

CAPITOLO VII

FLESSIONE COMPOSTA

1. La sollecitazione di flessione composta come sovrapposizione di due flessioni semplici e di una trazione (o compressione) semplice.

La sollecitazione composta di due flessioni semplici e di una trazione (o compressione) semplice prende il nome di *flessione composta*, di *tensoflessione* (o *pressoflessione*), o anche di *trazione* (o *compressione*) *eccentrica*.

Le sollecitazioni esterne agenti sulla base $z = l$ ammettono come sole caratteristiche diverse da zero $\mathcal{M}'_x = \mathcal{M}_x$, $\mathcal{M}'_y = \mathcal{M}_y$, ed $F'_z = F_z$ (*). Le coppie possono comporsi in una coppia \mathcal{M} agente in un piano ortogonale a quello della base. La sollecitazione risulta così dalla coesistenza di una flessione deviata e di una trazione (o compressione); il piano in cui agisce la coppia è il *piano di sollecitazione*, la sua traccia s sul piano della base è l'*asse di sollecitazione*.

La coppia \mathcal{M} e la forza F_z possono ancora comporsi in un'unica forza F_z diretta secondo l'asse z , agente nel piano di sollecitazione ad una distanza

$$e = \frac{\mathcal{M}}{F_z} \quad (1)$$

dall'asse z (fig. 7-1). Il punto C in cui questa forza incontra il piano della base si chiama *centro di sollecitazione*; il punto C si trova sull'asse s , e dista dalla retta m baricentrica della lunghezza fornita dalla (7-1); tale lunghezza si chiama *eccentricità*.

Il segno del secondo membro della (7-1) si giustifica per la convenzione sulla distanza fatta nel Cap. I; fissato il verso di m , ad $\mathcal{M} > 0$ ed $F_z > 0$ corrisponde $e > 0$, e così per gli altri casi.

Le sollecitazioni sulla base $z = 0$ ammettono come sole caratteristiche diverse da zero $\mathcal{M}^0_x = -\mathcal{M}_x$, $\mathcal{M}^0_y = -\mathcal{M}_y$, $F^0_z = -F_z$; anche esse

(*) Si ricordi che F_z coincide in valore e segno con la caratteristica di sforzo normale.

possono comporsi in un'unica forza $-F_z$, uguale e contraria alla forza F_z agente sulla base $z=l$.

Le caratteristiche della sollecitazione interna in corrispondenza della generica sezione retta si riducono alle N , M_x , M_y , uguali alle corrispondenti caratteristiche della sollecitazione esterna agente sulla base $z=l$;

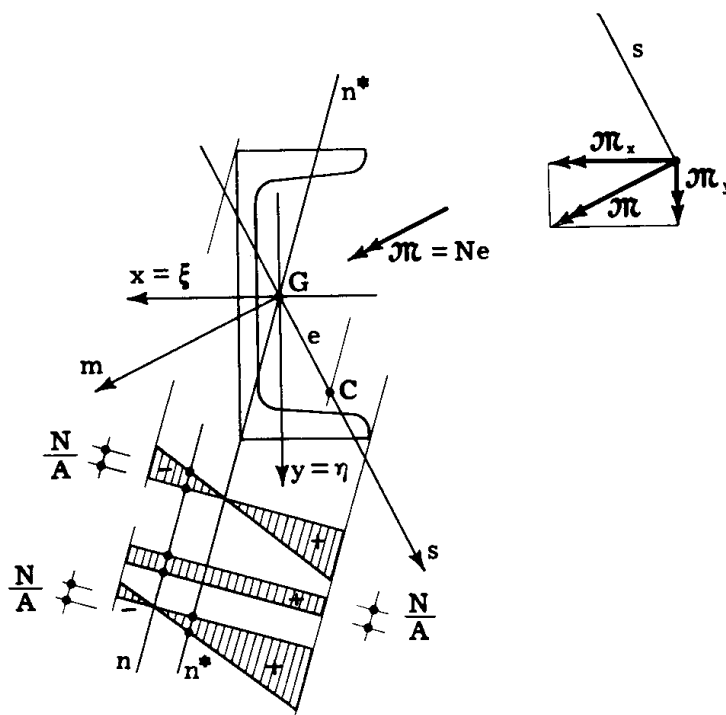


FIG. 7-1

le forze interne elementari sulla generica sezione retta hanno per risultante quindi una forza N parallela all'asse z e ad una distanza da quest'ultimo pari all'eccentricità.

Può scriversi, per il principio di sovrapposizione,

$$\sigma_z = \frac{N}{A} + \frac{M_x}{I_x} y - \frac{M_y}{I_y} x. \quad (a)$$

La (a) assicura che gli estremi dei vettori σ_z giacciono su un piano; la retta n , intersezione di questo piano con quello della sezione retta, luogo dei punti ove $\sigma_z = 0$, si chiama *asse neutro*. Le tensioni lungo ogni corda parallela all'asse neutro sono costanti, e risultano proporzionali alla distanza d_n della corda da esso. L'equazione dell'asse neutro è

$$\frac{N}{A} + \frac{M_x}{I_x} y - \frac{M_y}{I_y} x = 0.$$

Chiamando e_x ed e_y le coordinate del centro di sollecitazione secondo gli assi x ed y (fig. 7-2) si ha

$$M_x = N e_y \quad ; \quad M_y = - N e_x \quad ;$$

chiamando ρ_x e ρ_y i raggi principali d'inerzia, distesi su y ed x , forniti dal-

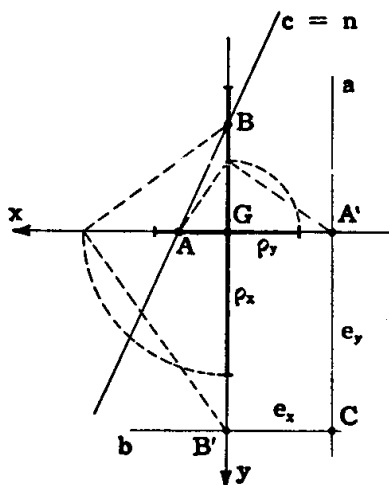


FIG. 7-2

le note relazioni

$$I_x = \rho_x^2 A \quad ; \quad I_y = \rho_y^2 A$$

la (a) si scrive

$$\sigma_z = \frac{N}{A} \left(\frac{e_y}{\rho_x^2} y + \frac{e_x}{\rho_y^2} x + 1 \right). \quad (b)$$

L'equazione dell'asse neutro è perciò la seguente

$$1 + \frac{e_y}{\rho_x^2} y + \frac{e_x}{\rho_y^2} x = 0$$

I due punti A e B in cui l'asse n incontra gli assi x ed y hanno le coordinate

$$A \left(-\frac{\rho_y^2}{e_x}, 0 \right) \quad ; \quad B \left(0, -\frac{\rho_x^2}{e_y} \right).$$

Si riconosce così (fig. 1-25) che C è il centro relativo alla retta c .

Di questa proprietà può darsi anche una dimostrazione sintetica. Le forze elementari $\sigma_z dA$ devono ammettere per risultante una forza N normale al piano della sezione retta e applicata in C (fig. 7-1); poichè σ_z è proporzionale alla distanza d_n dall'asse neutro, se ne trae che il baricentro delle masse $d_n dA$, e cioè il centro relativo alla retta c , coincide con C .

Dalla suddetta corrispondenza tra C ed n discende che n (fig. 7-3) è secante, tangente od esterno alla sezione retta secondo che C è esterno, sul contorno, od interno rispetto al nocciolo centrale d'inerzia della sezione

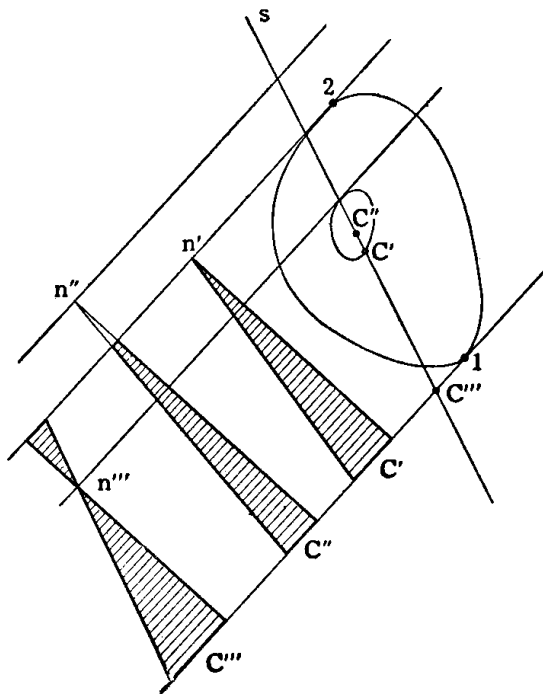


FIG. 7-3

retta (§ 1-11); nel primo caso la sezione è divisa dall'asse n in due parti ove le tensioni σ_z sono di segno opposto, negli altri due casi le tensioni sono tutte dello stesso segno.

2. Formule binomie.

Il diagramma delle σ_z (fig. 7-1) risulta dalla sovrapposizione di quello relativo alla flessione deviata di momento $M = Ne$, e di quello relativo alla trazione (o compressione) N . Si può perciò scrivere la σ_z sotto la forma binomia

$$\sigma_z = \frac{N}{A} + \frac{M_n}{I_{n^*}} d_{n^*} \quad (2)$$

$$\sigma_z = \frac{N}{A} + \frac{M}{I'_{n^*}} d'_{n^*} \quad (2')$$

avendo indicato con d_{n^*} e d'_{n^*} le distanze dell'area elementare dA dall'asse n^* baricentrico parallelo all'asse neutro, valutate normalmente ad n^* o parallelamente ad s , e con I_{n^*} e I'_{n^*} i momenti d'inerzia della sezione retta rispetto ad n^* , valutati attraverso le distanze d_{n^*} e d'_{n^*} .

Le (2) e (2') si scrivono pure

$$\sigma_z = \frac{N}{A} + \frac{Nd_{Cn^*}}{I_{n^*}} d_{n^*} \quad (3)$$

$$\sigma_z = \frac{N}{A} + \frac{Ne}{I'_{n^*}} d'_{n^*}, \quad (3')$$

avendo indicato con d_{Cn^*} la distanza del centro di sollecitazione dall'asse n^* , valutata normalmente ad n^* .

3. Formule monomie.

Si è già osservato che su ogni corda parallela all'asse neutro la tensione è costante, e proporzionale alla distanza d_n della corda da esso. In corrispondenza del baricentro, e quindi lungo tutto l'asse n^* baricentrico parallelo all'asse neutro, si ottiene (dalla (a), per $x=y=0$) $\sigma_z = N/A = \sigma_m$ (*tensione media*).

Si può scrivere (fig. 7-4), dopo avere orientato n ,

$$\sigma_z = \sigma_1 d_n \quad (c)$$

ove σ_1 è la tensione relativa alla corda distante $d_n=1$ da n . La condizione di equivalenza relativa alle forze secondo z è

$$\int_A \sigma_z dA = \sigma_1 \int_A d_n dA = \sigma_1 S_n = N$$

avendo indicato con S_n il momento statico della sezione retta rispetto all'asse neutro; si ha perciò

$$\sigma_z = \frac{N}{S_n} d_n. \quad (4)$$

La (7-4) può anche ottenersi dal triangolo delle tensioni; chiaman-

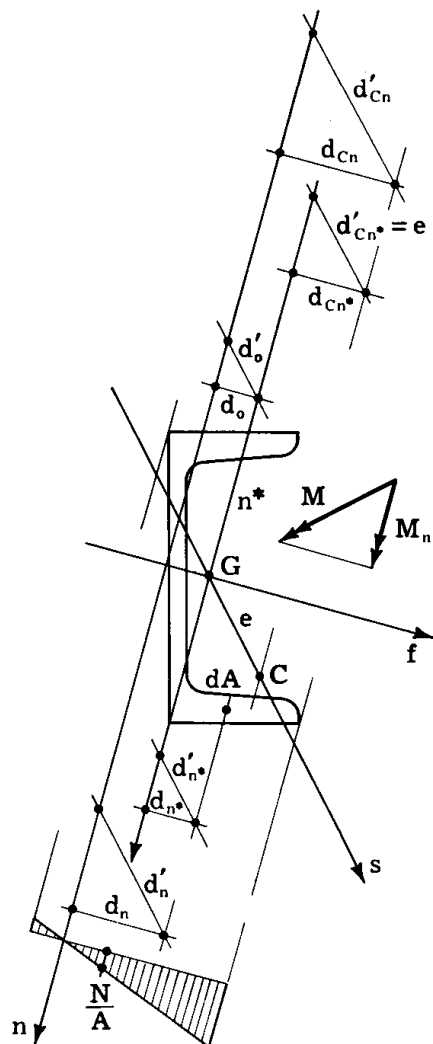


FIG. 7-4

do d_o la distanza di G da n , si ha (fig. 7-4)

$$\frac{N}{A} : \sigma_z = d_o : d_n$$

da cui

$$\sigma_z = \frac{N}{A} \frac{d_n}{d_o} ; \quad (5)$$

la (7-5) coincide con la (7-4), perchè $A d_o$ è il momento statico S_n .

Moltiplicando numeratore e denominatore delle (7-4) e (7-5) per $\cos \hat{sf}$, si ha (form. 1-6)

$$\sigma_z = \frac{N}{S'} d'_n \quad (4')$$

$$\sigma_z = \frac{N}{A} \frac{d'}{d'_o} ; \quad (5')$$

S' è il momento statico della sezione retta rispetto all'asse neutro n , valutato attraverso le distanze d'_n .

La condizione di equivalenza relativa ai momenti intorno all'asse neutro si scrive

$$\int_A \sigma_z d_n dA = Nd_{cn}$$

da cui

$$\sigma_1 \int_A d_n^2 dA = \sigma_1 I_n = Nd_{cn}$$

e ancora

$$\sigma_z = \frac{Nd_{cn}}{I_n} d_n \quad (6)$$

con l'analogia (form. 1-6)

$$\sigma_z = \frac{Nd'_{cn}}{I'_n} d'_n . \quad (6')$$

La lunghezza d_{cn} (d'_{cn}) è la distanza del centro C di sollecitazione dall'asse neutro, ed I_n (I'_n) il momento d'inerzia della sezione rispetto all'asse neutro; la (7-6) ha lo stesso aspetto della formula di Navier.

La condizione di equivalenza relativa ai momenti intorno all'asse n^* fornisce

$$\int_A \sigma_z d_{n^*} dA = Nd_{cn^*}$$

da cui

$$\sigma_1 \int_A d_n d_{n^*} dA = Nd_{cn^*}$$

$$\sigma_1 I_{n^*} = Nd_{Cn^*}$$

$$\sigma_z = \frac{Nd_{Cn^*}}{I_{n^*}} d_n \quad (7)$$

ed analoga

$$\sigma_z = \frac{Ne}{I'_{n^*}} d'_n, \quad (7')$$

dove e è la distanza di C da n^* , valutata secondo s , cioè il segmento CG .
Dalle (7-6) e (7-7) si ricava

$$\frac{d_{Cn}}{I_n} = \frac{d_{Cn^*}}{I_{n^*}}. \quad (8)$$

4. Momenti di nocciolo.

Si faccia riferimento alla generica sezione retta, e si orienti la retta m (e quindi n ed n^*).

Le forze $\sigma_z dA$ sono equivalenti, come già detto, ad una forza N applicata in C (fig. 7-5); siano E_1 ed E_2 i due punti in cui il contorno del nocciolo è tagliato dall'asse di sollecitazione CG . Può anche dirsi che le forze $\sigma_z dA$ sono equivalenti ad una forza N applicata in E_1 e ad una coppia M_{c1} agente nel piano di sollecitazione

$$M_{c1} = N \cdot CE_1 = N \cdot d_1$$

pari in valore e segno al momento di N applicato in C rispetto ad E_1 . Siano 1 e 2 i due punti della sezione più distanti dall'asse neutro, punti di tangenza delle tangenti n_1 ed n_2 rispettivamente antipolari di E_1 e di E_2 . Le tensioni σ_z sono somma di quelle provocate da N agente in E_1 , e di quelle provocate da M_{c1} . Alla forza N è connesso un diagramma di σ_z che si annulla in 1, essendo n_1 l'antipolare di E_1 ; perciò la σ_z in 1 è dovuta solo alla coppia M_{c1} , e si calcola attraverso le formule (6-6) della flessione deviata; poichè n^* lascia 1 alla sua sinistra (§ 6-3), è

$$\sigma_{z1} = \frac{M_{c1}}{W'_{1n}} = \frac{M_{c1}}{A n_1}. \quad (9)$$

In maniera perfettamente analoga si ottiene

$$\sigma_{z2} = - \frac{M_{c2}}{W'_{2n}} = - \frac{M_{c2}}{A n_2} . \quad (10)$$

Nelle (7-9) e (7-10) n_1 ed n_2 sono presi in valore assoluto.

I momenti M_{c1} M_{c2} prendono nome di *momenti di nocciolo*. Se il centro C giace su uno dei due assi principali della sezione, le σ_z estreme si calcolano, utilizzando i momenti di nocciolo, con la formula di Navier.

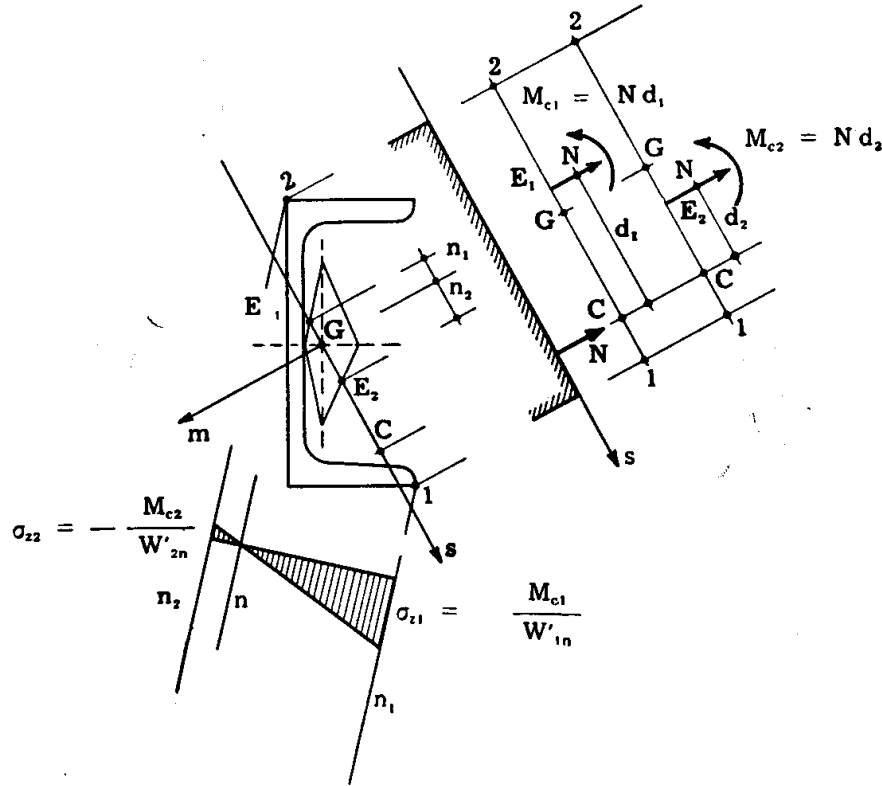


FIG. 7-5

I momenti di nocciolo forniscono soltanto i valori estremi di σ_z . Si osservi che se C giace sul contorno del nocciolo (per es. se $C = E_2$) è $d_2 = 0$, $M_{c2} = 0$, $\sigma_{z2} = 0$; se C è esterno al nocciolo, M_{c1} ed M_{c2} sono dello stesso segno, e σ_{z1} , σ_{z2} di segno opposto; se C è interno al nocciolo, M_{c1} ed M_{c2} sono di segno opposto, e σ_{z1} , σ_{z2} dello stesso segno.

Dalle (7-9) e (7-10) si deducono le condizioni di sicurezza (il punto 1 è alla sinistra di n^*)

$$\begin{aligned} \text{in 1)} \quad & \frac{M_{c1}}{W'_{1n}} \leq \sigma_{at} \quad (M_{c1} > 0) \quad ; \quad \frac{|M_{c1}|}{W'_{1n}} \leq |\sigma_{ac}| \quad (M_{c1} < 0) \\ \text{in 2)} \quad & \frac{|M_{c2}|}{W'_{2n}} \leq \sigma_{at} \quad (M_{c2} < 0) \quad ; \quad \frac{M_{c2}}{W'_{2n}} \leq |\sigma_{ac}| \quad (M_{c2} > 0) . \end{aligned} \quad (11)$$

Dalle (7-11) si trae che per effettuare la verifica di resistenza in corrispondenza di una sezione presso-inflessa appartenente ad una generica struttura è necessario calcolare relativamente a quella sezione i massimi valori positivi e negativi dei due momenti di nocciolo M_{c1} M_{c2} ; si giustifica così la costruzione delle linee d'influenza dei momenti di nocciolo che si

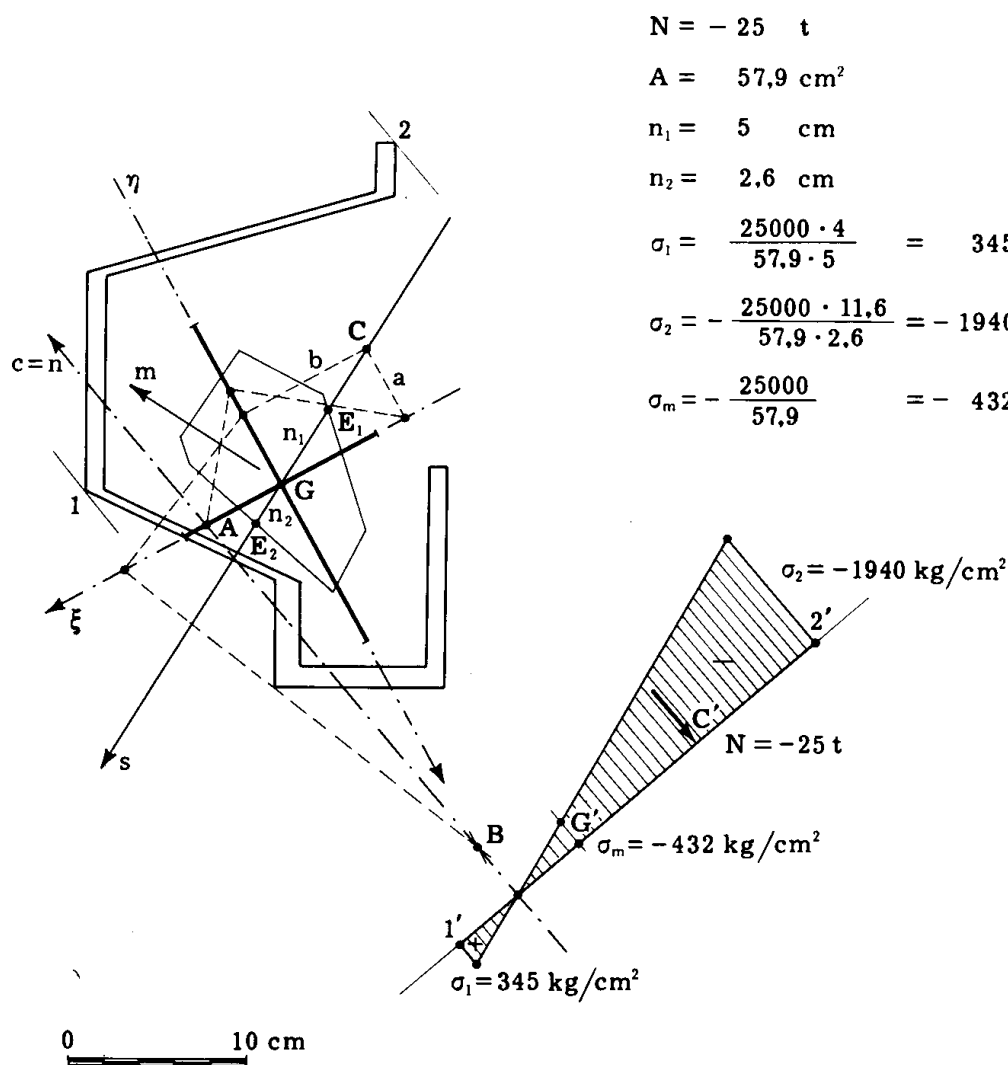


FIG. 7-6

esegue sovente nello studio degli archi metallici da ponte. Diverso è il caso degli archi in conglomerato, in relazione alla diversa parzializzazione della sezione per le varie condizioni di carico.

Nella fig. 7-6 è riproposta la sezione già trattata nel § 6-5, soggetta ad una forza assiale di -25 t (di compressione) agente in C. L'asse neutro si è ricavato graficamente.

L'asse di sollecitazione CG intercetta i due raggi di nocciolo

$$n_1 = 5 \text{ cm}$$

$$n_2 = 2,6 \text{ cm} ;$$

i due momenti di nocciolo valgono

$$M_{c1} = 25.000 \cdot 4 \text{ Kg cm}$$

$$M_{c2} = 25.000 \cdot 11,6 \text{ Kg cm} ,$$

ambedue positivi (assi vettori diretti secondo m).

E' perciò

$$\sigma_1 = \frac{M_{c1}}{A n_1} = \frac{25.000 \cdot 4}{57,9 \cdot 5} = 345 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\sigma_2 = - \frac{M_{c2}}{A n_2} = - \frac{25.000 \cdot 11,6}{57,9 \cdot 2,6} = - 1940 \text{ Kg/cm}^2 .$$

Si ha poi

$$\sigma_m = \frac{N}{A} = - \frac{25.000}{57,9} = - 432 \text{ Kg/cm}^2 .$$

5. Espressione del potenziale elastico e dell'energia di deformazione.

Nel caso della flessione composta il potenziale elastico è fornito, per la (2-23), da

$$\varphi = \frac{\sigma_z^2}{2 E} = \frac{1}{2 E} \left(\frac{N}{A} + \frac{M_x}{I_x} y - \frac{M_y}{I_y} x \right)^2 .$$

L'energia di deformazione relativa all'intero solido è

$$L = \int_V \varphi dV = \frac{N^2 \ell}{2 EA} + \frac{M_x^2 \ell}{2 EI_x} + \frac{M_y^2 \ell}{2 EI_y} ; \quad (12)$$

i termini di scambio, e con essi l'energia mutua, sono nulli perchè, essendo i due assi x ed y principali d'inerzia, e quindi baricentrici e coniugati, risulta

$$\int_A x dA = \int_A y dA = \int_A xy dA = 0 .$$

Il teorema di Clapeyron fornisce anch'esso

$$L_e = \frac{1}{2} F_z \Delta l + \frac{1}{2} \mathcal{M}_x \Delta \varphi_x + \frac{1}{2} \mathcal{M}_y \Delta \varphi_y = \frac{F_z^2 l}{2 EA} + \frac{\mathcal{M}_x^2 l}{2 EI_x} + \frac{\mathcal{M}_y^2 l}{2 EI_y} ;$$

i lavori mutui sono nulli perchè le caratteristiche $N M_x M_y$ sono rispettivamente ortogonali a $\Delta \varphi_x$ e $\Delta \varphi_y$, a Δl e $\Delta \varphi_y$, a Δl e $\Delta \varphi_x$.

6. La sezione rettangolare.

Si consideri un solido di De Saint-Venant a sezione rettangolare $b \times h$, in cui il centro C (fig. 7-7) sia ubicato sulla mediana parallela ad h .

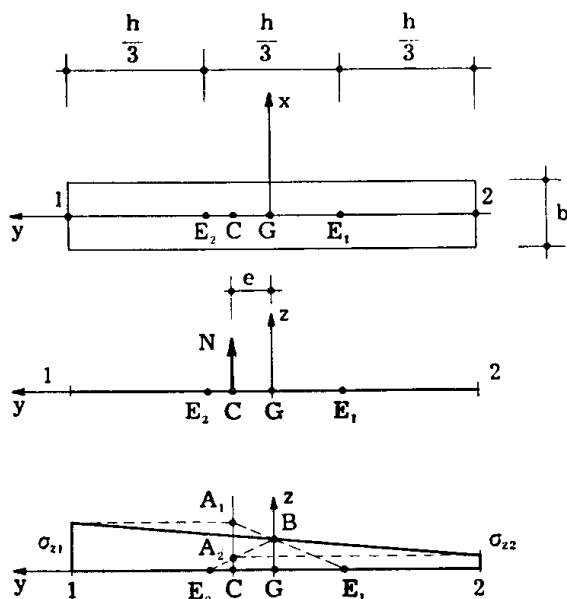


FIG. 7-7

Il segmento di nocciolo disteso sulla mediana è lungo $h/3$. Sia e l'eccentricità di N , positiva se C giace dalla parte delle y positive.

Le (7-9) e (7-10) forniscono

$$\begin{aligned} \sigma_{z1} &= \frac{N \left(\frac{h}{6} + e \right)}{\frac{bh^2}{6}} = \frac{N}{bh} \frac{\frac{h}{6} + e}{\frac{h}{6}} = \sigma_m \frac{\frac{h}{6} + e}{\frac{h}{6}} \\ \sigma_{z2} &= - \frac{-N \left(\frac{h}{6} - e \right)}{\frac{bh^2}{6}} = \frac{N}{bh} \frac{\frac{h}{6} - e}{\frac{h}{6}} = \sigma_m \frac{\frac{h}{6} - e}{\frac{h}{6}} . \end{aligned} \quad (13)$$

Effettuando la costruzione indicata nella fig. 7-7 (si riporta $BG = \sigma_m$ su z , si proietta B da E_1 ed E_2 , intersecando in A_1 e A_2 la parallela in C a z) si ha

$$CA_1 : \sigma_m = \left(\frac{h}{6} + e \right) : \frac{h}{6} \quad (d)$$

$$CA_2 : \sigma_m = \left(\frac{h}{6} - e \right) : \frac{h}{6}$$

Dalle (7-13) e (d) si trae

$$CA_1 = \sigma_{z1}$$

$$CA_2 = \sigma_{z2} .$$

La costruzione è la stessa se C è esterno al segmento di nocciolo (fig. 7-8); in questo caso risulta $M_{c2} = -N (h/6 - e)$ positivo e σ_{z2} negativo.

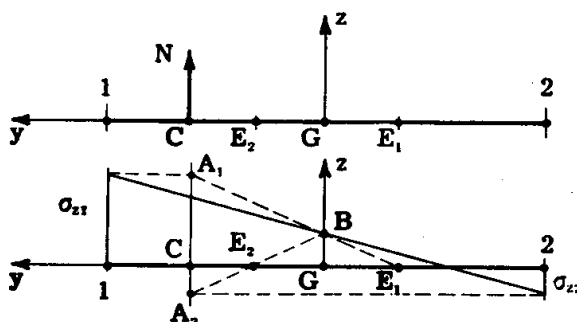


FIG. 7-8

Se il centro C coincide con uno dei due punti di nocciolo (fig. 7-9) è $\sigma_{z1} = 2 \sigma_m$, $\sigma_{z2} = 0$; il diagramma delle σ_z è triangolare.

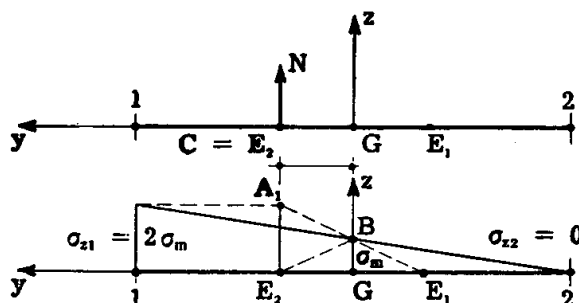


FIG. 7-9

La retta d'azione di N deve contenere il baricentro del trapezio (intrecciato o meno) delle σ_z , poichè N è la risultante delle forze $\sigma_z dA$, pro-

durre il calcolo prescindendo completamente da essa; in alcuni casi (muratura a secco) la σ'_0 è in rigore uguale a zero.

Il calcolo di un solido di De Saint-Venant, costituito da un materiale siffatto, e sollecitato da una forza normale N di compressione eccentrica, non differisce da quello già esposto se il centro C di sollecitazione è interno al nocciolo; in questo caso infatti l'asse neutro non taglia la sezione, e le tensioni sono tutte di compressione. Se C è esterno al nocciolo, il calcolo condotto alla maniera usuale conduce ad un diagramma tensionale intrecciato, il che è inammissibile, attesa l'incapacità del materiale a sopportare sforzi di trazione. In questo caso una parte del solido non reagisce; occorre determinare la retta n_r che separa la parte S_r della sezione retta reagente a compressione da quella inerte $S - S_r$, attraverso la condizione — necessaria — che n_r sia asse neutro nella sollecitazione di pressoflessione provocata da N , e cioè che C ed n_r si corrispondano come polo e antipolo rispetto all'ellisse di inerzia della sola parte S_r . Poichè n_r risulta tangente alla parte S_r , C giace sul contorno del nocciolo d'inerzia di S_r , e la congiungente il baricentro G_r di S_r con C è coniugata di n_r rispetto all'ellisse d'inerzia di S_r .

Il problema in generale non si presta ad una soluzione diretta, perchè per determinare n_r occorre conoscere l'ellisse di S_r , ed S_r a sua volta dipende da n_r , poichè è quella parte della sezione retta ubicata rispetto ad n_r dalla stessa parte di C . A volte però la direzione di n_r è nota a priori; questo capita quando la sezione ammette un asse di simmetria s (fig. 7-12)

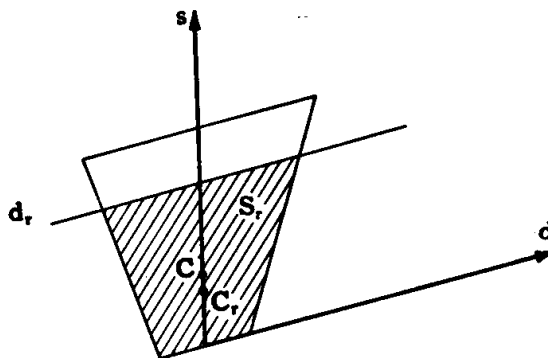


FIG. 7-12

coniugato ad una direzione d , ed il centro C giace su s . In tal caso qualsiasi retta d_r parallela a d stacca una parte S_r di sezione che ammette ancora l'asse di simmetria s , e perciò rispetto ad S_r le rette s e d_r sono coniugate; l'antipolo di d_r rispetto all'area S_r , C_r , giace su s . Esiste perciò una $d_r = n_r$ cui corrisponde $C_r = C$.

Per determinare la posizione di n_r una volta fissato C si divide (fig. 7-13) la sezione in strisce mediante rette molto vicine e parallele a d ; si riportano le aree dS di queste strisce come vettori paralleli a d e applicati

nei baricentri delle singole strisce: sia OT il poligono dei dS. Si proiettano i dS da un polo P, e si traccia il corrispondente poligono funicolare, di cui sono a e b il primo e l'ultimo lato. Si proietta C secondo la direzione d sulla retta a, in E; da E si conduce una retta c tale che le due aree tratteggiate nella figura (comprese tra, a, c, e il poligono funicolare) risultino uguali.

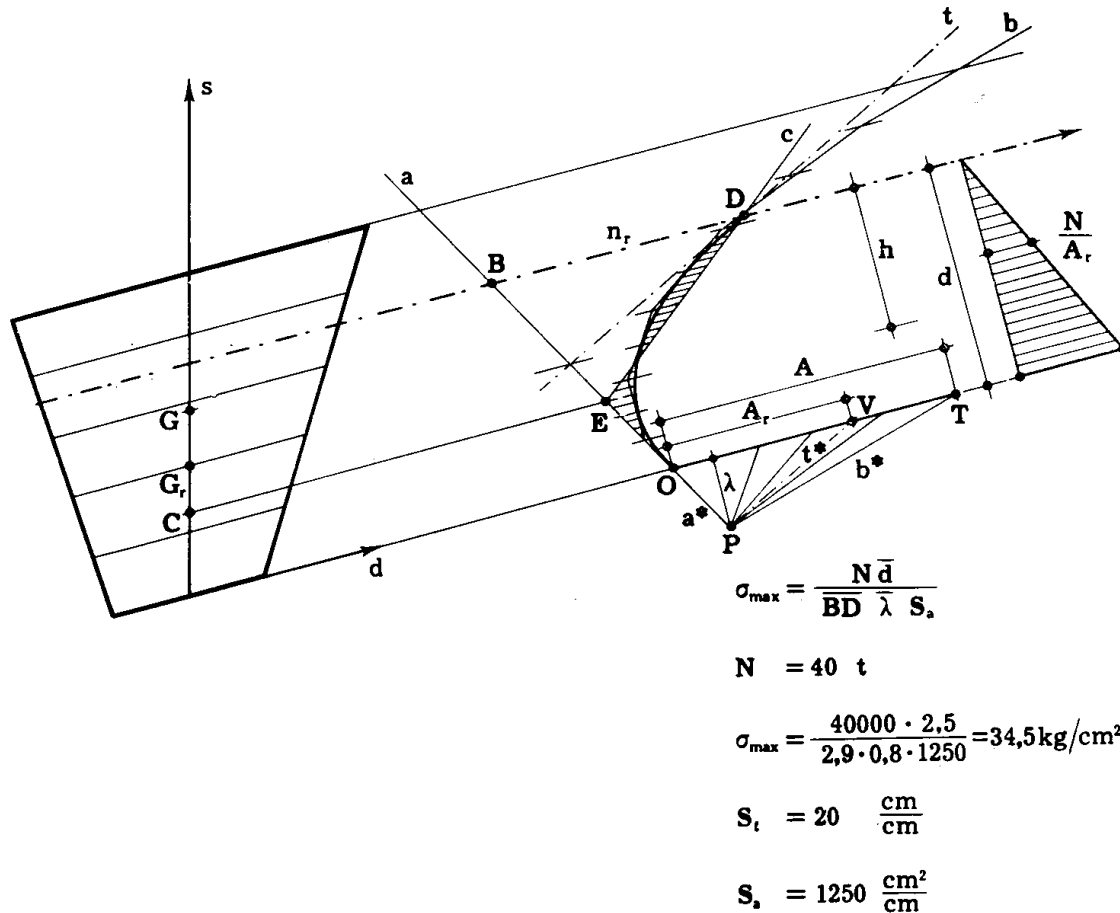


FIG. 7-13

Per il punto D in cui la retta c taglia il poligono funicolare passa l'asse neutro n_r . Infatti, chiamando λ la base del poligono funicolare, è, con riferimento alla parte S_r di sezione che giace rispetto ad n_r dalla stessa parte di C,

$$I_n = 2 \bar{\Omega}_{\text{BOD}} \bar{\lambda} S_t^2 S_a$$

$$S_n = \overline{BD} \bar{\lambda} S_t S_a$$

essendo I_n ed S_n il momento d'inerzia e il momento statico di S_r rispetto ad n_r , $\bar{\Omega}_{\text{BOD}}$ l'area (letta sul disegno) compresa tra il primo lato a del poligono funicolare, il poligono stesso, e la retta n_r , e \overline{BD} la misura sul

disegno del segmento BD. Per la costruzione fatta, l'area $\bar{\Omega}_{\text{BOD}}$ è pari a quella $\bar{\Omega}_{\text{BED}}$ del triangolo BED, e perciò (*).

$$h = \bar{h} \cdot S_t = \frac{2 \bar{\Omega}_{\text{BED}}}{\overline{BD}} S_t = \frac{I_n}{S_n} . \quad (e)$$

Poichè I_n/S_n è la distanza, dalla retta n_r , alla quale deve trovarsi il centro della retta n_r rispetto ad S_r , il punto C, che si trova a tale distanza, e sulla direzione coniugata di n_r rispetto ad S_r , è proprio il centro di n_r rispetto ad S_r .

Sia t la tangente in D al poligono funicolare; il punto di incontro di a e t fornisce la posizione del baricentro G_r di S_r ; le parallele a^* e t^* ad a e t da P definiscono l'area A_r di S_r ; riportando il valore N/A_r in corrispondenza di G_r , si traccia immediatamente il diagramma delle tensioni σ_z .

Dalla (7-4) si ha direttamente:

$$\sigma_{\max} = \frac{Nd}{S_n} = \frac{N\bar{d}}{\overline{BD} \cdot \bar{\lambda} S_a} , \quad (f)$$

essendo d la distanza dell'asse neutro dal bordo della sezione reagente.

Per una sezione rettangolare $b \times h$, ove C è ubicato sulla mediana parallela ad h e fuori del nocciolo (o, come generalmente si dice, fuori del *terzo medio*, poichè il segmento di nocciolo coincide con il segmento centrale risultante dalla divisione della mediana h in tre parti) l'asse neutro n_r è parallelo a b , e, dovendo C ed n_r corrispondersi come

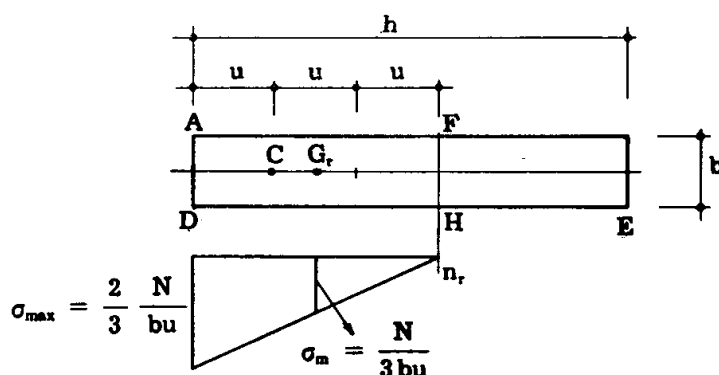


FIG. 7-14

polo e antipolare rispetto al rettangolo ADHF (fig. 7-14), la dimensione

(*) La costruzione della fig. 7-13 è la stessa riportata in fig. 1-28 ed 1-34. Si osservi che, nel caso trattato, è $\lambda < 0$, $BD > 0$, $S_n < 0$, $h < 0$, $d < 0$; inoltre, per quanto sopra, è pure $\Omega < 0$.

AF si ottiene triplicando la distanza u di C dal bordo AD . Risulta così

$$\sigma_{\max} = \frac{2}{3} \frac{N}{bu} . \quad (14)$$

Si osservi (fig. 7-15) che l'asse n_r è più vicino a C di quanto non ri-

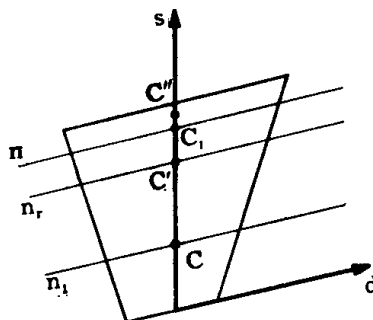


FIG. 7-15

sulti l'asse n nell'ipotesi di sezione completamente reagente. Infatti C è il centro relativo ad n rispetto a tutta la sezione S , e così C_1 è il centro relativo a n_1 rispetto a tutta la sezione. Ma C_1 è il baricentro di due masse, l'una pari al momento statico di S_r rispetto a n_1 e concentrata in C' , centro rispetto ad S_r di n_1 , l'altra pari al momento statico di $S - S_r$ rispetto ad n_1 e concentrata in C'' , centro di n_1 rispetto a $S - S_r$.

Il punto C' giace su n_r , e C'' è al disopra di n_r ; i momenti statici di S_r e di $S - S_r$ rispetto ad n_1 sono dello stesso segno; perciò C_1 è ubicato tra C' e C'' .

Se il centro di sollecitazione C non è ubicato su un asse di simmetria della sezione, occorre procedere per tentativi. Fissata una direzione arbi-

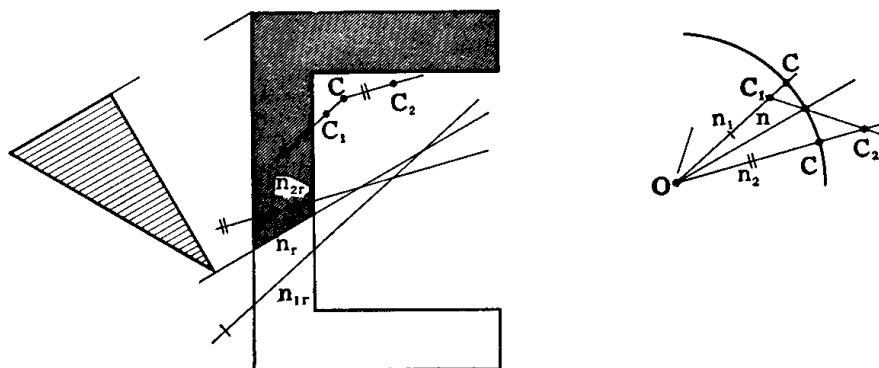


FIG. 7-16

traria n_1 (fig. 7-16) si esegue la costruzione già descritta (fig. 7-13) ot-

tenendo un asse neutro n_{1r} . Si costruisce poi il centro C_1 di n_{1r} rispetto ad

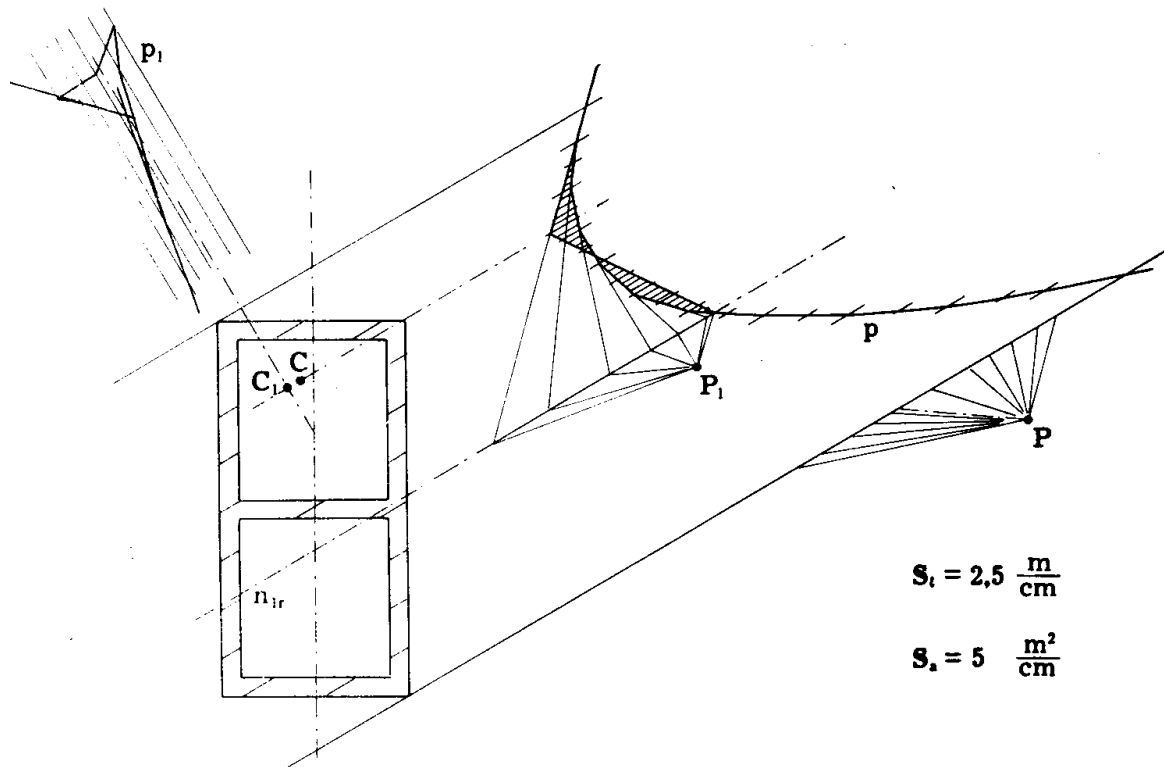


FIG. 7-17

S_r ; C_1 in genere non coincide con C , pur trovandosi sulla parallela ad n_1

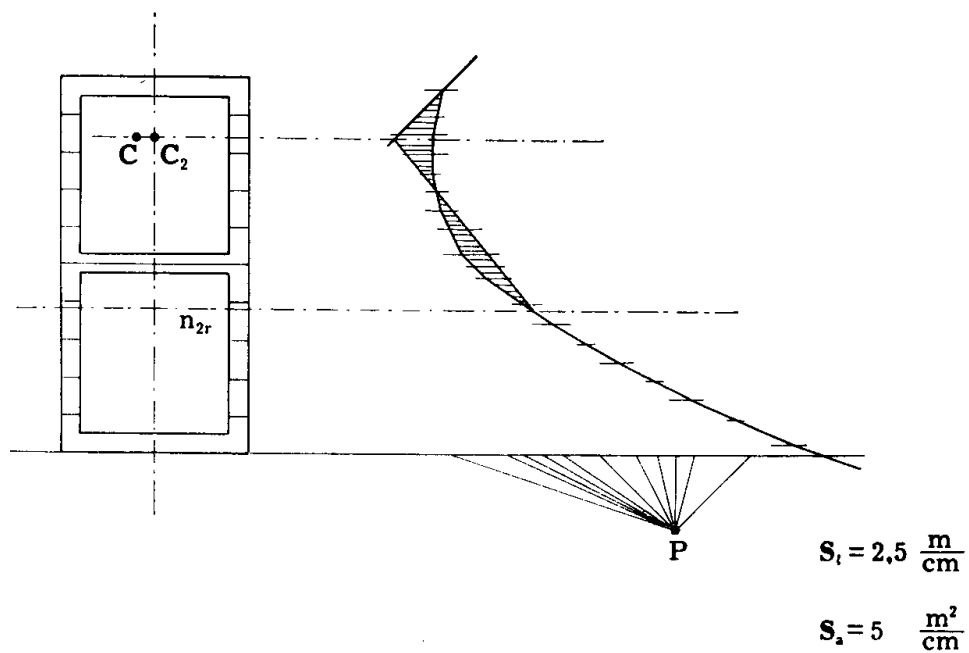
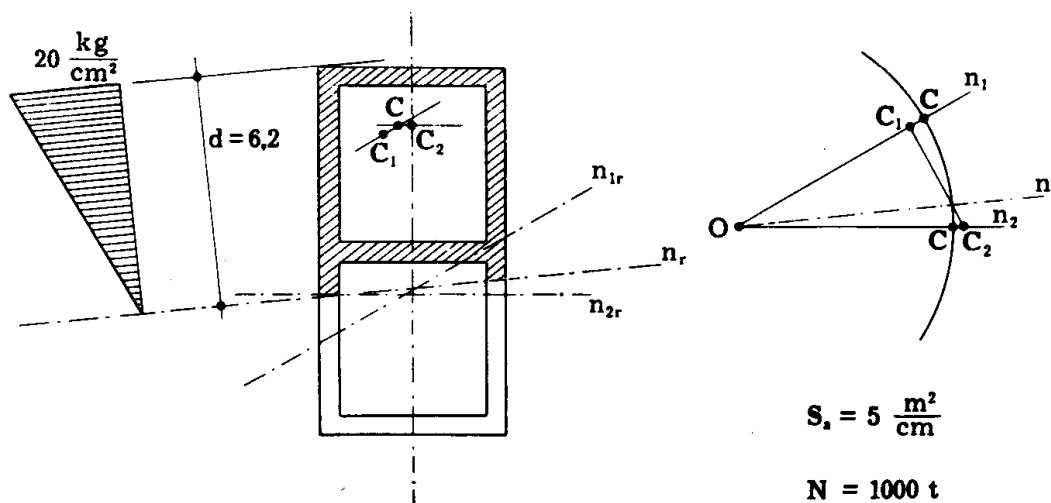


FIG. 7-18

per C ; infatti per costruzione la distanza di C da n_{1r} è fornita dalla (e), e la distanza di C_1 da n_{1r} è data dalla stessa espressione.

Si effettua quindi un nuovo tentativo, prefissando un'altra direzione n_2



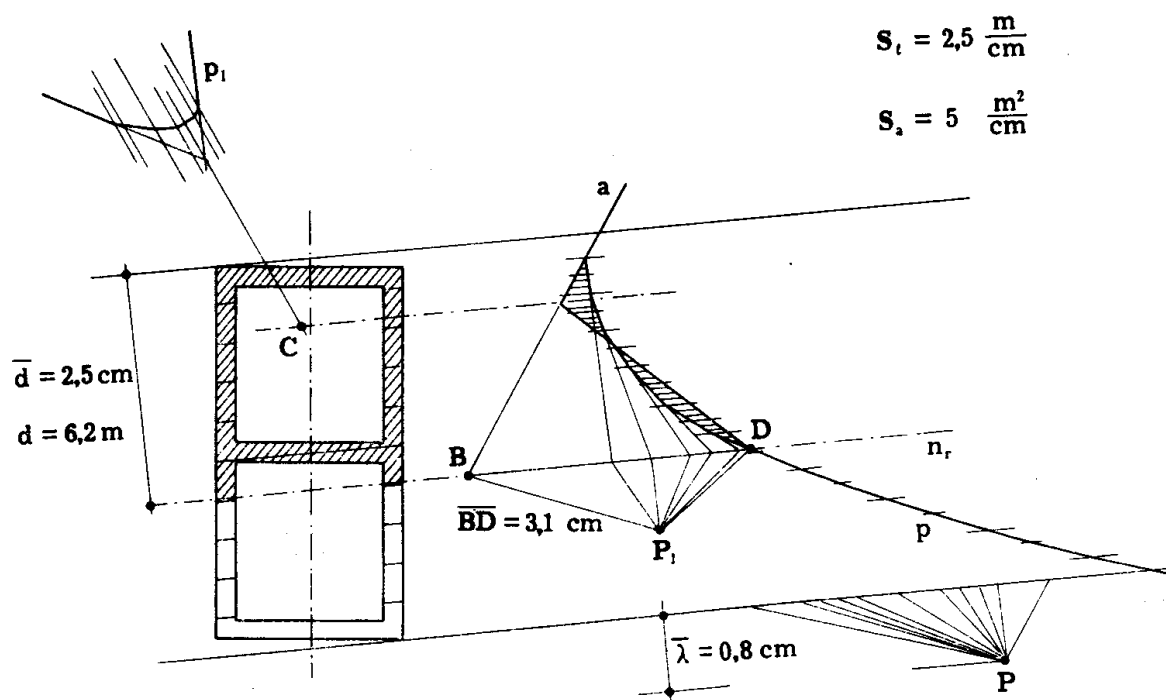
$$S_x = 5 \frac{\text{m}^2}{\text{cm}}$$

$$N = 1000 \text{ t}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{1000 \cdot 2.5}{3.1 \cdot 0.8 \cdot 5} = 200 \frac{\text{t}}{\text{m}^2} = 20 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

FIG. 7-19

dell'asse neutro; si ottiene così l'asse neutro n_{2r} , e il centro C_2 . Riportan-



$$S_x = 2.5 \frac{\text{m}}{\text{cm}}$$

$$S_y = 5 \frac{\text{m}^2}{\text{cm}}$$

FIG. 7-20

do a partire da una circonferenza di centro O gli errori CC_1 sui raggi paralleli alle direzioni n_1 , l'intersezione della curva luogo dei punti C_1 (curva

di errore) con la circonferenza definisce la giusta direzione n dell'asse neutro. In genere è sufficiente eseguire due tentativi, e assimilare la curva di errore alla retta $C_1 C_2$.

Nelle figg. da 7-17 a 7-20 è riportato un esempio relativo ad una torre a sezione diaframmata.