

Ha influenza la flessione sul λ_{cr} critico di una volta cilindrica? ^(*).

Si vuol far qui vedere che, in campo elastico, per un'asta, per un arco nel proprio piano, per una volta cilindrica generica, in particolare autoportante, la sovrapposizione di uno stato flessionale non ha influenza sul moltiplicatore λ_{cr} di un regime estensionale di equilibrio.

Tale risultato, che si potrebbe dire negativo, non è però del tutto privo di interesse perché toglie ogni dubbio che, più o meno leggermente, può venir fatto di sollevare sulla validità di tutta una serie di risultati desunti per questi sistemi, elementari e fondamentali, appunto omettendo la considerazione di stati flessionali che inevitabilmente possono accompagnarsi ai regimi tensionali puri, ai quali usualmente si fa riferimento.

Richiamandoci a recenti Note su questi « Rendiconti » ⁽¹⁾ la dimostrazione di quanto si afferma si riconduce, secondo il criterio di stabilità del Dirichlet, a verificare che il lavoro del 2° ordine $\mathcal{L}_{2,M}$ fatto dai momenti dello stato flessionale (proporzionale ai carichi) che si mette in causa, e che tacitamente non è ivi considerato, è rigorosamente nullo, per deformazioni prive di estensione, che sono poi quelle che rendono minimo il λ_{cr} , ed in ogni caso trascurabile, portando a variazioni del λ_{cr} dell'ordine di h/R , compreso, anche per volte in cemento armato, nell'intervallo $0,003 \leq \frac{h}{R} \leq 0,007$.

L'annullarsi di $\mathcal{L}_{2,M}$ è garantito dall'annullarsi delle componenti del secondo ordine $\kappa_1^{(2)}, \kappa_{12}^{(2)}, \kappa_2^{(2)}$ delle caratteristiche della deformazione flessionale $\kappa_1, \kappa_{12}, \kappa_2$ corrispondenti alla deformazione v, w di una linea con configurazione di equilibrio nel suo piano II o alla deformazione u, v, w di una superficie cilindrica.

Caso delle deformazioni estensionali.

Merita rilevare che, anche per queste, se non proprio nullo, l' $\mathcal{L}_{2,M}$ risulta trascurabile in rapporto all' $\mathcal{L}_2$ dello stato tensionale che si chiamerà qui, con riguardo allo sforzo assiale N , per uniformità di notazione, $\mathcal{L}_{2,N}$.

(*) Riassunto da una Nota di G. KRALL e D. CALIGO, *Ha influenza la flessione sul λ_{cr} critico di una volta cilindrica?*, in « Rend. Acc. dei Lincei », ser. VIII, vol. XXXIV, fasc. 4 (aprile 1963), 340-344; serie VIII, vol. XXXVI, fasc. 3 (marzo 1964).

(1) G. KRALL e D. CALIGO, *Moltiplicatore critico λ_{cr} per volte autoportanti*, riassunte nelle pagine precedenti di questa « Selecta ».

Con riguardo ad un arco di spessore h e di raggio R si ha ad esempio per i possibili, anzi quasi impossibili, valori di M :

$$(1) \quad \varrho_{2,M} : \varrho_{2,N} \sim h : R$$

e poiché $h : R$ è, al più, dell'ordine del 1/100, $\varrho_{2,M}$ è senz'altro trascurabile di fronte ad $\varrho_{2,N}$.

La (1) si prova osservando che nell'espressione di $\varrho_{2,M}$ interviene ovviamente un fattore M/R , nell'espressione di $\varrho_{2,N}$ invece un fattore N che moltiplicano termini dello stesso ordine. Ora, poiché i valori di M sono sempre dell'ordine di $N \cdot \varepsilon$ con $\varepsilon < h$, e ciò con largo margine ⁽²⁾:

$$\varrho_{2,M} : \varrho_{2,N} \sim \varepsilon : R < h : R.$$

Perché occorre conoscere comunque il regime flessionale nella valutazione del λ_{cr} .

È ovvio che il superamento del limite di proporzionalità σ_p , facilitato tanto fortemente ⁽³⁾ dalla eccentricità ε dello sforzo assiale N , (eccentricità susseguente a momenti flessionali M) abbassa il modulo di elasticità E e quindi il λ_{cr} , e tanto che, ove non se ne tenga conto, questo risulta del tutto illusorio e quindi illusoria la *sicurezza* (dall'instabilità qualitativa) di cui è la misura. Però, gli stati flessionali vanno precisati considerando la minorazione di E oltre σ_p , avvalendosi dei $\lambda_{cr}^{(0)}$ illusori desunti ammettendo il campo elastico. Questo intervento massiccio (quasi attraverso un problema di resistenza) della *flessione* oltre σ_p non ha niente a che vedere con quello tipico di un problema di stabilità (qualitativa) che si è dimostrato nullo per deformazioni prive di estensione (le vere minimizzanti) o, comunque, trascurabile.

(2) Per $\varepsilon = h/6, h/2, h$ si provocano sollecitazioni specifiche 2, 4, 7 volte quelle per $\varepsilon = 0$ cioè N centrato, perciò $\varepsilon = h$ implica valori quasi impossibili di M quando è preminente lo stato tensionale e perciò si cerca proprio di questo λ_{cr} siccome avviene per l'asta con sforzo assiale, per archi portanti tenuti nel proprio piano, per le superficie cilindriche di volte autoportanti o no.

(3) Cfr. p. 209 e segg.