

APPENDICE AL CAPITOLO SECONDO

1. Ricerca numerica delle frequenze proprie per una trave incastrata agli estremi, con incastri angolarmente cedevoli.

La trave (fig. 19) è la stessa della fig. 1. Per ottenere l'energia cinetica

$$T = \frac{1}{2} \sum m_i v_i^2 = \frac{1}{2} \varphi^T M \varphi \quad (33)$$

occorre innanzitutto assimilare la funzione $m(z)$ ad n masse m_i concentrate nei conci interni, e poi trarre le espressioni degli n spostamenti v_i dei conci in funzione delle φ_i .

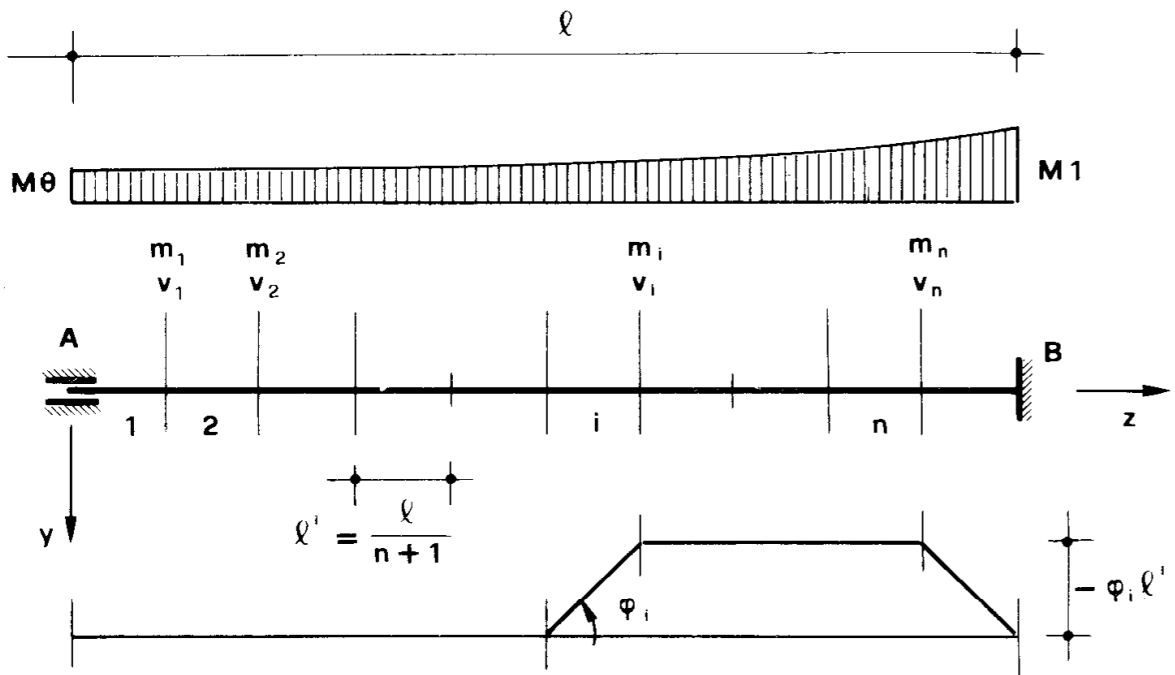


Figura 19.

Dalla fig. 19 (dove è riportata la numerazione delle masse e degli spostamenti) si osserva che la φ_i generica, rotazione del tratto i -esimo, impegna tutte le masse dalla i -esima alla n -esima, imprimendo a ciascuna lo

spostamento $-\varphi_i \frac{l}{n+1}$. E' perciò

$$\begin{aligned}
 v_1 &= - \varphi_1 l' \\
 v_2 &= - (\varphi_1 + \varphi_2) l' \\
 &\dots\dots\dots \\
 v_n &= - (\varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi_n) l'
 \end{aligned}
 \tag{34}$$

e quindi

$$\begin{aligned}
 T &= \frac{l'^2}{2} [m_1 \varphi_1^2 + m_2 (\varphi_1 + \varphi_2)^2 + m_3 (\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3)^2 + \\
 &\quad \dots + m_n (\varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi_n)^2] = \\
 &= \frac{l'^2}{2} [\varphi_1^2 (m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + \dots + m_n) + \\
 &\quad + \varphi_2^2 (m_2 + m_3 + m_4 + \dots + m_n) + \\
 &\quad \dots\dots\dots \\
 &\quad + \varphi_n^2 m_n + \\
 &\quad + 2 \varphi_1 \varphi_2 (m_2 + m_3 + m_4 + \dots + m_n) + \\
 &\quad + 2 \varphi_1 \varphi_3 (m_3 + m_4 + \dots + m_n) + \\
 &\quad + \dots\dots\dots + \\
 &\quad + 2 \varphi_1 \varphi_n m_n + \\
 &\quad + \dots\dots\dots + \\
 &\quad \dots\dots\dots \\
 &\quad + 2 \varphi_2 \varphi_3 (m_3 + m_4 + \dots + m_n) + \\
 &\quad + 2 \varphi_2 \varphi_4 (m_4 + \dots + m_n) + \\
 &\quad \dots\dots\dots \\
 &\quad + 2 \varphi_2 \varphi_n m_n + \\
 &\quad + \dots\dots\dots \\
 &\quad \dots\dots\dots \\
 &\quad + 2 \varphi_{n-1} \varphi_n m_n .
 \end{aligned}$$

E' quindi, a meno di l'^2 ,

$$\begin{aligned} M_{11} &= m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_n \\ M_{22} &= \quad m_2 + m_3 + \dots + m_n \\ &\dots\dots\dots \\ M_{nn} &= \quad \quad \quad \quad \quad m_n \end{aligned}$$

e cioè

$$M_{ii} = \sum_{h=i}^n m_h .$$

Così pure è

$$\begin{aligned} M_{12} &= m_2 + m_3 + m_4 + \dots + m_n \\ M_{13} &= \quad m_3 + m_4 + \dots + m_n \\ &\dots\dots\dots \\ &\dots\dots\dots \\ M_{1n} &= \quad \quad \quad \quad \quad m_n \\ \hline M_{23} &= \quad m_3 + m_4 + \dots + m_n \\ M_{24} &= \quad \quad m_4 + \dots + m_n \\ &\dots\dots\dots \\ &\dots\dots\dots \\ M_{2n} &= \quad \quad \quad \quad \quad m_n \end{aligned}$$

e cioè

$$M_{ij} = \sum_{h=j}^n m_h \quad (\text{per } j > i) .$$

La matrice **M** può quindi così schematizzarsi, ponendo per esempio $m = 4$:

$$\mathbf{M} = \frac{l^2}{2n^2} \begin{vmatrix} m_1 + m_2 + m_3 + m_4 & m_2 + m_3 + m_4 & m_3 + m_4 & m_4 \\ m_2 + m_3 + m_4 & m_2 + m_3 + m_4 & m_3 + m_4 & m_4 \\ m_3 + m_4 & m_3 + m_4 & m_3 + m_4 & m_4 \\ m_4 & m_4 & m_4 & m_4 \end{vmatrix} \quad (35)$$

Nella fig. 20 è riportato il programma, derivato da quello relativo alla ricerca dei moltiplicatori critici. Esso prevede l'eventuale presenza di forze assiali. La sequenza 1000 ÷ 1190 crea la matrice \mathbf{K} che tien conto anche dei carichi assiali; la sequenza 1200 ÷ 1290 crea la matrice \mathbf{M} . Le ω_i^2 sono le soluzioni dell'equazione

$$\det |\mathbf{M}^{-1} \mathbf{K} - \lambda \mathbf{I}| = 0 . \quad (36)$$

La frase 1300 crea la $\mathbf{M}^{-1} \mathbf{K}$, e la chiama \mathbf{K} (si perde così la \mathbf{K} originaria). La sequenza 1310 ÷ 1640 ricerca le ω_i^2 ; la sequenza 1650 ÷ 1890 risolve il sistema nelle φ_i , collegato con la (36).

Si avverte che le frasi 1960 e 2110, il looping 2120 ÷ 2150, e le frasi

```

10 REM PROGRAMMA "DOG A2"
20 REM Analisi modale dinamica
   di una trave con incastri so
   lo angolarmente cedevoli.
30 REM 27 febbraio A.D.1982 D G

40 OPTION BASE 1
50 DISP "Luce ";
60 INPUT L
70 DISP "Modulo di Young ";
80 INPUT E
90 DISP "Forza assiale concentr
   ata all'estremo ";
100 INPUT F
110 DISP "Numero dei tratti ";
120 INPUT N
130 DISP "Cedibilita' angolare d
   i sinistra ";
140 INPUT C8
150 DISP "Cedibilita' angolare d
   i destra ";
160 INPUT C9
170 DISP "Momento d'inerzia di s
   inistra ";
180 INPUT I0
190 DISP "Momento d'inerzia di d
   estra ";

```

```
200 INPUT I1
210 DISP "Massa specifica di sin
    istra ";
220 INPUT M0
230 DISP "Massa specifica di des
    tra ";
240 INPUT M1
250 DISP "Forza assiale specific
    a di sinistra ";
260 INPUT F0
270 DISP "Forza assiale specific
    a di destra ";
280 INPUT F1
290 DISP "Coefficiente sismico S
    ";
300 INPUT S9
310 DISP "Accelerazione di gravi
    ta' ";
320 INPUT G
330 DISP "Estremo inf. dell'inte
    rvallo di saggio ";
340 INPUT T1
350 DISP "Estremo sup. dell'inte
    rvallo di saggio ";
360 INPUT T2
370 DISP "Passo iniziale del saa
    gio ";
380 INPUT T0
390 DISP "Passo finale del saaji
    o ";
400 INPUT E1
410 PRINT "Luce = ";L
420 PRINT
430 PRINT "Modulo di Young = ";E
440 PRINT
450 PRINT "Forza assiale concent
    rata all'estremo = ";F
460 PRINT F
470 PRINT "Numero dei tratti = "
    ;W
480 PRINT
490 PRINT
500 PRINT "Cedibilita' angolare
    di destra = ";C9
510 PRINT
520 PRINT "Momento d'inerzia di
    sinistra = ";I0
530 PRINT
540 PRINT "Momento d'inerzia di
    destra = ";I1
550 PRINT
560 PRINT "Massa specifica di si
    nistra = ";M0
570 PRINT
580 PRINT "Massa specifica di de
    stra = ";M1
```

Figura 20a

```

590 PRINT
600 PRINT "Forza assiale specifica di sinistra = ";F0
610 PRINT
620 PRINT "Forza assiale specifica di destra = ";F1
630 PRINT
640 PRINT "Coefficiente sismico S = ";S9
650 PRINT
660 PRINT "Accelerazione di gravita' = ";G
670 PRINT
680 PRINT "Estremo inf. dell'intervallo di saggio = ";T1
690 PRINT
700 PRINT "Estremo sup. dell'intervallo di saggio = ";T2
710 PRINT
720 PRINT "Passo iniziale del saggio = ";T0
730 PRINT
740 PRINT "Passo finale del saggio = ";E1
750 PRINT
760 DEF FNI(Z) = I0+(I1-I0)*Z^2/L^2
770 DEF FNF(Z) = F0+(F1-F0)*Z^2/L^2
780 DEF FNM(Z) = M0+(M1-M0)*Z^2/L^2
790 N=W-1
800 DIM K0(32),F0(31),N0(31),M0(30),K(30,30),M(30,30)
810 REDIM K0(N+2),F0(N+1),N0(N+1),M0(N),K(N,N),M(N,N)
820 DIM B(30),X(30),T(30),C(30),V(30)
830 REDIM B(N),X(N),T(N),C(N),V(N)
840 FOR I=2 TO N+1
850 F0(I)=L/W/2*(FNF(L/W*(I-.5))+FNF(L/W*(I-1.5)))
860 K0(I)=E*W/L/2*(FNI(L/W*(I-.5))+FNI(L/W*(I-1.5)))
870 NEXT I
880 FOR I=1 TO N
890 M0(I)=L/W/2*(FNM(L/W*(I-.5))+FNM(L/W*(I+.5)))
900 NEXT I
910 I8=(FNI(0)+FNI(L/2/W))/2
920 K0(1)=2*E*I8/(L/W+2*E*I8*08)
930 I9=(FNI(L-L/W/2)+FNI(L))/2
940 K0(N+2)=2*E*I9/(L/W+2*E*I9*09)
950 F0(1)=F+L/W/4*(FNF(0)+FNF(L/W/2))

```

Figura 20b

```

960 N0(1)=F0(1)
970 FOR I=2 TO N+1
980 N0(I)=N0(I-1)+F0(I)
990 NEXT I
1000 FOR I=1 TO N-1
1010 K(I,I)=K0(I)+K0(I+1)+K0(N+1)
      +K0(N+2)-L/W*N0(N+1)-L/W*N0(I)
1020 NEXT I
1030 K(N,N)=K0(N)+4*K0(N+1)+K0(N+2)
      -L/W*N0(N+1)-L/W*N0(I)
1040 FOR I=1 TO N-1
1050 FOR J=I+1 TO N-1
1060 IF J#I+1 THEN 1090
1070 K(I,J)=-K0(I+1)+K0(N+1)+K0(N+2)
      -L/W*N0(N+1)
1080 GOTO 1100
1090 K(I,J)=K0(N+1)+K0(N+2)-L/W*N0(N+1)
1100 K(J,I)=K(I,J)
1110 NEXT J
1120 NEXT I
1130 FOR I=1 TO N-1
1140 IF I#N-1 THEN 1170
1150 K(I,N)=-K0(N)+2*K0(N+1)+K0(N+2)
      -L/W*N0(N+1)
1160 GOTO 1180
1170 K(I,N)=2*K0(N+1)+K0(N+2)-L/W*N0(N+1)
1180 K(N,I)=K(I,N)
1190 NEXT I
1200 M(N,N)=M0(N)*L^2/L^2
1210 FOR I=N-1 TO 1 STEP -1
1220 M(I,I)=M(I+1,I+1)+M0(I)*L^2/L^2
1230 NEXT I
1240 FOR J=N TO 2 STEP -1
1250 FOR I=J-1 TO 1 STEP -1
1260 M(I,J)=M(J,J)
1270 M(J,I)=M(I,J)
1280 NEXT I
1290 NEXT J
1300 MAT K=INV(M)*K
1310 T3=T0 @ T5=T1
1320 I8=0
1330 FOR I=1 TO N
1340 B(I)=K(I,I)+I*555
1350 NEXT I
1360 Y3=0 @ Y4=0
1370 FOR T=T1-2*T0 TO T2 STEP T0
1380 MAT M=K
1390 FOR S=1 TO N
1400 M(S,S)=M(S,S)-T
1410 NEXT S
1420 MAT X=SYS(M,B)
1430 Y=FNORM(X)
1440 IF T=T1-2*T0 OR T=T1-T0 THEN
      N 1590

```

Figura 20c

```

1450 IF Y4-Y3<=0 OR Y-Y4>=0 THEN
    1590
1460 PRINT T-2*T0
1470 PRINT T-T0
1480 PRINT T
1490 PRINT "-----"
    "-----"
1500 PRINT
1510 IF T0<E1 THEN 1550
1520 T1=T-2*T0
1530 T0=T0/10
1540 GOTO 1370
1550 T0=T3 @ I8=I8+1
1560 IF I8=N THEN 1650
1570 T1=T+2*T0
1580 GOTO 1370
1590 Y3=Y4 @ Y4=Y
1600 NEXT T
1610 T1=T5 @ T0=T3
1620 T0=T0/2
1630 T3=T0
1640 GOTO 1320
1650 DISP "Numero di modi deside
    rato";
1660 INPUT Q
1670 FOR I=1 TO Q
1680 DISP "Autovalore";I
1690 INPUT T(I)
1700 NEXT I
1710 FOR Z=1 TO Q
1720 REDIM M(N-1,N-1),B(N-1)
1730 FOR I=1 TO N-1
1740 FOR J=1 TO N-1
1750 IF I=J+1 THEN 1780
1760 M(I,J)=K(I,J+1)
1770 GOTO 1790
1780 M(I,J)=K(I,J+1)-T(Z)
1790 NEXT J
1800 B(I)=-K(I,1)
1810 NEXT I
1820 B(1)=B(1)+T(Z)
1830 REDIM X(N-1)
1840 MAT X=SYS(M,B)
1850 REDIM X(N)
1860 FOR I=2 TO N
1870 C(I)=X(I-1)
1880 NEXT I
1890 C(1)=1
1900 PRINT @ PRINT
1910 PRINT "Modo";Z
1920 PRINT @ PRINT
1930 PRINT "Autovalore=";T(Z)
1940 T6=2*PI/SQR(T(Z))
1950 PRINT "Periodo=";T6
1960 IF T6>.8 THEN R=.862/T6^(2/
    3) ELSE R=1
1970 PRINT @ PRINT
1980 PRINT @ PRINT @ PRINT

```

Figura 20d


```

1990 V(1)=-C(1)*L/W
2000 FOR I=2 TO N
2010 V(I)=V(I-1)-C(I)*L/W
2020 NEXT I
2030 PRINT "Deformata del modo "
      ;Z
2040 PRINT @ PRINT
2050 PRINT @
2060 FOR I=1 TO N
2070 PRINT V(I)
2080 NEXT I
2090 PRINT @
2100 PRINT @ PRINT @ PRINT
2110 S4=0 @ S5=0
2120 FOR I=1 TO N
2130 S4=S4+M0(I)*V(I)
2140 S5=S5+M0(I)*V(I)^2
2150 NEXT I
2160 P=S4/S5
2170 PRINT "Forze sismiche per i
      1 modo ";Z
2180 PRINT @ PRINT
2190 FOR I=1 TO N
2200 PRINT "F";I;"=";G*(S9-2)/10
      0*P*M0(I)*V(I)*R
2210 NEXT I
2220 PRINT @ PRINT @ PRINT
2230 GCLEAR
2240 M=MAXAB(V)
2250 SCALE 0,L,-1.2*M,1.2*M
2260 MOVE L,0
2270 DRAW 0,0
2280 FOR I=1 TO N
2290 DRAW L/W*I,V(I)
2300 MOVE L/W*I,0
2310 DRAW L/W*I,V(I)
2320 NEXT I
2330 DRAW L,0
2340 MOVE 1*L,.4*M
2350 LABEL "Periodo="&VAL$(IP(2*
      PI/SQR(T(Z))*10000)/10000)
2360 MOVE 1*L, 6*M
2370 LABEL "Modo "&VAL$(Z)
2380 YAXIS 0 @ YAXIS L
2390 XAXIS -1.2*M @ XAXIS 1.2*M
2400 COPY
2410 PRINT @ PRINT @ PRINT
2420 NEXT Z
2430 REDIM M(N,N),B(N)
2440 END

```

Figura 20e

2160 ÷ 2220, servono per il calcolo delle forze sismiche secondo la normativa vigente.

Si esamina la trave della fig. 21; la formula degli ω_i^2 , in assenza di forze assiali, è

$$\omega_n^2 = n^4 \frac{\pi^4}{l^4} \frac{EI}{\mu} \quad (37)$$

e quindi si ha, per i primi tre modi,

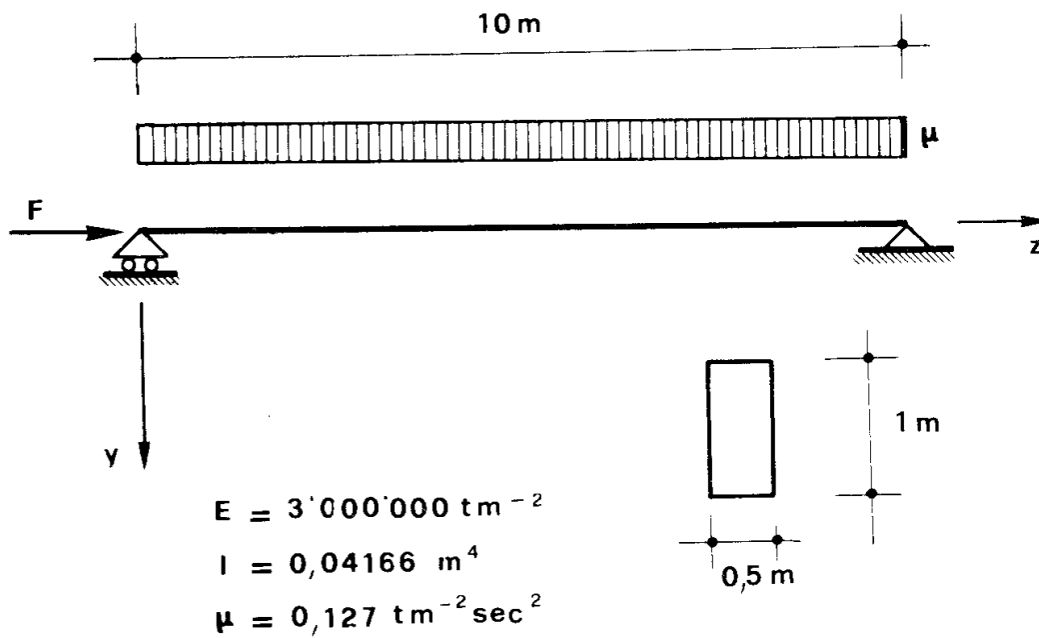


Figura 21

$$\begin{aligned} \omega_1^2 &= 9.586 \text{ sec}^{-2} & T_1 &= 0,0642 \text{ sec} \\ \omega_2^2 &= 153.376 \text{ sec}^{-2} & T_2 &= 0,0160 \text{ sec} \\ \omega_3^2 &= 776.466 \text{ sec}^{-2} & T_3 &= 0,0071 \text{ sec.} \end{aligned}$$

Il programma fornisce i risultati seguenti

ω_i^2	n	5	10	20
ω_1^2		8.974	9.430	9.547
ω_2^2		117.476	143.578	150.871
ω_3^2		421.568	668.880	748.200

Nelle fig. 22 a, b, c sono riportati, per $n = 20$, i tre modi di vibrare, con le relative forze sismiche.

In presenza di una forza assiale F applicata in A (ad F positiva corrisponde compressione) la (37) si modifica in

$$\omega_n^2 = n^4 \frac{\pi^4}{l^4} \frac{EI}{\mu} \left(1 - F \frac{l^2}{EI} \frac{1}{n^2} \right). \quad (38)$$

La generica ω_n^2 è quindi funzione lineare di F , e si annulla per il valore critico n -esimo di F

$$F_{cn} = n^2 \frac{\pi^2 EI}{l^2}.$$

Questi valgono

$$F_1 = \frac{\pi^2 EI}{l^2} = 12.335 t$$

$$F_2 = 4F_1 = 49.340 t$$

$$F_3 = 9F_1 = 111.015 t$$

Nel caso in esame, per $F = 15.000 t$ si ha dalla (38)

Forze sismiche per il modo 1

Modo 1

Autovalore= .9547
 Periodo= 5.43052464606E-2

- F 1 = 1.23820921153E-2
- F 2 = 2.44592917185E-2
- F 3 = 3.59342139498E-2
- F 4 = 4.65243043983E-2
- F 5 = 5.59687966597E-2
- F 6 = 6.40351335415E-2
- F 7 = 7.05246934561E-2
- F 8 = 7.52776813457E-2
- F 9 = 7.81770634962E-2
- F 10 = 7.91514494239E-2
- F 11 = 7.81768498625E-2
- F 12 = 7.52772675637E-2
- F 13 = 7.05241063664E-2
- F 14 = 6.40344130897E-2
- F 15 = 5.59679955401E-2
- F 16 = 4.65234876068E-2
- F 17 = 3.59334583386E-2
- F 18 = 2.44586854405E-2
- F 19 = 1.23817342061E-2

Deformata del modo 1

- 0
- .5
- .987688186538
- 1.45105583189
- 1.87869319478
- 2.26007027482
- 2.5857962035
- 2.84785046014
- 3.03978037979
- 3.15686003497
- 3.19620661383
- 3.15685140825
- 3.0397536709
- 2.84782675293
- 2.58576711001
- 2.26003792489
- 1.87866821241
- 1.45102531963
- .987663584488
- .499995547387
- 0

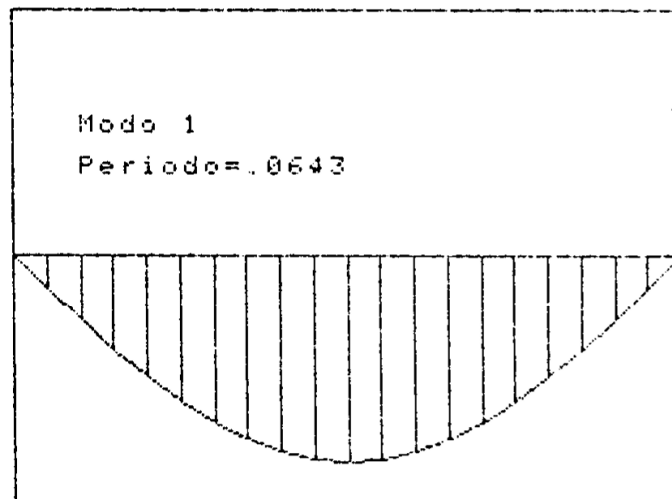


Figura 22a

Forze sismiche per il modo 2

F 1 = 1.72247751928E-8
 F 2 = 3.27634708935E-8
 F 3 = 4.50950526771E-8
 F 4 = 5.30124205063E-8
 F 5 = 5.57405672951E-8
 F 6 = 5.30124453737E-8
 F 7 = 4.50951001651E-8
 F 8 = 3.2763536746E-8
 F 9 = 1.72248535997E-8
 F 10 = 8.42285994997E-14
 F 11 = -1.72246920464E-8
 F 12 = -3.27633950974E-8
 F 13 = -4.50949890671E-8
 F 14 = -5.30123717602E-8
 F 15 = -5.57405340234E-8
 F 16 = -5.30124228523E-8
 F 17 = -4.50950822104E-8
 F 18 = -3.27635126986E-8
 F 19 = -1.72248088533E-8

Modo 2

Autovalore= 150871
 Periodo= .016176217732

Deformata del modo 2

0
 - .5
 -.9510565603
 -1.30991716198
 -1.53884215942
 -1.61803470209
 -1.53884208127
 -1.30991854046
 -.951058471863
 -.500002275994
 -.000002444984
 .499997586431
 .951054360093
 1.30991531551
 1.53884074442
 1.61803371596
 1.53884233752
 1.30991801927
 .951057773817
 .500000977097
 0

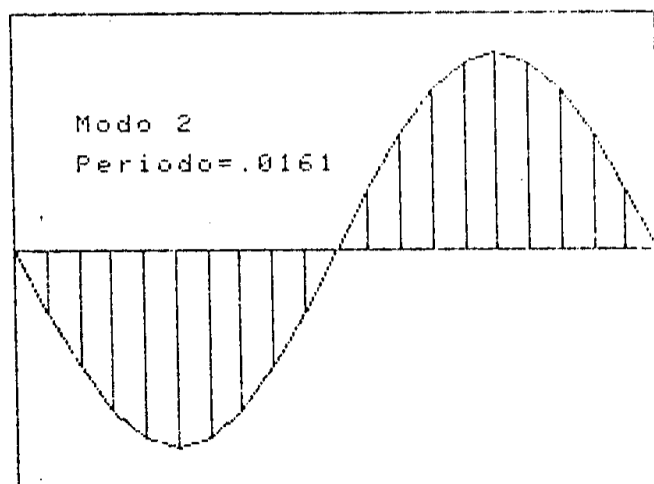


Figura 22b

Forze sismiche Per il modo 3

Modo 3

Autovalore= 748200
 Periodo= 7.26391939652E-3

- F 1 = 1.17797395236E-2
- F 2 = 2.09916497576E-2
- F 3 = 2.56276546431E-2
- F 4 = 2.46771656934E-2
- F 5 = 1.83473770782E-2
- F 6 = 8.01810000216E-3
- F 7 = -4.05901810811E-3
- F 8 = -1.52513233214E-2
- F 9 = -2.31190393588E-2
- F 10 = -2.59471069423E-2
- F 11 = -2.31190443105E-2
- F 12 = -1.52513321894E-2
- F 13 = -4.05902905609E-3
- F 14 = 8.0180891893E-3
- F 15 = 1.83473684743E-2
- F 16 = 2.46771607177E-2
- F 17 = .025627653651
- F 18 = 2.09916518046E-2
- F 19 = 1.17797423179E-2

Deformata del modo 3

- 0
- .5
- .891006533531
- 1.08778528557
- 1.04744105946
- .778768369253
- .340334350608
- .172288109597
- .647354013684
- .981305202563
- 1.10134452128
- .981305412749
- .64735439009
- .172288374292
- .340333891648
- .778763004066
- 1.04744084826
- 1.08778524346
- .89100662042
- .500000118689
- 0

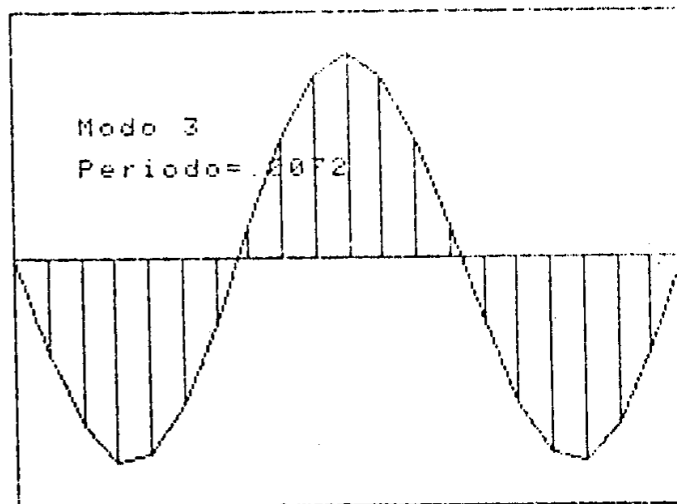


Figura 22c

E' cioè, a meno di $\frac{l^2}{n^2}$,

$$M_{ii} = \sum_{h=i}^n m_h \tag{41}$$

$$M_{ij} = \sum_{h=1}^i m_h \quad (\text{per } j > i) .$$

Nella fig. 23 è riportato il listing del programma.

Nella fig. 24 sono riportati i risultati per la stessa trave della fig. 21, ma in diverse condizioni di vincolo. I valori esatti delle prime tre ω_i^2 sono dati, per i tre casi, dalla formula

$$\omega^2 = \frac{(\alpha l)^4 EI}{\mu l^4} \tag{42}$$

dove αl assume i valori seguenti

αl	1	2	3
$(\alpha l)_1$	1,875	1,571	2,365
$(\alpha l)_2$	4,694	4,712	5,498
$(\alpha l)_3$	7,855	7,854	8,639

Nella fig. 25 a, b, c sono riportati i modi relativi al caso 3, per $n = 20$.


```

10 REM PROGRAMMA "DOG L2"
20 REM Analisi modale dinamica
  di una trave a mensola.
30 REM 6 marzo A.D.1982 D.G

40 OPTION BASE 1
50 DISP "Luce ";
60 INPUT L
70 DISP "Modulo di Young ";
80 INPUT E
90 DISP "Forza assiale concentr
  ata all'estremo di sinistra
  ";
100 INPUT F
110 DISP "Numero dei tratti ";
120 INPUT N
130 DISP "Cedibilita' angolare d
  i sinistra ";
140 INPUT C8
150 DISP "Cedibilita' angolare d
  i destra ";
160 INPUT C9
170 DISP "Momento d'inerzia di s
  inistra ";
180 INPUT I0
190 DISP "Momento d'inerzia di d
  estra ";
200 INPUT I1
210 DISP "Massa specifica di sin
  istra ";
220 INPUT M0
230 DISP "Massa specifica di des
  tra ";
240 INPUT M1
250 DISP "Forza assiale specific
  a di sinistra ";
260 INPUT F0
270 DISP "Forza assiale specific
  a di destra ";
280 INPUT F1
290 DISP "Coefficiente sismico S
  ";
300 INPUT S9
310 DISP "Accelerazione di gravi
  ta' ";
320 INPUT G
330 DISP "Estremo inf. dell'inte
  rvallo di saggio ";
340 INPUT T1
350 DISP "Estremo sup. dell'inte
  rvallo di saggio ";
360 INPUT T2
370 DISP "Passo iniziale del sae
  ggio ";
380 INPUT T0
390 DISP "Passo finale del saegi
  o ";
400 INPUT E1
410 PRINT "Luce = ";L
420 PRINT

```

Figura 23a

```

430 PRINT "Modulo di Young = ";
E
440 PRINT
450 PRINT "Forza assiale concent
rata all'estremo di sinistra
= ";F
460 PRINT
470 PRINT "Numero dei tratti = "
;N
480 PRINT
490 PRINT "Cedibilita' angolare
di sinistra = ";C8
500 PRINT
510 PRINT "Cedibilita' angolare
di destra = ";C9
520 PRINT
530 PRINT "Momento d'inerzia di
sinistra = ";I0
540 PRINT
550 PRINT "Momento d'inerzia di
destra = ";I1
560 PRINT
570 PRINT "Massa specifica di si
nistra = ";M0
580 PRINT
590 PRINT "Massa specifica di de
stra = ";M1
600 PRINT
610 PRINT "Forza assiale specifi
ca di sinistra = ";F0
620 PRINT
630 PRINT "Forza assiale specifi
ca di destra = ";F1
640 PRINT
650 PRINT "Coefficiente sismico
S = ";S9
660 PRINT
670 PRINT "Accelerazione di grav
ita' = ";G
680 PRINT
690 PRINT "Estremo inf. dell'int
ervallo di saggio = ";T1
700 PRINT
710 PRINT "Estremo sup. dell'int
ervallo di saggio = ";T2
720 PRINT
730 PRINT "Passo iniziale del sa
ggio = ";T0
740 PRINT
750 PRINT "Passo finale del saeg
gio = ";E1
760 PRINT
770 DEF FNI(Z) = I0+(I1-I0)*Z^2/
L^2
780 DEF FNF(Z) = F0+(F1-F0)*Z^2/
L^2
790 DEF FNM(Z) = M0+(M1-M0)*Z^2/
L^2
800 DIM K0(31),F0(30),N0(30),M0(
30),K(30,30),M(30,30)

```

Figura 23b

```

810 REDIM K0(N+1), F0(N), N0(N), M0
(N), K(N,H), M(N,N)
820 DIM B(30), X(30), T(30), C(30),
V(30)
830 REDIM B(N), X(N), T(N), C(N), V(
N)
840 FOR I=2 TO N
850 F0(I)=L/N/2*(FNF(L/N*(I-.5))
+FNF(L/N*(I-1.5)))
860 K0(I)=E*N/L/2*(FNI(L/N*(I-.5)
)+FNI(L/N*(I-1.5)))
870 M0(I)=L/N/2*(FNM(L/N*(I-.5))
+FNM(L/N*(I-1.5)))
880 NEXT I
890 I8=(FNI(0)+FNI(L/N/2))/2
900 K0(1)=2*E*I8/(L/N+2*E*I8*C8)
910 I9=(FNI(L-L/N/2)+FNI(L))/2
920 K0(N+1)=2*E*I9/(L/N+2*E*I9*C
9)
930 F0(1)=F+L/N/4*(FNF(0)+FNF(L/
N/2))
940 M0(1)=L/N/4*(FNM(0)+FNM(L/N/
2))
950 N0(1)=F0(1)
960 FOR I=2 TO N
970 N0(I)=N0(I-1)+F0(I)
980 NEXT I
990 MAT K=ZER
1000 FOR I=1 TO N
1010 K(I,I)=K0(I)+K0(I+1)
1020 NEXT I
1030 FOR I=1 TO N-1
1040 K(I,I+1)=-K0(I+1)
1050 K(I+1,I)=K(I,I+1)
1060 NEXT I
1070 FOR I=1 TO N
1080 K(I,I)=K(I,I)-L/N*N0(I)
1090 NEXT I
1100 FOR J=1 TO N
1110 M(1,J)=M0(1)*L^2/N^2
1120 M(J,1)=M(1,J)
1130 NEXT J
1140 FOR I=2 TO N
1150 FOR J=I TO N
1160 M(I,J)=M(I-1,J)+M0(I)*L^2/N
^2
1170 M(J,I)=M(I,J)
1180 NEXT J
1190 NEXT I
1200 MAT K=INV(M)*K
1210 T3=T0 @ T5=T1
1220 I8=0
1230 FOR I=1 TO N
1240 B(I)=K(I,I)+I*555
1250 NEXT I
1260 Y3=0 @ Y4=0
1270 FOR T=T1-2*T0 TO T2 STEP T0
1280 MAT M=K
1290 FOR S=1 TO N
1300 M(S,S)=M(S,S)-T

```

Figura 23c

```

1310 NEXT S
1320 MAT X=SYS(M,B)
1330 Y=FNORM(X)
1340 IF T=T1-2*T0 OR T=T1-T0 THE
N 1490
1350 IF Y4-Y3<=0 OR Y-Y4>=0 THEN
1490
1360 PRINT T-2*T0
1370 PRINT T-T0
1380 PRINT T
1390 PRINT "-----"
-----"
1400 PRINT
1410 IF T0<E1 THEN 1450
1420 T1=T-2*T0
1430 T0=T0/10
1440 GOTO 1270
1450 T0=T3 @ I8=I8+1
1460 IF I8=N THEN 1550
1470 T1=T+2*T0
1480 GOTO 1270
1490 Y3=Y4 @ Y4=Y
1500 NEXT T
1510 T1=T5 @ T0=T3
1520 T0=T0/2
1530 T3=T0
1540 GOTO 1220
1550 DISP "Numero di modi deside
rato";
1560 INPUT Q
1570 FOR I=1 TO Q
1580 DISP "Autovalore";I
1590 INPUT T(I)
1600 NEXT I
1610 FOR Z=1 TO Q
1620 REDIM M(N-1,N-1),B(N-1)
1630 FOR I=1 TO N-1
1640 FOR J=1 TO N-1
1650 IF I=J+1 THEN 1680
1660 M(I,J)=K(I,J+1)
1670 GOTO 1690
1680 M(I,J)=K(I,J+1)-T(Z)
1690 NEXT J
1700 B(I)=-K(I,1)
1710 NEXT I
1720 B(1)=B(1)+T(Z)
1730 REDIM X(N-1)
1740 MAT X=SYS(M,B)
1750 FOR I=2 TO N
1760 C(I)=X(I-1)
1770 NEXT I
1780 C(1)=1
1790 PRINT @ PRINT @ PRINT
1800 PRINT @ PRINT @ PRINT
1810 PRINT "Modo";Z
1820 PRINT @ PRINT
1830 PRINT "Autovalore=";T(Z)
1840 T6=2*PI/SQR(T(Z))
1850 PRINT "Periodo=";T6
1860 IF T6> 8 THEN R=.862/T6^(2/
3) ELSE R=1

```

Figura 23d

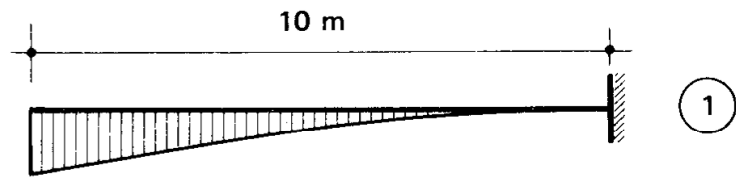
```

1870 PRINT @ PRINT @ PRINT
1880 V(N)=C(N)*L/N
1890 FOR I=N-1 TO 1 STEP -1
1900 V(I)=V(I+1)+C(I)*L/N
1910 NEXT I
1920 PRINT "Deformata del modo
";Z
1930 PRINT @ PRINT
1940 FOR I=1 TO N
1950 PRINT V(I)
1960 NEXT I
1970 PRINT @
1980 PRINT @ PRINT @ PRINT
1990 S4=0 @ S5=0
2000 FOR I=1 TO N
2010 S4=S4+M0(I)*V(I)
2020 S5=S5+M0(I)*V(I)^2
2030 NEXT I
2040 P=S4/S5
2050 PRINT "Forze sismiche per i
1 modo";Z
2060 PRINT @ PRINT
2070 FOR I=1 TO N
2080 PRINT "F";I;"=";G*(S9-2)/10
0*P*M0(I)*V(I)*R
2090 NEXT I
2100 PRINT @ PRINT @ PRINT
2110 GCLEAR
2120 M=MAXAB(V)
2130 SCALE 0,L,-1.2*M,1.2*M
2140 MOVE L,0
2150 DRAW 0,0
2160 MOVE 0,-V(1)
2170 FOR I=2 TO N
2180 DRAW L/N*(I-1),-V(I)
2190 MOVE L/N*(I-1),0
2200 DRAW L/N*(I-1),-V(I)
2210 NEXT I
2220 DRAW L,0
2230 MOVE .1*L,.4*M
2240 LABEL "Periodo="&VAL$(IP(2*
PI/SQR(T(Z))*10000)/10000)
2250 MOVE .1*L,.6*M
2260 LABEL "Modo "&VAL$(Z)
2270 YAXIS 0 @ YAXIS L
2280 XAXIS -1.2*M @ XAXIS 1.2*M
2290 COPY
2300 NEXT Z
2310 REDIM K(N,N),B(N)
2320 END

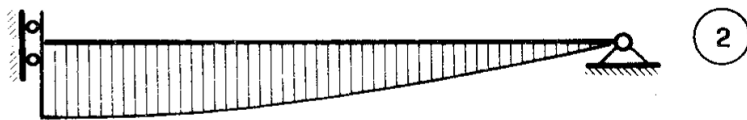
```

Figura 23e

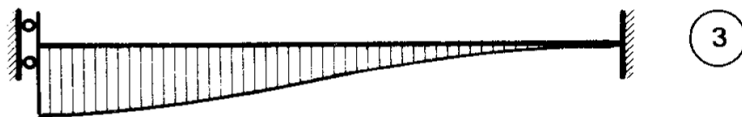
$E = 3 \cdot 000 \cdot 000 \text{ tm}^{-2}$
 $I = 0,04166 \text{ m}^4$
 $\mu = 0,127 \text{ tm}^{-2}\text{sec}^2$



n \	5	10	20	val. esatti
ω_1^2	1'139	1'196	1'211	1'216
ω_2^2	35'042	43'952	46'772	47'776
ω_3^2	202'250	315'290	358'227	374'646



n \	5	10	20	val. esatti
ω_1^2	589	595	599	600
ω_2^2	41'805	46'765	48'082	48'513
ω_3^2	246'024	337'690	364'900	374'456



n \	5	10	20	val. esatti
ω_1^2	2'842	3'016	3'063	3'079
ω_2^2	67'198	83'294	88'182	89'920
ω_3^2	297'019	465'826	525'900	548'139

Figura 24

Forze sismiche per il modo 1

Modo 1

Autovalore= 3063
Periodo= .113528884323

Deformata del modo 1

93.7363142976
93.2363142976
91.745431558
89.2909205944
85.9178831534
81.6887907329
76.6828284196
70.9950721967
64.7355151259
58.0279609991
51.0080061563
43.8257358545
36.6363568198
29.6063024134
22.9103319698
16.7259643261
11.2371749469
6.63069288917
3.095432959
.821599805325
0

F 1 = 4.10993646991E-2
F 2 = 8.17602721684E-2
F 3 = 8.04528955365E-2
F 4 = 7.83004993812E-2
F 5 = 7.53426340764E-2
F 6 = 7.16340817818E-2
F 7 = .067244281045
F 8 = 6.22566053704E-2
F 9 = 5.67675092643E-2
F 10 = 5.08855579742E-2
F 11 = .044730359686
F 12 = 3.84314212985E-2
F 13 = 3.21269510428E-2
F 14 = 2.59626331392E-2
F 15 = 2.00904013788E-2
F 16 = 1.46672399685E-2
F 17 = 9.85404119612E-3
F 18 = 5.81455045421E-3
F 19 = 2.7144299205E-3
F 20 = 7.20472749303E-4

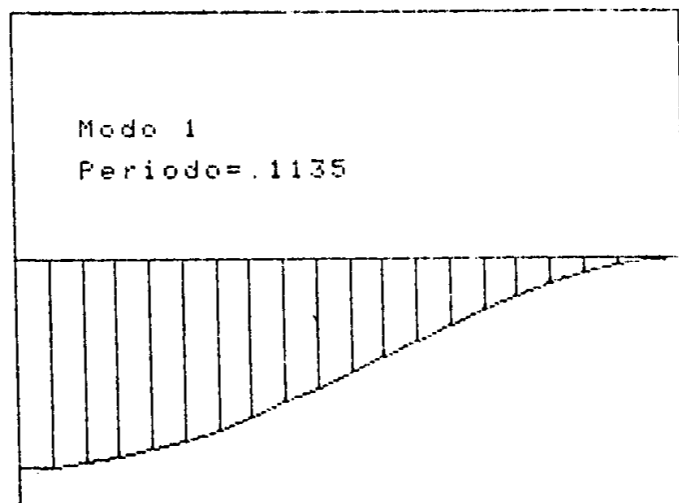


Figura 25a

Forze sismiche per il modo 2

Modo 2

Autovalore= 88182
 Periodo= 2.11587445855E-2

Deformata del modo 2

- 13.2034015565
- 12.7034015565
- 11.240373853
- 8.92243498899
- 5.92065233584
- 2.45606238553
- 1.21714049217
- 4.83100734317
- 8.12440632294
- 10.8632615285
- 12.8589934197
- 13.9838817945
- 14.1821932074
- 13.4765307723
- 11.9689197888
- 9.83686071159
- 7.32488584884
- 4.73251385524
- 2.40070655678
- 1.696391367875

- F 1 = -1.59473654197E-2
- F 2 = -3.06869083437E-2
- F 3 = -2.71527527512E-2
- F 4 = -2.15534353922E-2
- F 5 = -1.43021941609E-2
- F 6 = -5.93297480017E-3
- F 7 = 2.94017933374E-3
- F 8 = 1.1669986919E-2
- F 9 = 1.96256812161E-2
- F 10 = 2.62417832823E-2
- F 11 = .031062775127
- F 12 = 3.37800940172E-2
- F 13 = 3.42591439885E-2
- F 14 = 3.25545140616E-2
- F 15 = 2.89126611398E-2
- F 16 = 2.37623633091E-2
- F 17 = 1.76943238114E-2
- F 18 = 1.14323270435E-2
- F 19 = 5.79925478662E-3
- F 20 = 1.68201618712E-3

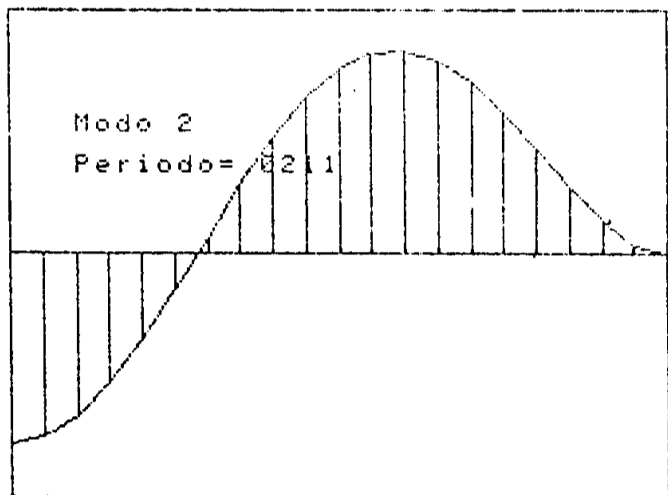


Figura 25b

Forze sismiche per il modo 3

Modo 3

Autovalore= 525900
 Periodo= 8.66419629297E-3

Deformata del modo 3

5.4746152517
 4.9746152517
 3.56604568046
 1.50649782725
 -.82732237337
 -3.0083832275
 -4.63727686258
 -5.41506664684
 -5.19769222695
 -4.02194770212
 -2.09822131979
 .22877438444
 2.54425503642
 4.44108606604
 5.59711974709
 5.83854934227
 5.1785206212
 3.82513560746
 2.15970762325
 .69096024206
 0

F 1 = 1.02393844082E-2
 F 2 = .018600430183
 F 3 = 1.33394260092E-2
 F 4 = 5.63532217485E-3
 F 5 = -3.09474599436E-3
 F 6 = -1.12533907489E-2
 F 7 = -1.73465561396E-2
 F 8 = -2.02560167039E-2
 F 9 = -1.94428891531E-2
 F 10 = -1.50448083375E-2
 F 11 = -7.84876879161E-3
 F 12 = 8.55771139096E-4
 F 13 = 9.51723697563E-3
 F 14 = .016612669687
 F 15 = 2.09370185974E-2
 F 16 = 2.18401287956E-2
 F 17 = 1.93711743633E-2
 F 18 = 1.43088222498E-2
 F 19 = 8.07876920918E-3
 F 20 = 2.58465926972E-3

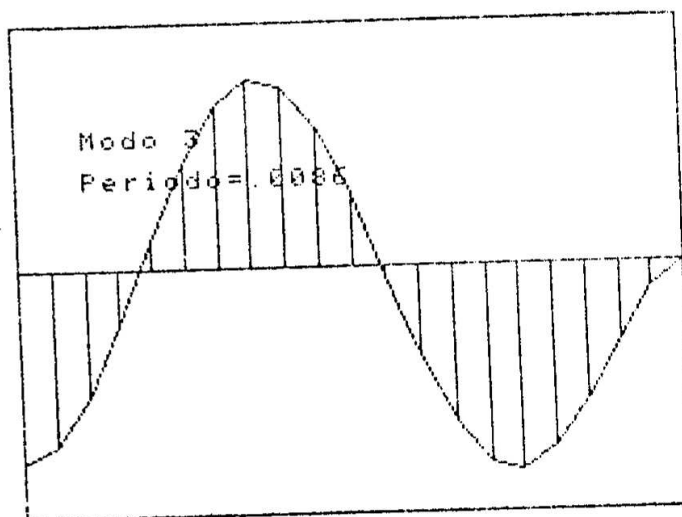


Figura 25c