

CAPITOLO IV
LE TRAVATURE RETICOLARI

1. Definizione di travatura reticolare.

Si consideri nel piano un insieme di *aste* (strutture monodimensionali ad asse rettilineo) collegate tra loro o al suolo in corrispondenza delle estremità; i punti di concorso di due o più aste si chiamano *nodi*.

Si supponga che i collegamenti tra le aste siano a cerniera (*nodi cerniere*); se la struttura così vincolata è labile, si è in presenza di un *telaio*, in caso contrario si tratta di una *travatura reticolare*.

In realtà i collegamenti sono sempre rigidi (*nodi incastri*); l'ipotesi di nodi cerniere però conduce a calcoli estremamente semplificati ed a risultati che spesso sono molto vicini al vero, e comunque può costituire il primo stadio del calcolo esatto.

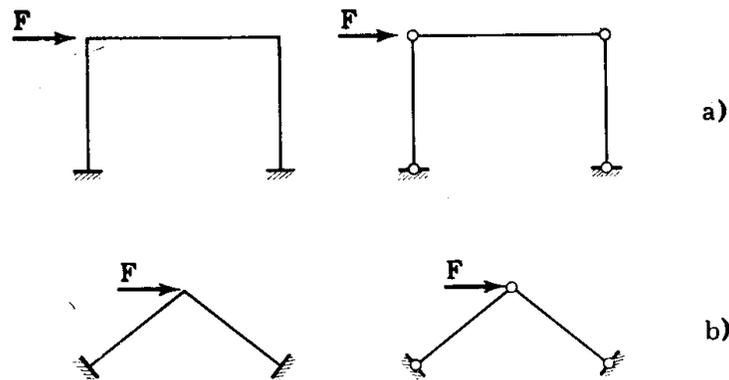


FIG. 4-1

Si fa l'ipotesi che le forze esterne possano agire solo nei nodi; questa è, al contrario della prima, quasi sempre verificata nelle travature reticolari, per la quasi totalità delle forze esterne. Neppure in tal caso (*carico nei nodi*) nel telaio (fig. 4-1 a) esiste, in genere, possibilità di una soluzione equilibrata (anche se non congruente) cui si associ la sola caratteristica sforzo normale; nella travatura reticolare (fig. 4-1 b) invece ciò accade.

Il calcolo nell'ipotesi di nodi cerniere è effettuato a vantaggio di statica, almeno per quanto attiene al coefficiente di sicurezza globale a rottura (Vol. IV). Le sollecitazioni ottenute nell'ipotesi di nodi cerniere sono tanto più vicine al vero quanto più a parità di area, e compatibilmente con le esigenze di stabilità dell'equilibrio, le sezioni delle aste presentano basso momento d'inerzia.

Lo stesso accade, per le travature ad aste caricate, con riferimento alle sollecitazioni derivanti dalla congruenza angolare nei nodi.

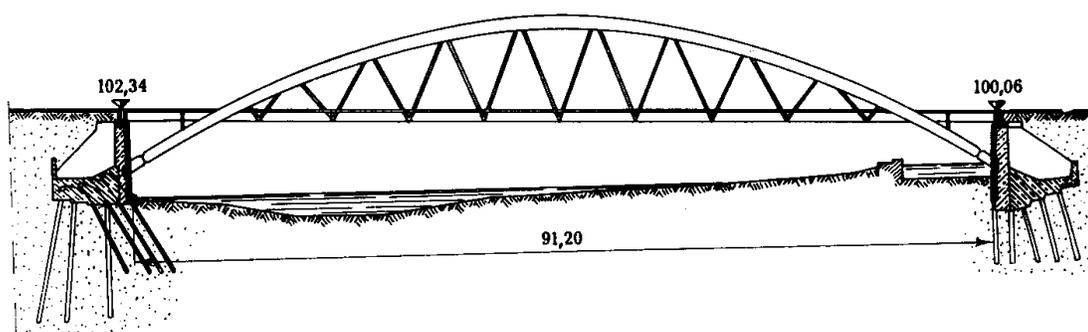


FIG. 4-2

Nelle travature metalliche si è generalmente in presenza di aste di basso momento d'inerzia; il contrario accade nelle travature in conglomerato armato. Queste ultime sono molto rare, ma se ne trovano nobili esempi, come (fig. 4-2) le travature «Nielsen» da ponte, forse tra gli schemi più razionali, anche se non da tutti apprezzate sotto il profilo estetico, giudizio del resto sempre opinabile.

2. Le travature isostatiche.

Si considerano in questo capitolo travature reticolari a nodi cerniere; sia c il numero dei nodi, a quello delle aste.

Se si eliminano tutti i vincoli esterni ed interni, il sistema ha $3a$ gradi di libertà. Ogni cerniera che unisce n aste elimina $2(n-1)$ gradi di libertà; poichè ogni asta collega due cerniere, il grado totale di libertà eliminato dalle cerniere è

$$\sum_c 2(n-1) = 2 \sum_c n - 2c = 4a - 2c .$$

Se v è il numero di gradi di libertà soppresso dai vincoli esterni, il grado di libertà della struttura è

$$3a - (4a - 2c) - v = 2c - a - v .$$

Sia l l'ordine di labilità della struttura (gradi di libertà che essa presenta) ed i l'ordine di iperstaticità (numero di aste o vincoli semplici che occorre sopprimere perchè la struttura diventi isostatica, e cioè tale che

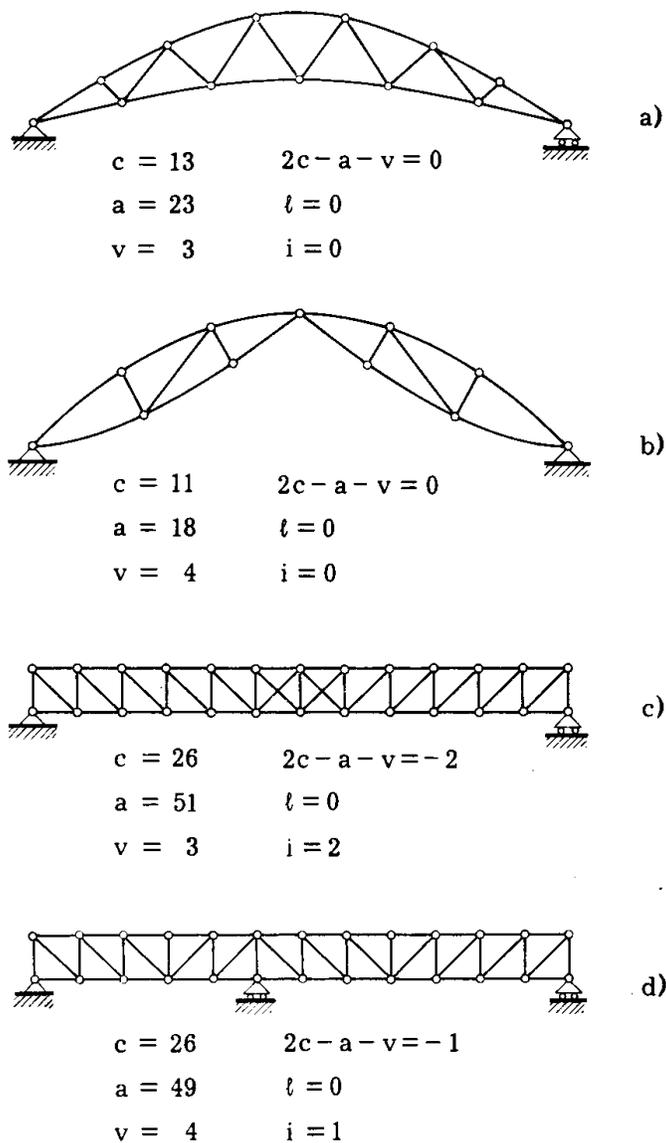


FIG. 4-3

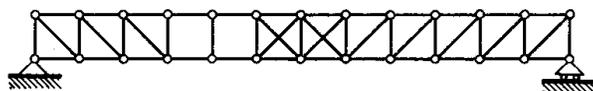
qualsiasi ulteriore eliminazione di un'asta o di un vincolo semplice conferisca alla struttura un grado di libertà, in modo da poter calcolare la corrispondente reazione attraverso il principio dei lavori virtuali per sistemi rigidi olonomi); si può porre

$$2c - a - v = l - i. \quad (1)$$

Se la struttura è isostatica, è (fig. 4-3 a, b)

$$2c - a - v = 0 ; \quad (2)$$

se si verifica la (4-2), ed $i = l = 0$, la struttura è isostatica. Può darsi



$$c = 26 \quad 2c - a - v = 0$$

$$a = 49 \quad l = 2$$

$$v = 3 \quad i = -2$$

FIG. 4-4

infatti che si verifichi la (4-2), e sia $l \neq 0$, $i \neq 0$, ed $l = i$; in tal caso la struttura (fig. 4-4) è in parte iperstatica ed in parte labile.

3. Gli sforzi normali nelle travature isostatiche.

Si considerino travature isostatiche.

La ricerca delle reazioni in corrispondenza dei vincoli esterni, e di quelli interni che collegano più parti di travatura ciascuna isostatica, si esegue con i noti metodi della statica (*). Conosciute le suddette reazioni, per il calcolo degli sforzi normali nelle aste possono essere adottati svariati metodi; il più vantaggioso sotto molti aspetti è quello di *W. Ritter* (1890), applicabile se esiste la possibilità di un taglio che sconnetta la travatura in due parti impegnando, oltre l'asta interessata, altre due aste (*sezione di Ritter*).

Se si vuole conoscere lo sforzo normale nell'asta 2 della travatura della fig. 4-5, si esegue un taglio che impegna anche le aste 1 e 3; la parte a destra, o quella a sinistra (**), del taglio è in equilibrio sotto le forze esterne (applicate e reazioni) e le forze interne N_1 , N_2 , N_3 . L'equazione di equilibrio alla rotazione intorno al polo P_2 dell'asta 2 (punto d'incontro degli assi delle altre due aste 1 e 3 impegnate dal taglio) non contiene

(*) Per una più completa trattazione della isostaticità delle strutture si rimanda al Vol. III, dove è anche contenuto qualche cenno sulla ricerca delle reazioni nelle strutture isostatiche.

(**) Conviene scegliere la parte che consente di calcolare M_e (vedi seguito) più agevolmente.

N_1 ed N_3 , poichè queste forze passano per P_2 ; si ha perciò un'equazione che fornisce direttamente N_2 . Se si conviene di assumere N positiva se

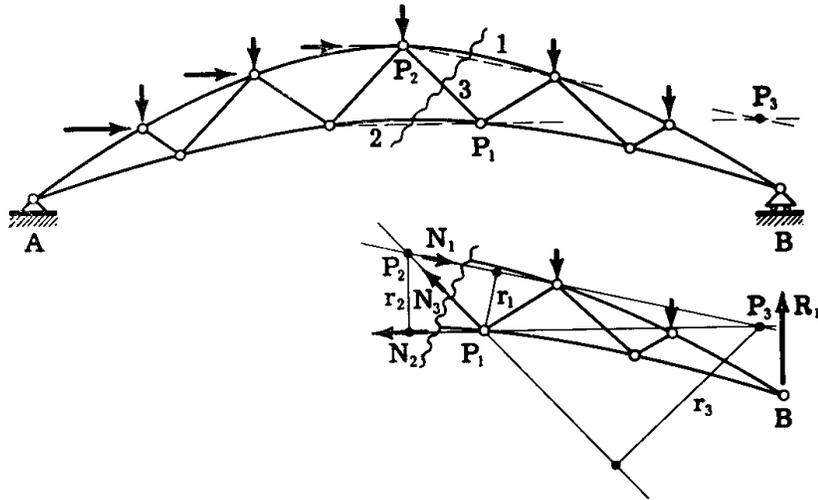


FIG. 4-5

di trazione, ed i momenti positivi se antiorari, con riferimento al caso in esame si ha

$$- N_2 r_2 + M_{e2} = 0 \quad (a)$$

dove M_{e2} è il momento rispetto al polo P_2 delle forze esterne a destra della sezione di Ritter. Dalla (a) si trae

$$N_2 = \frac{M_{e2}}{r_2} \quad (3)$$

Poichè M_{e2} risulta positivo, N_2 è di trazione; si dice che l'asta 2 è un *tirante*.

La stessa sezione permette di conoscere le forze N_1 ed N_3 . Per N_1 il polo è P_1 , e si ha (N_1 positiva se di trazione)

$$N_1 r_1 + M_{e1} = 0$$

da cui

$$N_1 = - \frac{M_{e1}}{r_1} ;$$

poichè M_{e1} è positivo, N_1 è di compressione (l'asta 1 è un *puntone*).

Per N_3 si ha

$$- N_3 r_3 + M_{e3} = 0$$

da cui

$$N_3 = \frac{M_{e3}}{r_3} ;$$

il momento M_{e3} è positivo, e quindi l'asta 3 è un tirante. Si osservi che per scrivere le equazioni precedenti si è supposta la generica N positiva; nella fig. 4-5 le N si sono invece riportate con il segno effettivo, risultante dalla risoluzione delle equazioni (*).

Spesso accade che il polo di un'asta sia improprio (fig. 4-6); ciò si verifica, ad esempio, per tutte le aste di parete di una travatura a

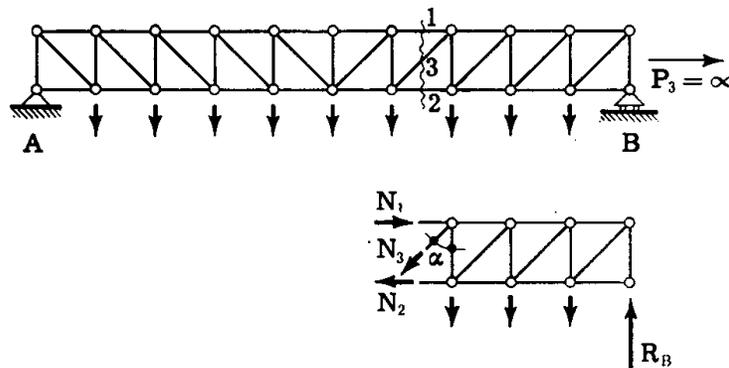


FIG. 4-6

correnti rettilinei e paralleli (**). In tal caso l'equazione di equilibrio alla traslazione, secondo la normale ai correnti, di tutte le forze agenti a destra della sezione di Ritter (o a sinistra) si scrive.

$$N_3 \cos \alpha + F_{ve} = 0 , \quad (b)$$

dove N_3 è positiva se di trazione, ed F_{v3} , somma delle componenti secondo la normale ai correnti delle forze esterne agenti a destra della sezione, è positiva se diretta verso il basso. Dalla (b) si trae ($F_{ve} = F_e$)

$$N_3 = - \frac{F_e}{\cos \alpha} ; \quad (4)$$

nel caso in figura F_e è negativa, e perciò l'asta 3 è un tirante.

(*) Si avverte che, se le aste non hanno asse rettilineo (come sovente accade per le aste di corrente nelle travate a correnti non rettilinei) tutto quanto si dice per le aste rettilinee resta valido con riferimento alle congiungenti i nodi, ed alle reazioni trasmesse dai nodi alle aste.

(**) La gran maggioranza delle travature reticolari è costituita da aste (*aste di corrente*) disposte secondo due linee rette o curve (*correnti o briglie*); i due correnti sono collegati da altre aste (*aste di parete*) verticali od oblique.

Se il polo P_3 di un'asta di parete esce fuori del disegno (fig. 4-7) si può ottenere N_3 , dopo aver calcolato gli sforzi normali N_1 ed N_2 delle aste di corrente impegnate dalla stessa sezione di Ritter, costruendo il poligono

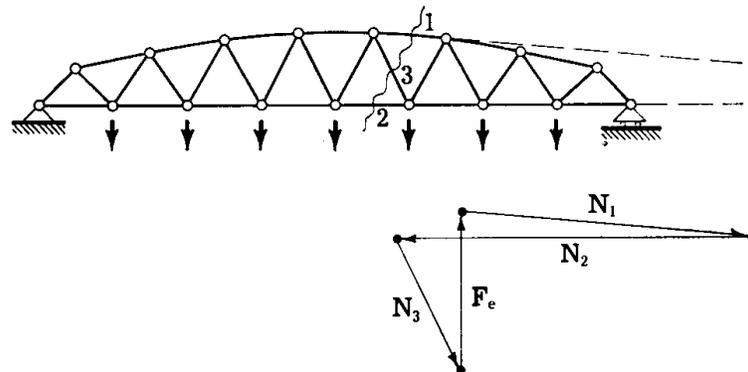


FIG. 4-7

delle forze F_e , N_1 , N_2 e chiudendo con N_3 ; a riprova della bontà delle operazioni precedenti, N_3 deve risultare parallelo all'asse dell'asta 3.

Se, come spesso accade, la trave è appoggiata ed i carichi sono verticali, conviene tracciare il diagramma dei momenti e tagli come se si trattasse

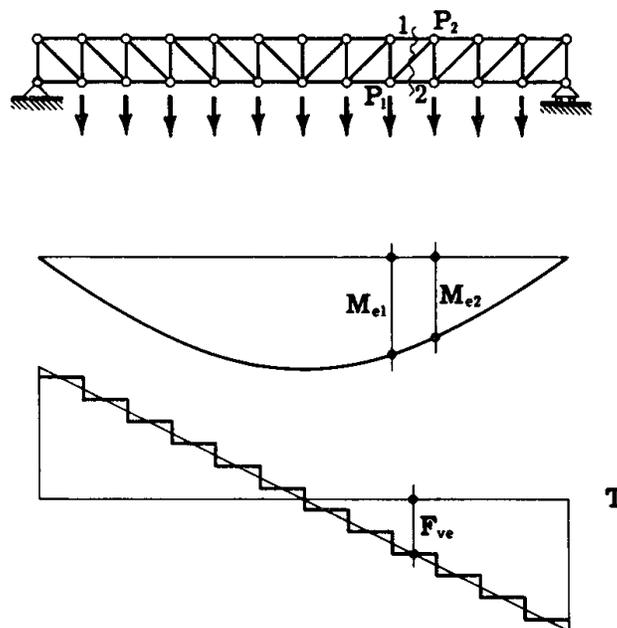
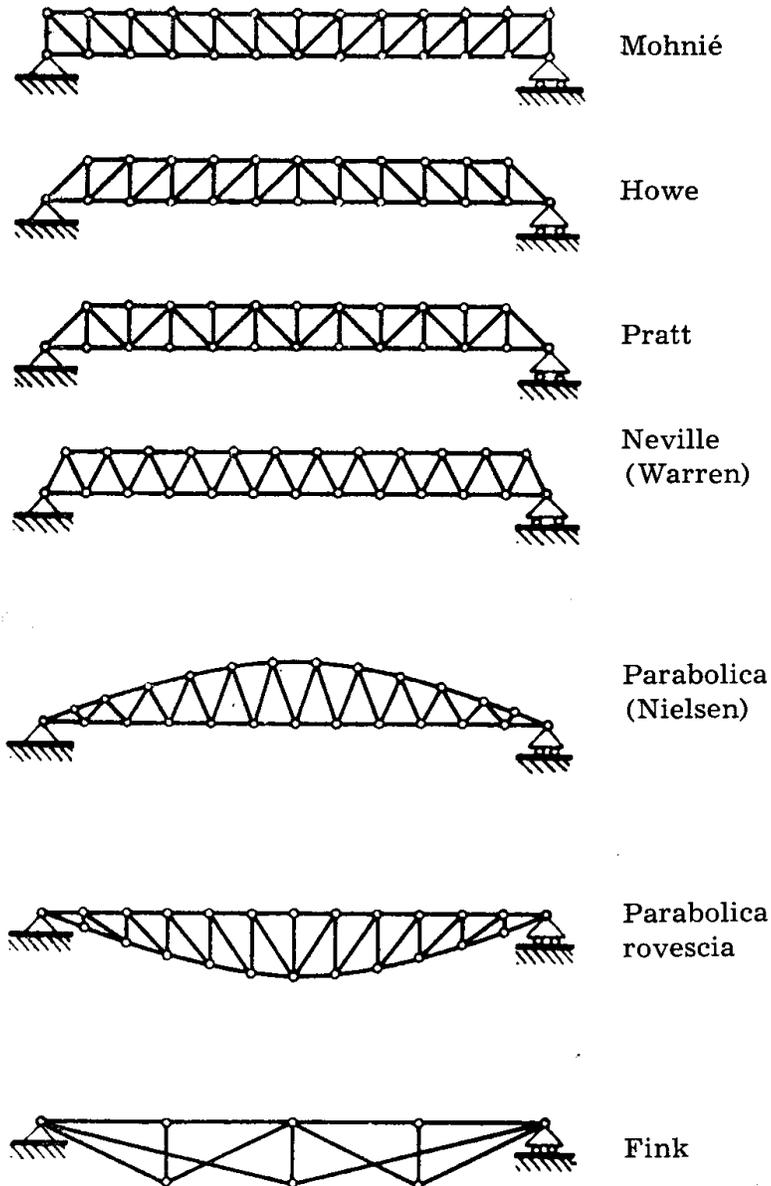


FIG. 4-8

di una trave qualsiasi; questi diagrammi forniscono immediatamente i momenti M_e e le forze F_e (fig. 4-8). Si riconosce così che i correnti assorbono il momento, risultando compresso il superiore e teso l'inferiore, e le aste relative sono tanto più sollecitate quanto più si è prossimi alla

mezzeria; le aste di parete assorbono il taglio, risultano alternativamente tese e compresse, e sono tanto più sollecitate quanto più vicine agli appoggi.

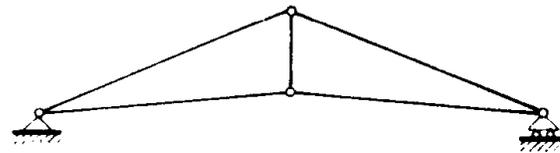


Travate da ponte

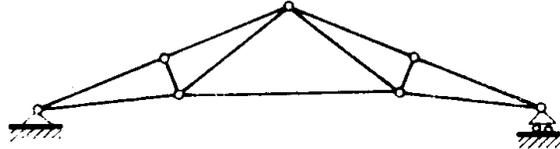
FIG. 4-9

Con riferimento al solo peso proprio, il metodo di Ritter permette considerazioni sintetiche per molte tra le travature reticolari da ponte più usate. Nelle strutture da ponte (fig. 4-9) sono molto frequenti le travature a correnti rettilinei e paralleli. Nel tipo *Mohnié* le aste di parete

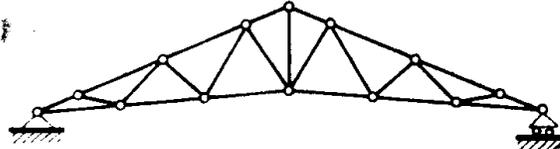
sono alternativamente verticali (*montanti*) ed inclinate (*diagonali*); le



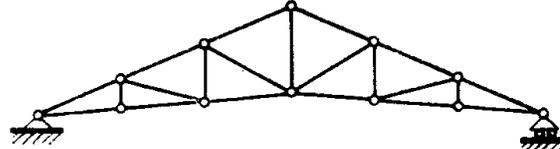
Capriata
semplice



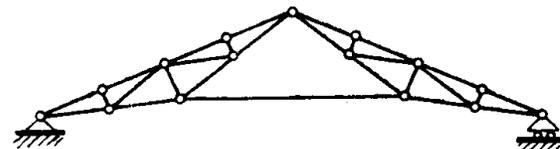
Polonceau



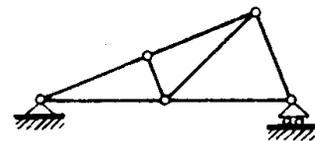
Inglese



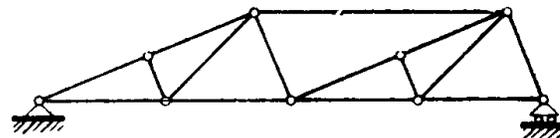
Inglese



Polonceau
composta



Shed



Shed doppio



Arco

FIG. 4-10

diagonali sono discendenti verso la mezzeria. Per il peso proprio le diagonali risultano tese, i montanti compressi.

Il tipo *Howe* è analogo al *Mohnié*, ma le diagonali sono ascendenti verso la mezzeria; per il peso proprio le diagonali risultano compresse, i montanti tesi. Per ragioni di stabilità, conviene che le aste compresse siano più corte, e quindi appare preferibile il tipo *Mohnié* al tipo *Howe*.

Il tipo *Pratt* presenta montanti, e diagonali alternativamente ascendenti e discendenti; il tipo *Warren* o *Neville* non ha montanti, e le dia-

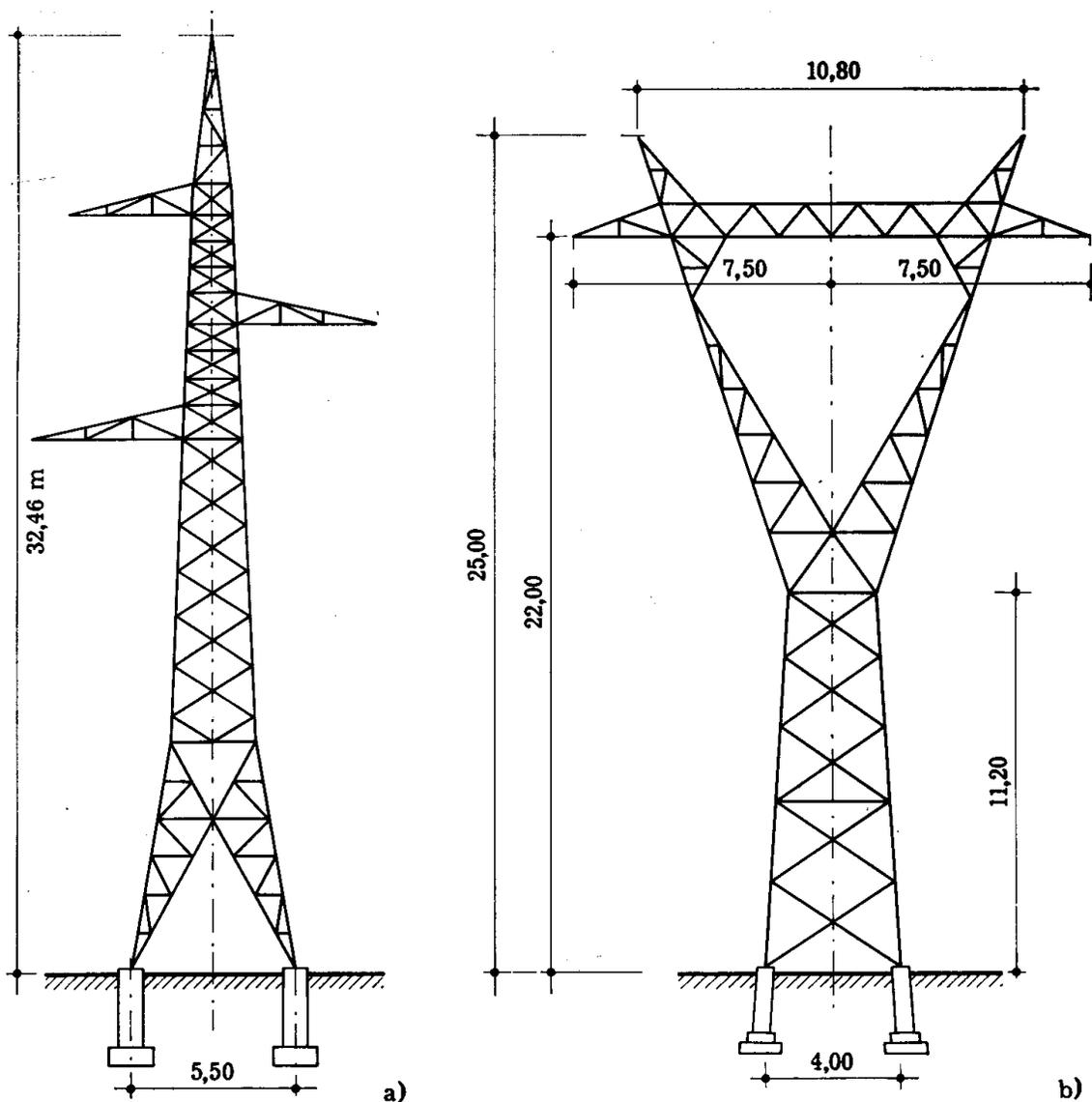


FIG. 4-11

gonali formano triangoli isosceli, o equilateri. Il tipo *Pratt* si riduce al *Warren*, perchè i montanti hanno il solo scopo di riportare il carico nel nodo in cui concorrono le due diagonali adiacenti, o di spezzare il campo di corrente (instabilità).

A parità di *campo* (distanza tra due nodi successivi), ed alla stessa ascissa, la *Warren* presenta sforzi uguali nelle due aste di parete tesa e

compressa, ed intermedi tra i due sforzi corrispondenti della Mohnié o della Howe.

La travatura da ponte può presentare un corrente curvilineo, di forma sovente parabolica; esso può essere il superiore o l'inferiore. Il primo tipo ha avuto molto successo, costituendo lo schema principale della struttura *Nielsen*; è questa una coppia di archi affiancati, continui, in conglomerato armato, unita all'impalcato, pur esso continuo, da travi di parete formate da tondini metallici capaci di sopportare solo sforzi di trazione. Questi elementi possono entrare in crisi per

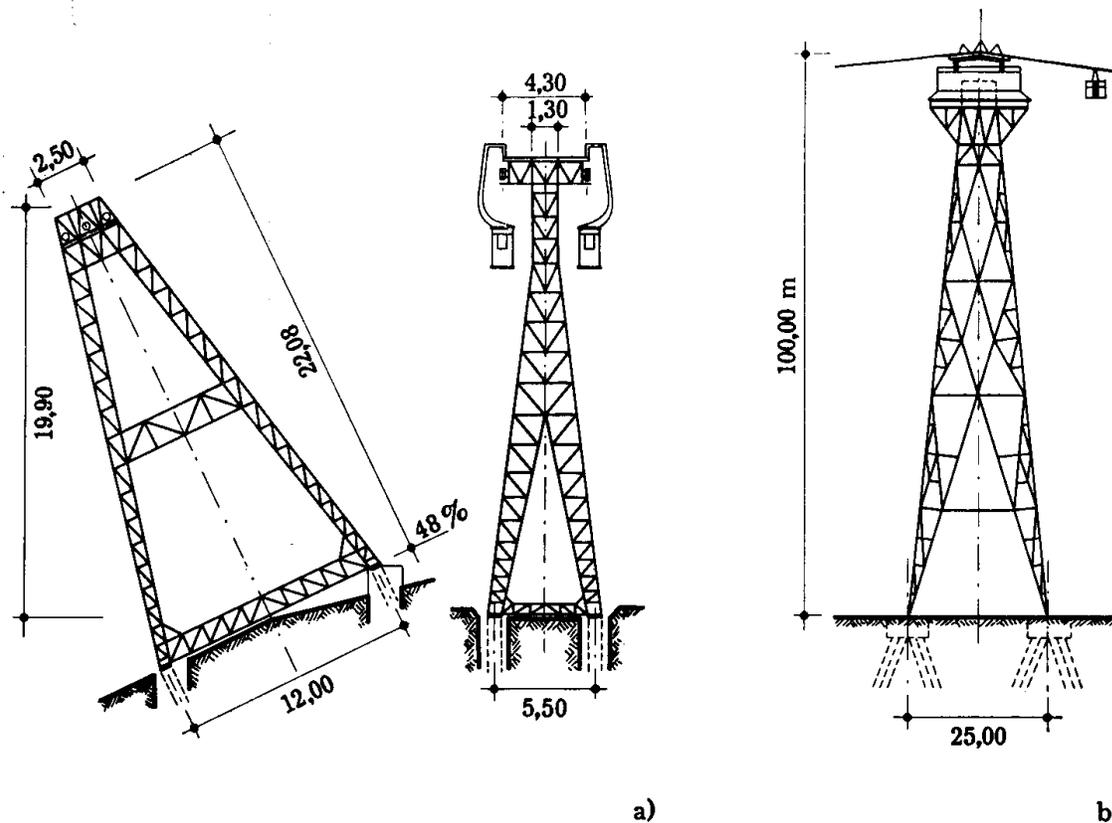


FIG. 4-12

compressione sotto particolari treni di carico accidentale, ma la struttura, pur con una o più aste in meno (*struttura variata*) non rovina, avendo ancora dei margini di resistenza in virtù della continuità dei due correnti. La trave parabolica ha rispetto alla Warren il vantaggio di presentare sforzi normali da peso proprio pressochè costanti lungo i correnti, e questo permette di realizzare le travi di corrente con sezione unica; ciò è molto apprezzato se si opera con conglomerato armato.

Caduta in disuso è la trave *Fink* citata nei testi per alcune sue peculiarità di carattere statico.

Molto adoperate le travature reticolari (fig. 4-10) nelle coperture, da

quelle per piccole luci (alla *Palladio*, *Polonceau semplice*, a *Shed semplice*) a quelle per luci medie (all'*Inglese*, *Polonceau composta*, *Shed doppio*, *Shed triplo*, etc.): per grandi luci sono preferibili gli archi reticolari a spinta eliminata.

Specifiche sono poi le travature reticolari nel campo dei grossi tralicci per elettrodotti (fig. 4-11), delle antenne radio, dei cavalletti per teleferiche (fig. 4-12), degli apparecchi di sollevamento e trasporto (fig. 4-13).

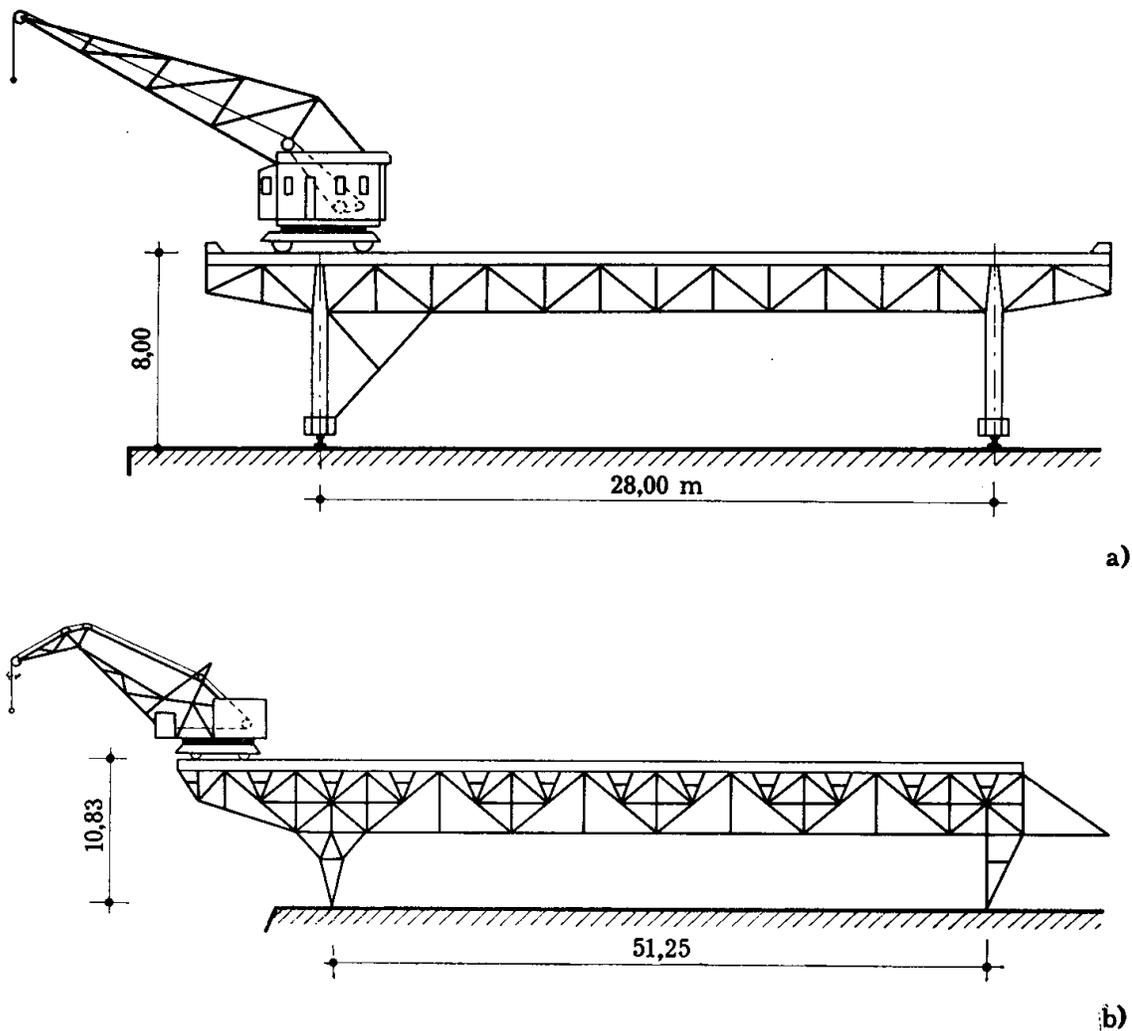


FIG. 4-13

Il metodo di *K. Culmann* non è che la traduzione grafica di quello di Ritter; esso consiste nello scomporre la risultante delle forze esterne, a destra (o a sinistra) della sezione di Ritter, secondo gli assi delle tre aste impegnate dalla sezione di Ritter.

Altro metodo interessante è quello (fig. 4-14) che si rifà al *principio dei lavori virtuali* per i sistemi olonomi rigidi, e che, riportandosi al tracciamento di una linea d'influenza, permette di calcolare, in presenza di

carichi accidentali alterni o mobili, i valori massimi della compressione e della trazione in ogni asta; per esso si rimanda al Vol. III.

Molto usato è anche il metodo di *L. Cremona* (1872).

Esso si basa sul fatto che su un generico nodo le forze esterne e gli sforzi trasmessi dalle aste devono essere in equilibrio, e quindi il relativo poligono delle forze deve essere chiuso (condizione necessaria e sufficiente di equilibrio nel nodo). La ricerca degli sforzi è quindi ridotta al tracciamento di tanti poligoni di forze quanti sono i nodi; occorre partire da un nodo dove gli sforzi normali incogniti sono solo due, e procedere

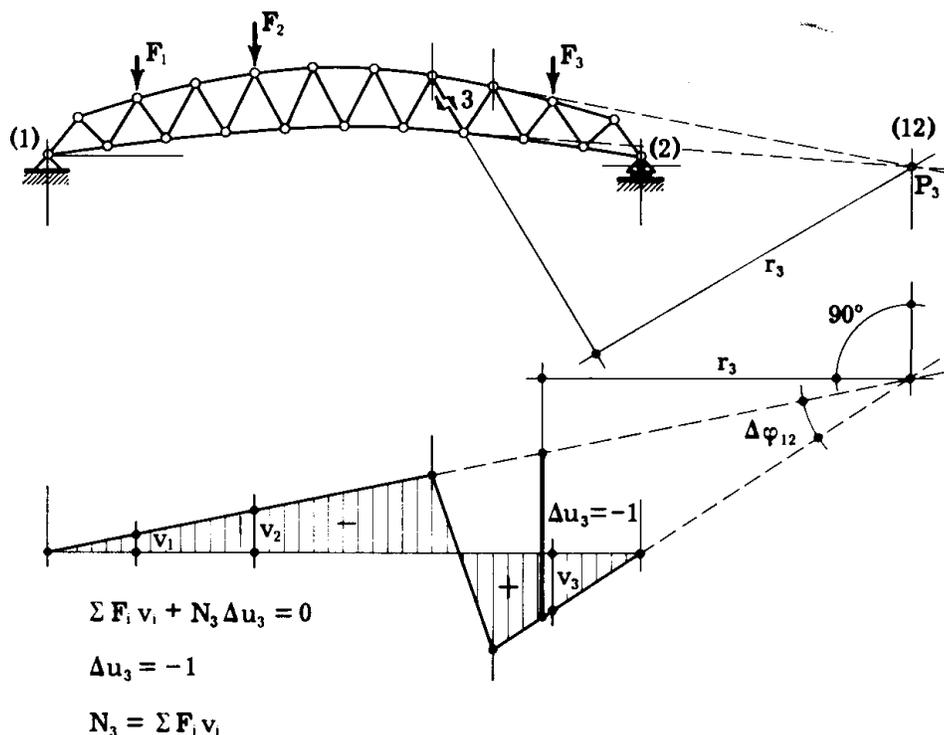


FIG. 4-14

scegliendo i nodi successivi in modo che tale condizione sia soddisfatta. Non sempre ciò è possibile (vedi per esempio la trave tipo Fink, o la Polonceau composta); in tal caso ci si aiuta con una sezione di Ritter.

Il Cremona ha notato che, disegnando tanti poligoni separati, ogni sforzo normale appare in due poligoni; e che, d'altro canto, è possibile, nei casi in cui i nodi si trovino tutti sul contorno, raggruppare i poligoni in modo che ogni sforzo sia tracciato una volta sola. Basta, a ciò fare, che i nodi siano numerati percorrendo il contorno in un certo senso, per esempio quello antiorario (fig. 4-15), e che il poligono chiuso delle forze esterne sia disegnato facendo succedere le forze così come s'incontrano percor-

rendo il contorno. Dopo ciò, si disegnano i poligoni delle forze relativi ai nodi facendo succedere le forze di un nodo generico nello stesso ordine in cui esse si incontrano eseguendo un giro in senso antiorario intorno al nodo stesso; ne vien fuori una figura, in cui tutti i poligoni sono raggruppati, ed uno sforzo normale è rappresentato da un solo segmento.

Questa figura si chiama *diagramma cremoniano*, o *diagramma reciproco*, o semplicemente *cremoniano*, della travatura soggetta a determinate forze. Ad ogni nodo della travatura in cui concorrono f forze (esterne o sforzi assiali) corrisponde nel cremoniano un poligono chiuso di f

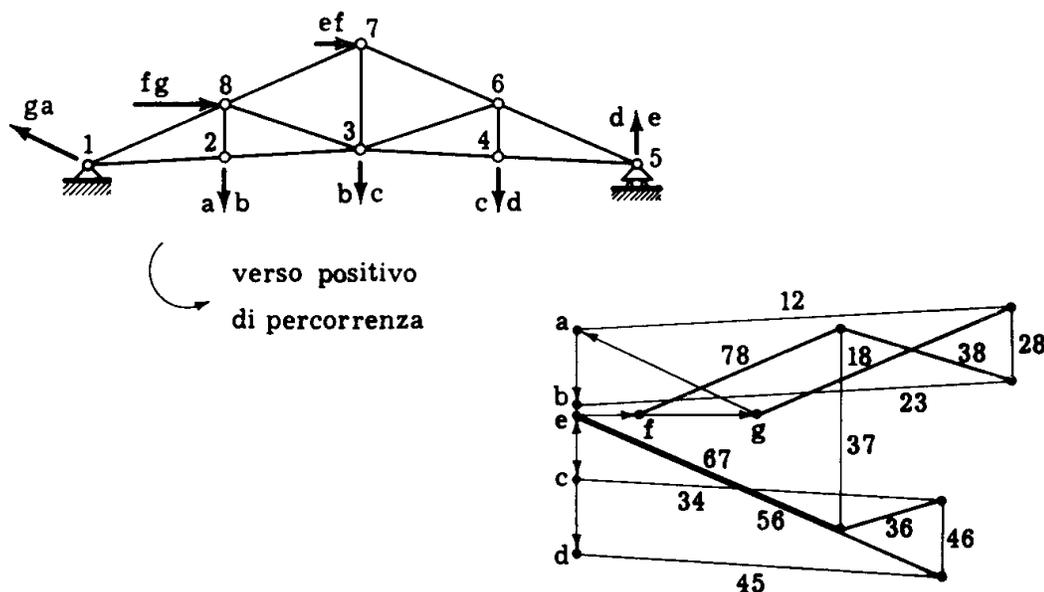


FIG. 4-15

lati; ad ogni forza della travatura corrisponde un lato parallelo del cremoniano; ad ogni nodo del cremoniano in cui concorrono t forze corrisponde nella travatura un poligono chiuso costituito da t aste soltanto, o da t aste e forze esterne. Ciò giustifica il nome di reciproco. E' uso corrente disegnare nel cremoniano (e a volte nello schema della travatura) con tratto più grosso gli sforzi di compressione (ed i relativi puntoni).

Va senza dire che devono essere eseguiti tanti cremoniani quante sono le condizioni di carico.

4. Gli spostamenti nelle travature isostatiche.

In ogni asta la dimensione secondo l'asse è predominante rispetto alle dimensioni della sezione retta, ed il carico (reazione dei nodi) agisce solo alle estremità; esclusi i due tronchi estremi, possono essere accettati i ri-

sultati del De Saint-Venant, e poichè la lunghezza di questi tronchi è molto piccola rispetto alla lunghezza dell'asta, possono essere accettate con buona approssimazione le (3-4) e (3-8).

L'energia di deformazione di tutta la struttura è perciò

$$L = \sum_h \frac{N_h^2 \ell_h}{2 E_h A_h} \quad (5)$$

dove la sommatoria è estesa a tutte le aste.

Si voglia calcolare la componente s_{ia} , secondo una retta orientata a , dello spostamento s_i di un nodo generico i (fig. 4-16). Si aggiunge alle

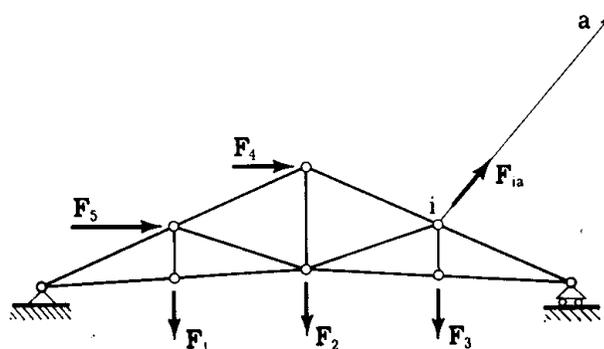


FIG. 4-16

forze agenti sulla struttura una forza fittizia F_{ia} applicata in i nella direzione e nel verso di a ; il *primo teorema di Castigliano* (Vol. I, Cap. VIII) assicura che

$$s_{ia} = \frac{\partial L}{\partial F_{ia}} \quad (6)$$

Dalla (4-5) si ricava perciò

$$s_{ia} = \sum_h \frac{N_h \ell_h}{E_h A_h} \cdot \frac{\partial N_h}{\partial F_{ia}}; \quad (7)$$

per il principio di sovrapposizione degli effetti può porsi, nell'asta h generica,

$$N_h = N_{Fh} + N'_h F_{ia} \quad (c)$$

dove N_{Fh} è lo sforzo normale nell'asta h dovuto alle forze F (esclusa la F_{ia}),

N'_h quello dovuto alla sola $F_{ia} = 1$. Per la (c) si ha

$$\frac{\partial N_h}{\partial F_{ia}} = N'_h,$$

e la (4-7) si scrive

$$s_{ia} = \sum_h \frac{N_{Fh} N'_h \ell_h}{E_h A_h} + F_{ia} \sum_h \frac{N'^2_h \ell_h}{E_h A_h}; \quad (d)$$

poichè F_{ia} è nulla, si ottiene

$$s_{ia} = \sum_h \frac{N_{Fh} N'_h \ell_h}{E_h A_h}. \quad (8)$$

Quindi (fig. 4-17 a, b) per ottenere s_{ia} occorre calcolare gli sforzi nor-

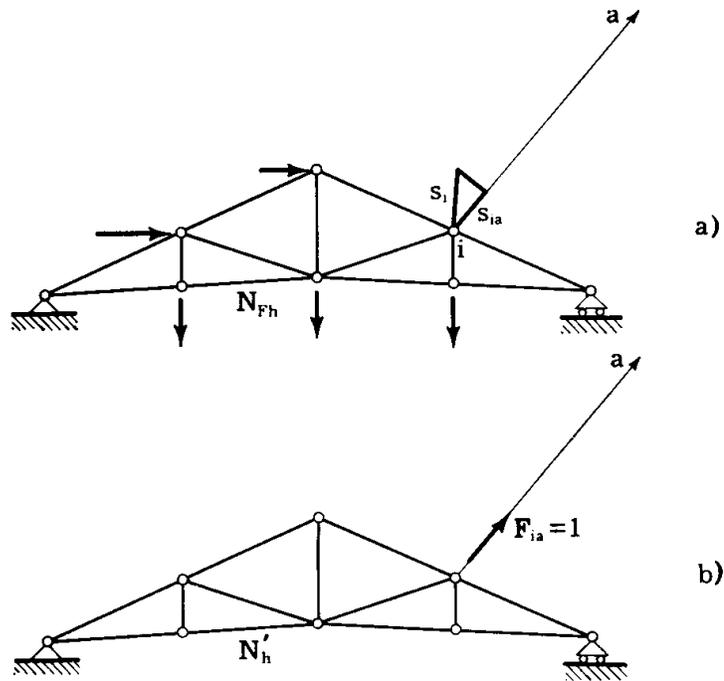


FIG. 4-17

mali N_{Fh} dovuti alle forze agenti, quelli N'_h dovuti alla forza unitaria agente in i secondo a (tali sforzi sono dei numeri puri), ed effettuare la sommatoria (4-8). Nulla cambia se nel nodo i agisce una forza reale secondo a ; questa offre il suo contributo nelle N_{Fh} .

E' ovvio il modo di procedere per costruire il *poligono di inflessione* di una travatura reticolare (fig. 4-18).

Una variazione termica $\Delta_h t$ ($\Delta_h t > 0$ aumento di temperatura) sull'asta h provoca l'allungamento

$$\alpha \ell_h \Delta_h t . \quad (e)$$

L'effetto, nei riguardi degli spostamenti, è identico a quello di uno

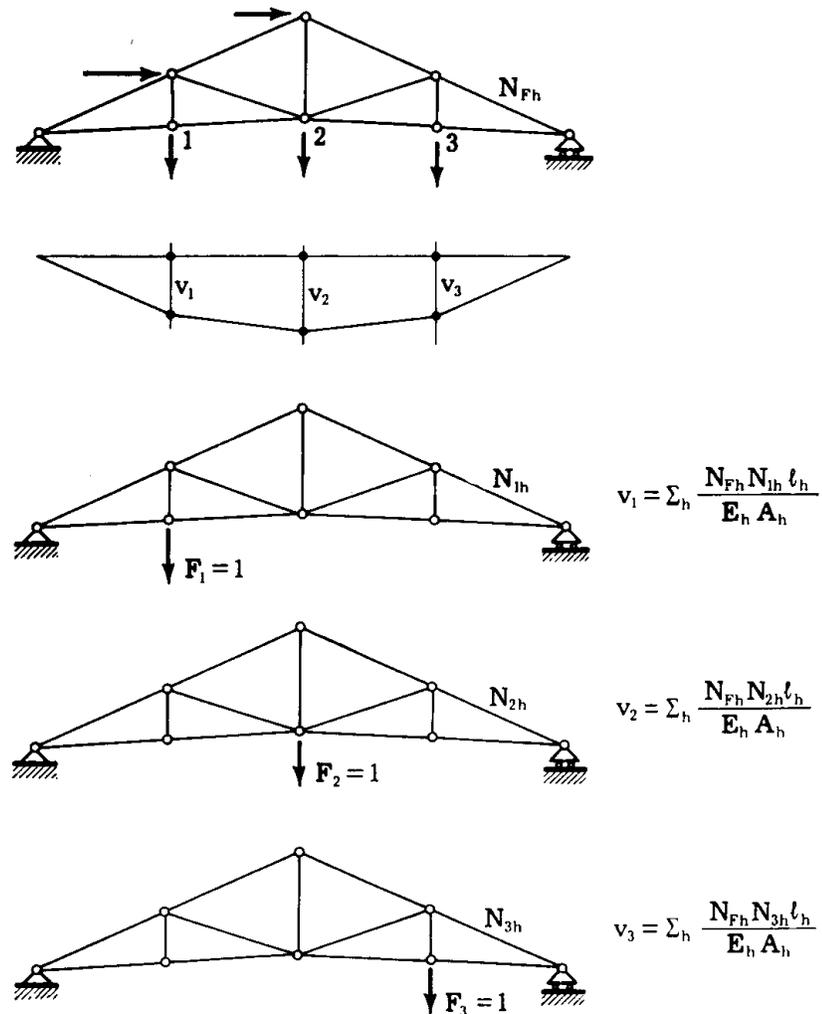


FIG. 4-18

sforzo normale N_h dato dall'uguaglianza

$$\frac{N_h \ell_h}{E_h A_h} = \alpha \ell_h \Delta_h t .$$

Quindi può porsi, più in generale,

$$s_{ia} = \sum_h \frac{N_{Fh} N'_h \ell_h}{E_h A_h} + \sum_h N'_h \alpha \ell_h \Delta_h t . \quad (9)$$

Così pure, un difetto di esecuzione λ_h (lunghezza prevista ℓ_h , lunghezza reale $\ell_h (1 - \lambda_h)$; e cioè $\lambda_h > 0$ corrisponde ad un errore in difetto) equivale ad uno sforzo normale dato da

$$\frac{N_h \ell_h}{E_h A_h} = - \lambda_h \ell_h ,$$

da cui, ancora più in generale,

$$s_{ia} = \sum_h \frac{N_{Fh} N'_h \ell_h}{E_h A_h} + \sum_h N'_h \alpha \ell_h \Delta_h t - \sum_h N'_h \lambda_h \ell_h . \quad (10)$$

5. Le travature reticolari iperstatiche.

Una travatura reticolare iperstatica si può studiare attraverso il già citato teorema di Castigliano.

Si consideri per esempio la travatura della fig. 4-19 a; i vincoli siano non cedevoli. Risulta

$$\begin{aligned} c &= 46, & a &= 89, & v &= 5, & \text{e quindi} \\ 2c - a - v &= \ell - i = -2 \\ \ell &= 0 \\ i &= 2 . \end{aligned}$$

La struttura può rendersi isostatica sopprimendo i due appoggi centrali 1 e 2; gli spostamenti verticali dei nodi 1 e 2, calcolati sulla struttura isostatica in presenza delle forze applicate e delle reazioni X_1 ed X_2 , risultano nulli.

Attraverso il teorema di Castigliano si possono scrivere così le due condizioni:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial X_1} &= 0 \\ \frac{\partial L}{\partial X_2} &= 0 \end{aligned} \quad (11)$$

Se N_h è lo sforzo normale nell'asta generica h sotto le forze applicate e le reazioni X_1 ed X_2 , le (4-11) si scrivono

$$\Sigma_h \frac{N_h N'_h \ell_h}{E_h A_h} = 0 \quad (f)$$

$$\Sigma_h \frac{N_h N''_h \ell_h}{E_h A_h} = 0 ,$$

dove N'_h ed N''_h sono gli sforzi normali nell'asta h per effetto della $X_1=1$, e della $X_2=1$ (fig. 4-19 c, d).

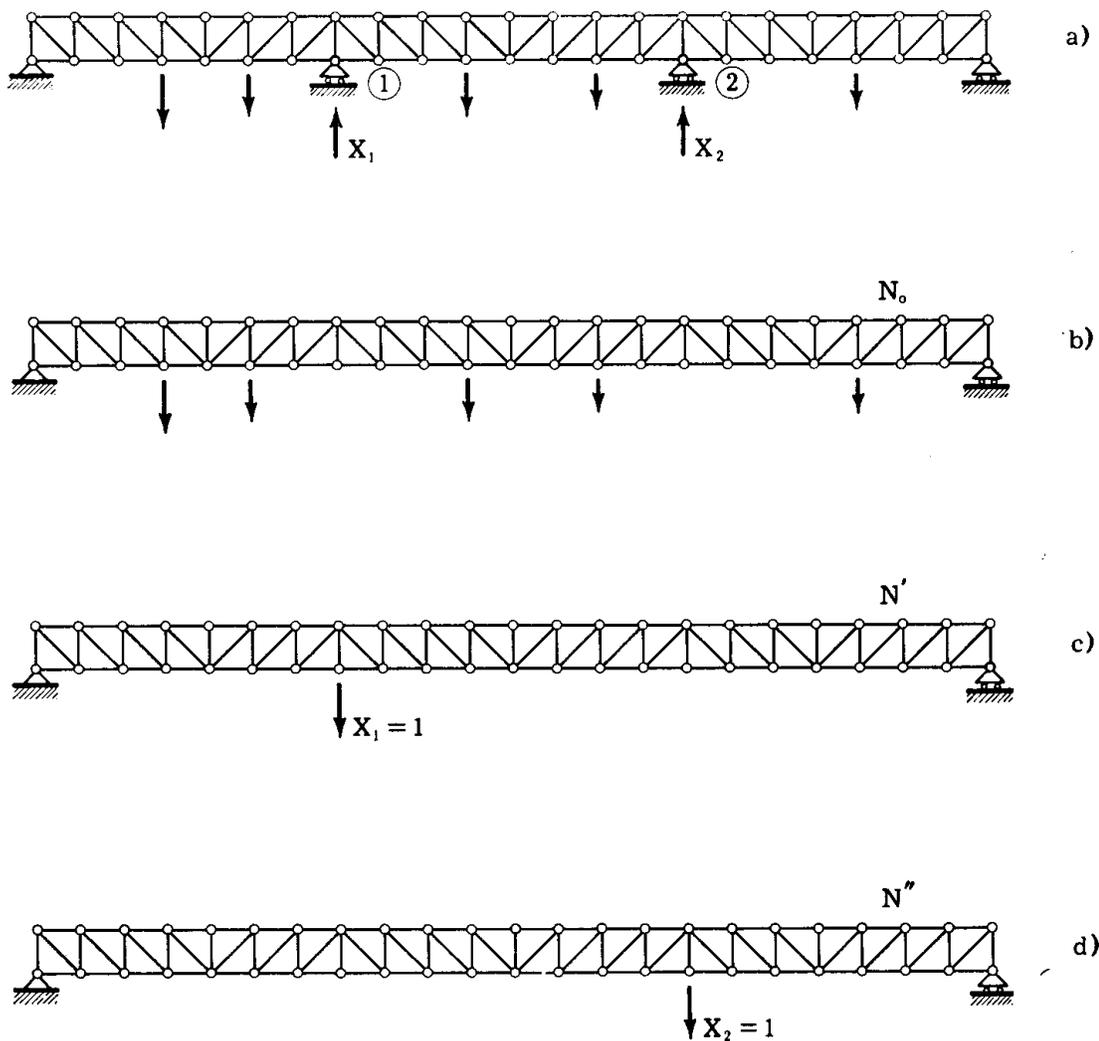


FIG. 4-19

Poichè può porsi, per il principio di sovrapposizione,

$$N_h = N_{oh} + N'_h X_1 + N''_h X_2 , \quad (12)$$

dove N_{oh} è lo sforzo normale nell'asta h provocato dalle sole forze applicate (fig. 4-19 b), le (f) si scrivono

$$\begin{aligned} \Sigma_h \frac{N_{oh} N'_h \ell_h}{E_h A_h} + X_1 \Sigma_h \frac{N'^2_h \ell_h}{E_h A_h} + X_2 \Sigma_h \frac{N'_h N''_h \ell_h}{E_h A_h} &= 0 \\ \Sigma_h \frac{N_{oh} N''_h \ell_h}{E_h A_h} + X_1 \Sigma_h \frac{N'_h N''_h \ell_h}{E_h A_h} + X_2 \Sigma_h \frac{N''^2_h \ell_h}{E_h A_h} &= 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Le (4-13) sono due equazioni algebriche lineari non omogenee nelle due incognite X_1 ed X_2 . E' facile riconoscere, attraverso la (4-8), che esse non sono altro che le equazioni di congruenza in 1 e 2. Ad esse può anche pervenirsi attraverso il principio dei lavori virtuali esteso ai corpi deformabili (Vol. III, Cap. II).

Come incognite iperstatiche possono pure scegliersi gli sforzi normali in due aste 1 e 2 (fig. 4-20); in questo caso è (*)

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial X_1} &= - \frac{X_1 \ell_1}{E_1 A_1} \\ \frac{\partial L}{\partial X_2} &= - \frac{X_2 \ell_2}{E_2 A_2} \end{aligned} \quad (14)$$

da cui

$$\begin{aligned} \Sigma_h \frac{N_{oh} N'_h \ell_h}{E_h A_h} + X_1 \Sigma_h \frac{N'^2_h \ell_h}{E_h A_h} + X_2 \Sigma_h \frac{N'_h N''_h \ell_h}{E_h A_h} &= - \frac{X_1 \ell_1}{E_1 A_1} \\ \Sigma_h \frac{N_{oh} N''_h \ell_h}{E_h A_h} + X_1 \Sigma_h \frac{N'_h N''_h \ell_h}{E_h A_h} + X_2 \Sigma_h \frac{N''^2_h \ell_h}{E_h A_h} &= - \frac{X_2 \ell_2}{E_2 A_2}. \end{aligned} \quad (15)$$

Anche il sistema (4-15) è algebrico, lineare, non omogeneo nelle due incognite X_1 ed X_2 , ed esprime la condizione di congruenza in corrispondenza delle aste 1 e 2.

(*) Se X_1 positiva corrisponde a trazione, essa è diretta come nella fig. 4-20 a; lo spostamento relativo tra i due nodi prima congiunti dall'asta 1 è positivo se le X_1 positive compiono per esso lavoro positivo, se cioè è un avvicinamento relativo; per effetto della X_1 di trazione i due estremi dell'asta si allontanano, e quindi lo spostamento è negativo.

Se le incognite iperstatiche sono n , si perviene ad un sistema di n equazioni, dopo aver calcolato gli sforzi normali sulla struttura isostatica in $n+1$ condizioni di carico, e precisamente sotto le forze applicate, e sotto le reazioni iperstatiche agenti una alla volta, con valore unitario.

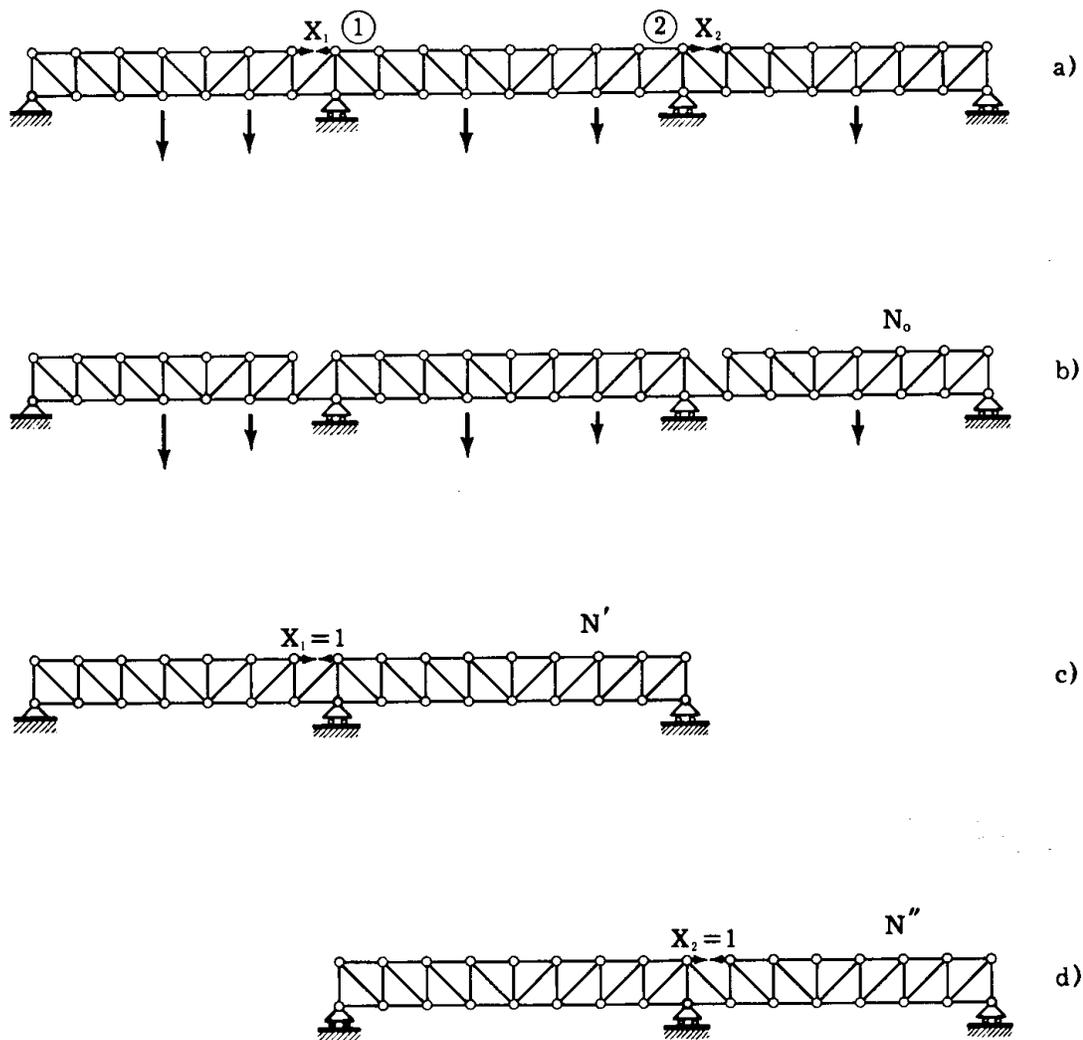


FIG. 4-20

E' immediato, considerando le (4-13) o (4-15) come equazioni di congruenza, risolvere il sistema iperstatico in presenza di variazioni termiche o di difetti di esecuzione.