed anche quelli che seguirono al passaggio in ruolo all'Università di Napoli. Infatti, l'Incarico per la Meccanica superiore che mi fu affidato sin dal 1929, su proposta d'indulgente bontà, da Vito Volterra, mi venne egualmente riconfermato, anno per anno. Poi venne il giorno in cui Francesco Severi, che in fatto di Applicazioni delle Matematiche pensava come Levi-Civita, Volterra, Picone, e li Maggiori della grande Scuola geometrica italiana, mi richiamò definitivamente a Roma.

Concludendo vorrei ancora dire che queste tre Selecta potrebbero considerarsi un'Appendice al mio libro di Meccanica tecnica delle vibrazioni, redatto per il C.N.R. con la collaborazione di Renato Einaudi. Poiché però non è più, per noi, il caso di toccare quel lavoro in toto, attesa la buona critica ch'esso ebbe anche sulle riviste più severe (Jahrbuch f. Fort. d. Math., 1940, e Jahrbuch f. Fort. d. Mech., 1940), non sembra inutile una ristampa anastatica. Tanto, di colmarne appieno i vuoti non è pensabile, e, del resto, neanche questa Appendice lo pretende. Un buon libro ha sempre qualcosa che, per qualche tempo, non invecchia. A colmarne i vuoti provvede l'attività editoriale mondiale in questo campo, ed a considerarne elemento per elemento, cioè libro per libro, ognuno è, per la forma, per la sostanza e per la sistematica, complementare dell'altro. Naturalmente, o prima o poi, questo lavoro, come tanti e tanti altri, sarà sopraffatto; il mondo cammina e la ns. voce, come quella dei più, resterà alla fine senza eco.

Roma, Università, Istituto Matematico, Natale 1967.

GIULIO KRALL

(4) Di questa attività, il lettore desideroso d'informazioni generali trova, in una mia collana di *Appunti di Meccanica e Fisica matematica*, in distribuzione presso l'universitaria Libreria Eredi Veschi, Roma, quanto può interessarlo. In particolare nella Parte III₂ e V_{1,2} e VI troverà appunti sul *Calcolo delle Variazioni* e *Sulle equazioni differenziali della Fisica Matematica* forse trascurate, nell'insieme, nel mio citato libro sulla *Meccanica Tecnica delle vibrazioni*. Per queste informazioni non occorre l'impegno che richiede la lettura dei massimi Trattati.

INDICE

<i>Prefazione</i>	Pag. V-XIII
Intorno alle condizioni di stabilità dell'equilibrio elastico	» 1-4
Stabilità trasversale degli archi da ponte	» 5-132
Indice su questa ampia memoria	» 133
Sulla stabilità dell'equilibrio di barre in profilato sottile. Nota I e II . . .	» 134-168
Stabilità dell'equilibrio elastico	» 160-188
Moltiplicatore critico λ_{cr} per volte sottili	» 189-215
Ha influenza la flessione sul λ_{cr} critico di una volta cilindrica (Riassunto) .	» 216-217
Sulle configurazioni d'equilibrio instabile d'una piastra elastica sottile . . .	» 218-234
Intorno ai carichi di punta per aste a momento d'inerzia variabile con discontinuità	» 235-238
Un metodo generale di valutazione approssimata dei carichi critici per aste qualunque	» 239-292
Sicurezza rispetto ad una associazione dei tre casi d'instabilità di Eulero, di Michell, Prandtl e di Reissner	» 243-252
Carico di punta pulsante e reazione di flessopressione dinamica	» 253-266
Sul problema centrale della dinamica dei ponti	
Nota I	» 266-274
Nota II; Il teorema di Coriolis e velocità critiche di veicoli terra-aria .	» 275-285
Nota III; Moto di carichi inerti e pesanti su di una piastra elastica .	» 286-293
Valori minoranti per moltiplicatori critici λ_{cr}	» 294-298
Note e complementi della Memoria « Ponti in cemento armato », op. cit. pg. 299.	» 299-318
Osservazioni sui principi variazionali per la stabilità in Elastostatica. Pro- blemi conservativi e non conservativi	» 319-350