

## CAPITOLO IX

### CENNI STORICI (\*)

Il 2 ottobre 1917, il prof. N. C. Kist, aprendo l'anno accademico per il politecnico di Delft (Olanda) sceglieva per la sua prolusione un tema nuovo e affascinante che in quegli anni cominciava ad interessare un numero sempre maggiore di ingegneri: la plasticità dei materiali a base di un calcolo di verifica delle strutture iperstatiche.

Tre anni prima era apparso su una rivista specializzata ungherese «Betonszemle», a firma di un giovane ingegnere di Budapest, *Gabor Kazinczy*, che a buon ragione può pretendere d'essere considerato il fondatore del calcolo a rottura, uno studio sul comportamento sotto carico crescente fino al collasso di travi metalliche incastrate agli estremi. Riportando i risultati di prove sperimentali, e sulla base di tali dati, l'Autore sviluppava un metodo di calcolo che è il primo esempio di *limit design*.

Trenta anni dopo, nel 1948, il *limit design* aveva un suo testo, organico e completo. Ne era autore il prof. *Van den Broek* che raccoglieva nel volume, pubblicato a New York e a Londra, procedimenti di calcolo e dati sperimentali frutto di sue personali ricerche. Lo stesso autore nel 1940 in una comunicazione all'American Soc. Civil. Engrs, aveva esposto la tecnica di progetto col metodo plastico, da lui denominata *limit design*.

La discussione che seguì questa pubblicazione pare abbia dato occasione a *George Winter* di introdurre per la prima volta, (almeno in U.S.A.) il termine di «cerniera plastica».

In quegli anni il metodo plastico aveva già i suoi nemici e i suoi sostenitori: *Van den Broek* fu tra i più convinti assertori del nuovo calcolo a rottura, e polemizzò vivacemente con i sostenitori del calcolo elastico. Egli concludeva il suo volume dichiarando di considerare lo sviluppo della teoria della elasticità negli ultimi 50 anni una «*aberrazione che mostra segni di esaurimento*» ed il calcolo elastico *assolutamente incapace di fornire un criterio di sicurezza sincero per le strutture iperstatiche*.

In realtà anche molto prima di questi interventi l'ingegnere aveva tenuto conto della duttilità dell'acciaio nel calcolo in fase elastica; potrebbero

---

(\*) Capitolo redatto dal prof. ing. Renato Sparacio.

riportarsi numerosi e noti esempi di calcolo nei quali la redistribuzione delle tensioni era praticamente ammessa, anche se non esplicitamente riconosciuta: valori esasperati delle sollecitazioni in punti singolari venivano tollerati perchè nella realtà essi si sapevano livellati per effetto della duttilità; ed in altri casi che è superfluo ricordare la plasticità era, anche se quasi inconsciamente, introdotta.

Del resto un esplicito richiamo alla necessità dello studio del comportamento plastico era stato fatto da uno dei più autorevoli «elastici», A. E. H. Love che nel suo classico testo scriveva, nel lontano 1892:

«... it is imperatively necessary that effects which cannot be calculated exactly should be taken into account in constructions, and it is in this sense that elastic theory is at this time behind engineering practice».

«La teoria della elasticità è in ritardo rispetto alla pratica dell'ingegnere»: si tratta, come fa osservare Baker, di un sorprendente commento di un «elastico» alla eccessiva fiducia che gli ingegneri hanno concesso all'analisi elastica e alla indifferenza con la quale da alcuni era accolta la teoria plastica. Anche Ewing nel testo di «Resistenza dei materiali» pubblicato nel 1899 supera il confine che delimita il campo della elasticità pura, e dà uno sguardo sia pure molto superficiale al campo plastico. Egli studia la distribuzione delle tensioni, nella sezione plasticizzata, e perviene alla espressione del momento limite per la sezione rettangolare. Momento che erroneamente però dice essere quello che «break a beam», che rompe la trave.

I primi studi per l'introduzione della plasticità nella pratica tecnica furono indirizzati alla determinazione dell'effettivo diagramma  $\sigma$ - $\epsilon$  al di là del limite elastico. Accurate ricerche sperimentali tendevano a stabilire il reale andamento del diagramma nella zona dello snervamento, per i materiali metallici.

Accanto alle prime prove, che hanno più che altro valore storico, dello Wicksteed e che risalgono al 1886, sono da ricordare quelle del Kennedy, del Robertson e Cook del Muir e Binnie, Scople, Nadai, tutte ampiamente riportate nel 2° vol. del testo fondamentale di Baker, Horne, Heyman «The steel Skeleton».

Dopo il 1930 l'interesse dei ricercatori si spostò sulla determinazione dei momenti limiti per le sezioni di solidi prismatici, e furono esposti vari criteri per giustificare, nel calcolo del momento limite, l'assunzione di diagrammi delle sollecitazioni unitarie limiti, in relazione ai diagrammi sperimentali  $\sigma$ - $\epsilon$ .

Queste ricerche, legate ai nomi di Prager, Thum e Wunderlich, Kuntze, erano effettuate sempre su provini metallici. Negli anni seguenti lo studio del comportamento plastico delle strutture si articolò in due diversi indirizzi: il primo sviluppò la ricerca delle condizioni di equilibrio di un solido plastico ed elasto-plastico, con la enunciazione dei teoremi

variazionali sul lavoro, l'introduzione del concetto di potenziale plastico generalizzato, le formulazioni variazionali della congruenza nei corpi elastoplastici, lo studio dei « ritorni » in fase plastica, ecc. (Prager, Bleich, Melan, Colonnetti, Rihanitsyn, Danusso, Levi, Hill, Heyman, Nadai, Finzi, Prager, Koiter, Horne, Hodge, Onat, Grandori, Berio, Macchi, Drucker e numerosissimi altri).

Il secondo indirizzo, che qui particolarmente interessa, è quello che sarà poi impersonato dal *Van den Broek*: il « *limit design* » cioè il calcolo dei carichi capaci di provocare il collasso di una struttura considerata un insieme rigido-plastico, resa labile dalla formazione di « cerniere plastiche » dovute al superamento dei limiti elastici in alcune sezioni.

In Germania, nel 1926, era stato pubblicato un piccolo testo di *Grüning* che esponeva un procedimento piuttosto complesso per il calcolo a rottura di travi a traliccio. Il testo, un po' confuso, era privo di verifiche sperimentali.

Tra il 1928 e il 1936, sempre in Germania, si moltiplicano gli studi, sia teorici che sperimentali, su travi metalliche. Ricerche sistemiche sono condotte a Stuttgart da *Maier-Leibnitz*. L'Autore osserva sistematicamente il formarsi delle cerniere plastiche, intuisce la possibilità di impostare un calcolo a rottura che possa prescindere dalla determinazione dello stato tensionale, e promuove studi e ricerche allo scopo. Nel 1931 viene pubblicata una nota di *Girkmann*, nella quale l'Autore suggerisce un metodo approssimativo per il calcolo dei telai, che tiene conto anche dell'effetto dello sforzo normale. Sempre nel 1931 appare una nota di *Fritsche*, su « *Bauingenieur* » con uno studio teorico sul comportamento in fase elastoplastica delle travi continue. Nel 1936 *Bleich* riferisce, in un capitolo del volume di costruzioni metalliche, su queste prime ricerche dirette all'applicazione della plasticità nella pratica progettazione delle strutture. L'argomento non desta eccessivo interesse tra i progettisti perchè i dati riportati dall'Autore sono ancora pochi, slegati e soprattutto non suffragati da una sufficiente raccolta di prove sperimentali.

Ma in Inghilterra, in quegli anni, si accentuano le critiche al calcolo elastico, che si rivela sempre più arduo, con l'aumentare delle iperstatiche, oltre che poco attendibile nelle strutture metalliche composte.

Nel 1936 è stato pubblicato da poco il testo delle « *Recommendations for Design* » del « *Steel Structures Research Committee* » che impone il calcolo in fase elastica; ma lo stesso Comitato riferisce che le tensioni, ed i corrispondenti momenti flettenti, misurate con prove sperimentali su ossature di edifici esistenti, risultano assai lontani da quelli previsti dal calcolo elastico. Gli stessi membri del « *Committee* », osservando nel 1936 le ardite e complesse strutture metalliche di una sala cinematografica che va innalzandosi nel centro di Bristol, debbono certamente meditare sul fatto che quegli schemi tanto complessi assai male potevano adattarsi alle

norme contenute nelle « *Recommendations* » da essi stessi pochi anni prima redatte. Si fa strada un senso di sfiducia per il calcolo elastico. L'Ingegnere, dirà Heymann al Symposium sulla Plasticità indetto dall'« *Office of Naval Research* » e tenuto nel 1960 presso la Brown Univ., Rhode Island, con la teoria della elasticità calcola, con notevoli difficoltà, tensioni che risultano in disaccordo con quelle misurate, non può ricavare le tensioni da coazioni nel materiale, e comunque pervenuto a dati teorici che gli forniscono lo stato tensionale di esercizio, deve riconoscere che questa non è quasi in alcun rapporto con la vera, ultima resistenza della struttura.

E' nel 1936 che si iniziano ricerche sistematiche presso l'Università di Bristol.

Tali ricerche continuano fino allo scoppio della 2<sup>a</sup> guerra mondiale.

Ripresero con impulso eccezionale, dopo la guerra, presso l'Engineering Department dell'Università di Cambridge. Questa serie di ricerche costituiscono la base di tutto il « *limit design* ». Da questi studi, teorici e sperimentali, è stato possibile trarre tutti quegli elementi che hanno permesso al calcolo a rottura di affermarsi in tutto il mondo, negli istituti scientifici come negli studi professionali, tra i progettisti e tra i costruttori, tra gli insegnanti e i legislatori.

Appartengono al periodo ante guerra le ricerche di Baker e Roderick (1938-40) su portali e travi metalliche.

Intanto durante la guerra, in Gran Bretagna il calcolo a rottura era stato il protagonista di una sensazionale e suggestiva realizzazione.

I bombardamenti aerei, sempre più frequenti e rovinosi avevano indotto il Ministero della Sicurezza a prendere provvedimenti atti a salvaguardare la vita delle persone e a garantire la protezione dei prodotti.

Gli ingegneri preposti allo studio di questi provvedimenti ideavano, per i cittadini inglesi, un ricovero « domestico », il famoso e popolarissimo « Morrison » così detto dal nome del Ministro della Difesa Civile.

Si trattava di una cassa ad ossatura metallica, con pannelli di chiusura in lamiera, di dimensioni circa  $200 \times 120 \times 75$  che veniva introdotta nelle case di abitazioni e usata di giorno come tavolo e di notte come letto, capace di ospitare due adulti e due bimbi, e di proteggerli dalle macerie della propria abitazione, ove questa fosse crollata sotto l'azione aerea. Il cassone andava calcolato per assorbire il carico dovuto alla caduta di un solaio di m 4,20, gravato da  $1500 \text{ Kg/m}^2$ .

Il calcolo in fase elastica, conforme alle citate « *Recommendations* » avrebbe reso il progetto irrealizzabile. Ciascun cassone, infatti, dimensionato in modo da mantenere le sollecitazioni massime al disotto dei valori ammissibili, avrebbe richiesto l'impiego di 2 tonnellate e mezzo di acciaio.

Ma la particolare funzione della struttura che era quella di proteggere la incolumità degli occupanti, e solo quella, e il fatto che la condizione di

carico di progetto poteva considerarsi eccezionale, anzi veramente «*accidentale*», verificandosi una sola volta *per accidente* nella vita del cassone, convinsero ben presto i progettisti ad adottare il calcolo plastico. L'energia di deformazione plastica, che il cassone era in grado di assorbire sotto il carico in fase extra-elastica, risultò di gran lunga maggiore di quella elastica. Si riuscì a costruire cassoni pesanti la decima parte di quanto previsto dagli «*elasticisti*», che risultarono così... tra i più danneggiati dalle azioni aeree tedesche.

Furono distribuiti 1 milione e 200 mila «*Morrison*»; la cronaca inglese di quegli anni terribili è piena di fotografie di cassoni metallici estratti dalle macerie deformati sì, plasticamente, ma di quanto bastava ad assorbire il carico e non tanto da non poter restituire incolumi gli occupanti.

La protezione delle materie prime e dei manufatti conservati nei capannoni industriali era affidata alla stabilità dei capannoni stessi. Il calcolo elastico era certamente pessimista circa le conseguenze, sulla statica di un capannone, dello scoppio di una bomba dirompente che avesse per esempio tranciato un pilastro... Col calcolo a rottura fu possibile invece verificare la stabilità di capannoni, anche nella sfortunata ipotesi suddetta.

Nel dopo-guerra le ricerche furono continuate, come già detto, a Cambridge ed in America presso la Lehigh University (Luxion-Johnston).

Hanno legato il proprio nome a questo periodo fondamentale nella storia del «*limit design*»:

*Roderick-Phillips, Baker, Horne, Heyman, Foulkes, Beedle, Neal, Symonds-Yang-Pratley-Eickoff.*

Particolare sviluppo ha assunto la verifica a rottura dei telai metallici. Sono stati proposti ingegnosi procedimenti basati sulla combinazione tra vari meccanismi di rottura, al fine di determinare con facilità il meccanismo reale e quindi, con semplice equazione di equilibrio, il carico di collasso. E' del 1952 una nota di *Neal* e *Symonds* nella quale per la prima volta si parla di combinazione di meccanismi cinematici.

In generale, la ricerca del moltiplicatore di rottura veniva eseguita, per strutture monodimensionali semplicemente inflesse, con un procedimento per tentativi basato su due noti teoremi di *Greenberg*, *Prager* e *Feinberg*.

Una prima formulazione di questi teoremi era del 1949. Solo nel 1951 i teoremi vennero dimostrati, e nella discussione che seguì alla pubblicazione sui «*Proceedings*» della American Society of Civil Engineers, nel febbraio 1952, intervenne per l'Italia il prof. *Franciosi* che espose un suo procedimento per tener conto, nella determinazione del momento limite e quindi del coefficiente di sicurezza a rottura, dello sforzo normale.

Si deve allo stesso prof. *Franciosi* la enunciazione di un teorema fondamentale del calcolo a rottura (1955) che, componendo in una unica espressione i due teoremi di *Greenberg* e *Feinberg* permette di estendere

le premesse, i risultati ed i procedimenti di calcolo ai casi in cui la contemporaneità di più caratteristiche della sollecitazione lo renda necessario.

Il teorema fondamentale del *Franciosi* permette inoltre di mettere a punto un procedimento di ricerca del moltiplicatore di rottura per successive approssimazioni che viene illustrato ed esemplificato dallo stesso Autore in numerose pubblicazioni. Il procedimento si mostra particolarmente utile per la verifica a rottura degli archi, argomento sul quale la scuola anglo-sassone ha dato un contributo assai limitato.

Il « *limit design* » vede intanto allargarsi il suo campo di applicabilità. Si diffonde in Inghilterra il « *limit design* » per strutture in c.a.

Nato per le strutture metalliche, il calcolo a rottura si mostra applicabile con ottimi risultati alle strutture in conglomerato armato.

In una comunicazione all'Association International des Ponts et Charpentes, del 1961; il prof. *Drucker* espone i risultati di proprie ricerche che confermano l'aderenza dei risultati sperimentali ai dati teorici.

Una ricca documentazione di prove su modelli in c.a. viene presentata nel 1962 dal prof. *Franciosi* al corso di perfezionamento in c.a. del Politecnico di Milano. Numerose esperienze, condotte presso l'Istituto di Scienza delle Costruzioni della Facoltà di Ingegneria della Università di Napoli, dimostrano la ottima aderenza del metodo di calcolo a rottura alle strutture in c.a.

Le obiezioni più insistenti degli oppositori riguardano l'ipotesi della illimitata deformabilità delle cerniere plastiche.

*Galli-Renzulli*, nel 1954 avevano proposto un metodo per rimuovere tale ipotesi. Il C.E.B., Comitato Europeo del « *beton* » ha attualmente allo studio uno schema di suggerimenti atti a garantire, nell'applicazione del « *limit design* » alle strutture in c.a., dal pericolo della rottura localizzata.

Alla fine di questo capitolo si riportano i brani più interessanti il « *limit design* » tratti dalle « Raccomandazioni » del C.E.B. pubblicate nel marzo 1963.

Un campo di notevole interesse e certamente di grande sviluppo nel futuro è quello relativo alla determinazione del coefficiente di rottura per carichi variabili ripetuti. Il problema, già studiato da *Bleich* (1932), dal *Melan* (1936) per strutture particolari (il primo per strutture con solo due iperstatiche, il secondo per travi reticolari con elementi soggetti a solo sforzo normale), è stato affrontato dal *Neal* e *Symonds* nel caso generale di strutture monodimensionali inflesse. Seguendo l'esempio del *Franciosi* nel caso del collasso statico, è stato possibile unificare i due teoremi anche nel caso del « collasso incrementale », così da applicare opportunamente adattato, il procedimento di successive approssimazioni, già usato per il calcolo del moltiplicatore di collasso statico (*Sparacio*, 1960).

Successivi studi, con ampie esemplificazioni, hanno esteso l'applicazione del procedimento alle strutture presso-inflesse, per es. archi da ponte.

L'argomento è di estremo interesse, perchè il caso di collasso da carichi comunque variabili ha carattere di generalità, e lo stesso collasso statico può farsi rientrare come caso particolare di collasso incrementale.

Inoltre questa generalità permette di tenere in conto le distorsioni, che non influenzano affatto, come è noto, il calcolo del moltiplicatore di collasso statico. Gli altri vantaggi del procedimento sono illustrati nel testo. Qui ci piace ricordare che per strutture portanti di edifici che sorgono in zone soggette a movimenti sismici, e quindi chiamate a sopportare l'alternativo avvicinarsi di carichi opposti, che si sovrappongono, oltre che ai carichi fissi, ad altri carichi comunque variabili, una verifica a rottura che non tenesse conto del susseguirsi di varie condizioni di carico porterebbe a valori assai poco attendibili del carico critico. Sembra opportuno far notare che la eccezionalità del carico, e il particolare compito assegnato ad una struttura in quel frangente, che si riduce alla sola resistenza al crollo, riproducono in questi casi la particolare opportunità del « *limit design* » già riconosciuta nel caso dei ricoveri « Morrison » « domestici ». E ancora si deve qui ricordare gli studi dedicati alla difesa dal fuoco delle strutture metalliche, studi che vanno diffondendosi ora anche in Italia, in seguito alla pubblicazione di uno schema di norme ufficiali. Anche in questo caso la verifica a rottura, secondo i procedimenti del « *limit design* » della struttura soggetta ai carichi esterni e indebolita dall'aumento di temperatura è l'unica verifica che fornisca un coefficiente ragionevolmente sicuro.

Un semplice accenno si vuole qui fare a quei problemi che il calcolo a rottura non ha ancora esaurientemente messo a punto: lo studio del collasso per instabilità in campo plastico, e la determinazione della deformata alle soglie del collasso. Numerosi studi sono in corso in tutto il mondo per la definizione di questi problemi.

Molto diffuso è, in Inghilterra, il calcolo a rottura delle piastre. Il testo fondamentale per queste applicazioni è quello danese dello *Johansen* (1954), e per le analisi delle linee di frattura, quello di *Ferguson* (1958). Un capitolo che ci sembra di limitato interesse è quello relativo alla progettazione col criterio del « minimo peso ».

Il calcolo delle fondazioni a rottura è stato affrontato da *Roscoe* e *Schofield*, nel 1956. E' di *Haythornthwaite* il primo lavoro sperimentale (1960) sulla plasticità dei terreni. Nel 1962 in una nota di *Kaliszky*, sul *Arch. Inzyn. Ladowej*, viene condotto il calcolo a rottura di una trave di fondazione prevedendo plasticizzazioni sia nella trave che nel suolo.

\*  
\* \*

La pratica tecnica ha adottato ormai dovunque il « *limit design* ». In ciò confortata da una legislazione che sempre più afferma e riconosce la validità di questo nuovo metodo di calcolo.

Nel 1948 le British Standards Specifications 449 contengono per la prima volta un articolo che consente il « *fully rigid design* » con un fattore di carico (« *load factor* ») uguale a 2, distaccandosi così dal metodo di progetto tradizionale, ancora contenuto nel corpo delle B.S. 449 e che era basato sul concetto di « *safety factor* » sulle tensioni. Nel 1952 fu eretto il primo fabbricato in accordo alle nuove norme. Nel 1958 erano già più di 600 nella sola Gran Bretagna, le costruzioni progettate col metodo plastico.

Negli Stati Uniti la introduzione di un aumento del 20 % alle tensioni ammissibili è stato un parziale riconoscimento delle riserve plastiche. Fu adottato dall'American Institute of Steel Construction (A.I.S.C.) nel 1946. La prima costruzione si ebbe in Canada nel 1956: un telaio a due piani con travi continue su sei campate. Nel 1957 fu costruito un deposito a Sioux Falls. Le norme dell'A.I.S.C. per il « *Plastic Design in Steel* » furono adottate nel 1958, ma prima di questa data numerose strutture erano state già progettate in fase plastica malgrado l'assenza di norme.

Una precisa programmazione prevede fin dal 1950 ricerche, Symposii (*Brown*) corsi di perfezionamento, (*Lehigh* e A.I.S.C.) conferenze regionali in 27 stati, la pubblicazione di un Manuale dell'A.I.S.C. e di una serie di opuscoli divulgativi. Nel 1953 furono pubblicati, a cura della Canadian Standards Association, le prime norme del Nord America.

Nel 1956 l'American Society of Civil Engineers preparò un « *Commentaries* » sulla progettazione in fase plastica. In aggiunta alle norme dell'A.I.S.C. i quattro maggiori codici degli U.S.A. per le costruzioni hanno approvato il progetto plastico. Questi sono il « *Building Officials Conference of America* », l'« *International Building Officials Conference* », il « *Southern Building Congress* », il « *National Board of Fire Underwriters* ».

Diversi codici locali hanno adottato la plasticità, specie nel Sud-Est dove la sua applicazione è assai diffusa. Negli altri paesi Europei e Americani il progetto in fase plastica è ormai quasi ovunque ammesso e comunque sono in preparazione norme specifiche.

Risulta infatti che nel 1960 erano in preparazione norme per l'adozione del « *limit design* » in Belgio, Giappone, Jugoslavia. Il calcolo a rottura era inoltre ammesso e riconosciuto da norme ufficiali in Ungheria, Australia, India, Polonia, Danimarca, Norvegia e Russia.

Si riportano, da alcuni regolamenti stranieri i brani più significativi interessanti il calcolo a rottura:

**Norme inglesi - C.P. 114 - articolo 213 (1957).**

«I momenti flettenti» nelle travi e nelle piastre vanno calcolati per l'effettiva luce e per tutti i carichi di esercizio.

Il momento flettente di calcolo per una sezione trasversale di una trave continua o di una piastra deve essere il massimo momento positivo e negativo nella sezione stessa, essendo permesso in entrambi i casi, se si vuole, di ridurre i momenti dovuti alla estensione degli appoggi per le seguenti condizioni di carichi:

- a) carichi su campate alterne,
- b) carica ogni coppia di campate adiacenti.

Tuttavia, eccetto i casi in cui siano usati i valori approssimati per momenti flettenti indicati nell'art. 313, i momenti negativi sugli appoggi per ogni condizione di carico considerata, possono essere aumentati o diminuiti di non più del 15 %, purchè siano variati in conseguenza i valori di campata.

**Norme norvegesi (427 - B - 1957).**

Nelle travi continue e nei solai di fabbricati progettati secondo la teoria della elasticità, quella parte del momento negativo dovuta al carico accidentale può essere ridotta del 25 % senza aumentare in corrispondenza il momento di campata (che è calcolato in base alla condizione di carico che fornisce ivi il massimo momento).

**Norme danesi (411 - 1949).**

Nelle strutture staticamente indeterminate le caratteristiche nella sezione possono essere scelte arbitrariamente purchè le tensioni massime in nessun punto in tali strutture siano minori di 1/3 delle tensioni calcolate con la teoria dell'elasticità.

**Norme russe.**

La Commissione Russa di ricerche scientifiche consiglia le seguenti formule per travi e piastre.

- $wl^2/16$  per i momenti di campate intermedie,
- $wl^2/16$  per appoggi di campate intermedie,
- $wl^2/11$  per le campate terminali delle piastre
- $wl^2/14$  per gli appoggi delle campate terminali delle piastre,

$wl^2/_{12}$  per i momenti di campata terminale nelle travi,  
 $wl^2/_{12}$  per appoggi di campata terminale nelle travi.

Le formule suddette sono applicabili per carichi accidentali e fissi.

In generale il momento scelto così in ogni sezione non dovrebbe essere inferiore al 70 % di quello ottenuto con la teoria elastica.

In Italia le norme ignorano il « *limit design* ». Uno schema di regolamento allo studio attualmente ma non ancora ufficialmente approvato richiama la verifica a rottura, ma solo per quel che riguarda la ridistribuzione delle tensioni nella sezione, e quindi il calcolo del momento di rottura.

Nulla invece appare circa la ridistribuzione dei momenti nella struttura e cioè sul « calcolo a rottura » inteso come « *limit design* ».

\*  
\* \*

Si riportano, come più sopra annunciato, alcuni brani, interessanti il « *limit design* », tratti dalle recenti « Raccomandazioni pratiche unificate per il calcolo e l'esecuzione delle opere in cemento armato » compilate dal « Comité Européen du Béton » e pubblicate in Italia a cura dell'A.I.T.E.C., Via di S. Teresa, 23 - Roma (\*).

P 3,112. — Il calcolo nello stato limite di rottura si farà partendo dalle ipotesi seguenti:

a) le deformazioni degli elementi di una sezione restano sempre proporzionali alla distanza di questi elementi dall'asse neutro;

b) un diagramma tensioni-deformazioni unitarie del calcestruzzo tratto dall'esperienza e rispondente al caso considerato permette di dedurre la distribuzione ed il valore delle tensioni e delle forze interne in una sezione sottoposta ad un accorciamento estremo definito sperimentalmente;

c) per le armature di trazione come per le armature di compressione, la tensione nell'acciaio e la forza corrispondente possono essere dedotte dal diagramma tensioni-deformazioni unitarie dell'acciaio impiegato;

d) la resistenza del calcestruzzo a trazione viene trascurata.

P 3,113. — Ricerche teoriche fondamentali ed interpretazioni statistiche di misure sperimentali a rottura hanno consentito di dimostrare che l'impiego dei diagrammi semplificati di ripartizione delle tensioni nella zona del calcestruzzo compresso (stress-blocks) permette di ottenere dei risultati sufficientemente approssimati.

Qualsiasi diagramma semplificato di ripartizione delle tensioni, così come ogni abbaco o formula semplificata potranno essere usati in pratica, con la riserva che i loro risultati concordino, entro limiti accettabili, con quelli di numerose prove, eseguite ed interpretate su basi scientifiche.

---

(\*) I brani, tratti dai « Principi » (P), dalle « Istruzioni » (I) e dai « Commenti » (CP, CI) sono qui riprodotti grazie all'autorevole interessamento del prof. ing. Franco Levi e del dott. ing. Gaetano Bologna.

**P 3,31. Fessurazione.**

P 3,311. — E' necessario evitare le fessure nella misura in cui esse nuocciono all'aspetto dell'opera o possono provocare la corrosione dell'armatura. La probabilità di corrosione per la presenza delle fessure dipende in parte dalle condizioni atmosferiche e ambientali e in parte dalla larghezza delle fessure e specialmente dalle larghezze massime.

Per le larghezze massime delle fessure, possono generalmente essere ammessi i limiti seguenti:

|   |        |
|---|--------|
| — Per gli elementi interni in atmosfera normale . . . . .   | 0,3 mm |
| — Per gli elementi interni in atmosfera umida o aggressiva e gli elementi esterni esposti alle intemperie . . . . .                     | 0,2 mm |
| — Per gli elementi interni o esterni esposti a condizioni particolarmente aggressive o che devono assicurare l'impermeabilità . . . . . | 0,1 mm |

P 3,312. — La larghezza media  $w$  delle fessure in un elemento dipende principalmente da:

- a) l'allungamento medio  $\varepsilon_a$  dell'armatura;
- b) l'allungamento medio  $\varepsilon_b$  del calcestruzzo;
- c) la distanza delle fessure  $\Delta l$ .

La larghezza media delle fessure può quindi essere espressa in modo semplice dalla formula

$$w = \Delta l (\varepsilon_a - \varepsilon_b)$$

e approssimativamente da  $w = \Delta l \varepsilon_a$ , essendo stabilito che l'allungamento del calcestruzzo è piccolo in confronto a quello dell'acciaio e che esso è anche ridotto per effetto del ritiro o dei carichi ripetuti.

La distanza  $\Delta l$  dipende essenzialmente dall'aderenza  $\tau_d$  tra calcestruzzo e armatura, dalla superficie  $p$  per lunghezza unitaria dell'elemento, attraverso la quale il carico è trasmesso per aderenza dal calcestruzzo all'acciaio; dalla sezione trasversale  $B$  del calcestruzzo che è interessata dal fenomeno di fessurazione e dalla resistenza a trazione del calcestruzzo  $\sigma_b$ .

$$\Delta l = f \left( \frac{\sigma_b B}{\tau_d p} \right).$$

Dati sperimentali hanno provato che è ragionevole considerare che l'aderenza è proporzionale alla resistenza a trazione del calcestruzzo, in modo che la formula per la distanza delle fessure può essere semplificata come segue:

$$\Delta l = f \left( \zeta \frac{B}{p} \right)$$

in cui il parametro  $\zeta$  dipende essenzialmente dalle condizioni di aderenza dell'acciaio.

Così la larghezza media delle fessure è data da:

$$w = \varepsilon_a f \left( \zeta \frac{B}{p} \right).$$

Tuttavia la posizione e la larghezza delle fessure anche in una zona di tensione di trazione costante nell'acciaio, variano e sono influenzate da un gran numero di fattori quali la presenza di staffe.

La larghezza massima delle fessure può raggiungere 1,5 a 2 volte la larghezza media.

Date tutte queste incertezze, non è consigliato per lo studio dei progetti di fare un calcolo teorico completo della fessurazione. I Regolamenti dovranno pertanto fornire delle formule semplici.

CP 3,311. — La fessurazione è un fenomeno importante e specifico del cemento armato. Da un lato una membrana fessurata si comporta come una serie di blocchi mantenuti a contatto nella loro zona compressa e legati dalle armature; donde l'importanza della determinazione e della disposizione delle stesse e in particolare delle armature di cucitura (P 3,21). D'altra parte, la fessurazione può avere una grande influenza sulla durabilità della costruzione.

Per quanto riguarda questo ultimo punto, si richiama l'attenzione sul fatto che il processo di corrosione delle armature non dipende solamente dall'entità dell'apertura delle fessure, ma anche dalla loro direzione (parallela o perpendicolare alla direzione delle barre), dalla qualità del calcestruzzo di rivestimento (soprattutto dalla sua compattezza), dallo spessore della copertura e dalla dimensione propria delle barre. Per questo motivo, la riduzione sistematica dell'apertura massima delle fessure, non può essere considerata, in ogni caso, come una protezione assoluta contro la corrosione; soprattutto quando detta riduzione non può essere ottenuta che impiegando delle barre di piccolissimo diametro che in pratica sono molto sensibili agli effetti della corrosione.

I principi, le Istruzioni ed i Commenti riguardano solo la fessurazione di flessione o di trazione, con piani delle fessure normali alla direzione delle armature, escludendo le fessure parallele alle armature che sono molto più pericolose per la corrosione. La loro formazione deriva almeno per una parte, da una insufficienza della compattezza o da scarso rivestimento soprattutto lungo gli spigoli delle membrature.

CP 3,312. — In molti paesi, sono state stabilite, per il controllo della fessurazione di flessione o di trazione, delle formule nelle quali fra l'altro sono state introdotte delle ipotesi diverse sulla ripartizione dell'aderenza tra il calcestruzzo e l'acciaio nell'intervallo fra le fessure.

Queste formule sono state sviluppate talvolta a partire dalle formule di base indicate nell'articolo P 3,312, talvolta su basi sperimentali più spesso ancora mediante combinazione dei due procedimenti.

Diamo qui appresso degli esempi di tali formule:

1° Esempio.

Se si ammette che la funzione  $f$  nell'espressione finale per l'apertura media  $w$  è semplicemente una formula di proporzionalità, l'equazione si semplifica e si riduce a:

$$w = \chi \varepsilon_a \frac{B}{p}$$

che per trasformazioni successive, si può anche scrivere:

$$w = \chi_1 \sigma_a \frac{B}{A} \frac{A}{p}$$

$$w = \chi_2 \sigma_a \frac{\phi}{\omega}$$

oppure

$$\phi = \chi_3 \frac{\omega}{\sigma_a} w . \quad (1)$$

Quando il valore della larghezza ammissibile delle fessure  $w$ , secondo la condizione di esposizione considerata, viene introdotta in questa espressione, il diametro massimo delle barre diventa funzione della percentuale dell'armatura, della tensione dell'acciaio e del coefficiente  $\chi_3$ . Questo coefficiente dipende dalle caratteristiche di aderenza della armatura, determinate sperimentalmente.

Nei calcoli, conviene specificare i valori del prodotto  $w \chi_3$  per diversi tipi di barre e condizioni di esposizione.

#### 2° Esempio.

E' stato stabilito sperimentalmente che la relazione  $w = \chi_2 \sigma_a \omega_0$  data nel 1° esempio in base ai principi fondamentali esige qualche modifica per una valutazione più approssimata delle aperture delle fessure. Tali ricerche hanno dimostrato che era preferibile adottare l'espressione:

$$w = \chi_2 \sigma_a \frac{\phi}{\omega} (1 + \chi_4 \omega) .$$

Il valore di  $\chi_4$  determinato sperimentalmente essendo risultato pari a 4,5/0,4, l'espressione si può mettere nella forma:

$$\phi = \chi_5 \frac{w}{\sigma_a} \frac{\omega}{0,4 + 4,5 \omega} . \quad (2)$$

I valori del coefficiente  $\chi_5$  dipendono dalle caratteristiche di aderenza della barra e sono desunti sperimentalmente. Così come nel primo esempio risulta conveniente specificare i valori del prodotto  $w \chi_5$  per diversi tipi di barre e diverse condizioni di esposizione.

Nelle due formule (1) e (2) riportate, la sezione di riferimento del calcestruzzo che si suppone interessata dal fenomeno di fessurazione è stata fatta coincidere con la superficie del calcestruzzo teso avente lo stesso baricentro dell'armatura tesa. In altre formule sono state adottate delle sezioni diverse come, ad esempio, la sezione totale del calcestruzzo.

La sezione di riferimento più idonea non è ancora stata determinata. Essa è influenzata dal tipo di sollecitazione, (trazione pura, trazione e flessione, flessione pura), dalla forma della sezione e della distribuzione delle tensioni sulla sezione.

**I 3,11. Membrature lineari piene.**

Nelle costruzioni calcolate adottando i valori elastici dei momenti (esatti o approssimati, o corretti in conformità con i trasferimenti consentiti da alcuni regolamenti), si osserverà una particolare prudenza per le sezioni fortemente armate o le membrature sottoposte a flessione composta; la capacità di adattamento di queste sezioni è infatti debole, e ciò può provocare delle rotture localizzate molto prima che sia sfruttata la capacità di resistenza di tutte le sezioni critiche.

Il calcolo per le condizioni più sfavorevoli previste per la costruzione può essere svolto secondo la teoria degli stati limiti se si dispone dei diagrammi momenti-rotazioni e dei valori delle rotazioni-limiti, ricavati da esperienze che realizzino condizioni paragonabili a quelle della costruzione allo studio. Se si segue questo procedimento, bisogna tuttavia:

— controllare la configurazione reale estrema dell'insieme, a mezzo delle equazioni generali di equilibrio e di congruenza della deformazione (oppure a mezzo di procedimenti equivalenti),

— accertare mediante queste stesse equazioni che la fessurazione e la deformazione in fase di esercizio restino nei limiti ammessi per il tipo particolare di struttura,

— verificare che le condizioni locali di sicurezza rispetto allo sforzo di taglio siano verificate negli stati limiti,

— garantire la stabilità di insieme della struttura nelle condizioni limiti.

Per le strutture iperstatiche complesse, sono allo studio dei metodi semplificati, atti ad evitare la verifica di congruenza della deformazione; ma non essendo ancora sufficientemente controllata l'applicazione di questi metodi, occorre, per il momento, contentarsi di un calcolo fondato sui valori elastici esatti, corretti o approssimati dei momenti, rispettando le precauzioni enunciate.

Nel caso particolare delle ossature di edifici, una redistribuzione dei momenti risultanti dai calcoli elastici potrà essere ammessa; tuttavia l'entità di questa redistribuzione non potrà superare il 15 %, a meno che si esegua un calcolo di congruenza.

Le presenti Istruzioni non si applicano alle sollecitazioni eccezionali.

**CI 3,11.**

Le regole enunciate derivano dalle constatazioni teoriche e sperimentali che si possono fare quando si studia l'evoluzione dello stato di equilibrio delle costruzioni dopo la fine della fase elastica.

In genere, le prime deformazioni plastiche nel calcestruzzo teso appaiono in un primo tempo in alcune delle sezioni critiche. Ne deriva una redistribuzione dei momenti che va a favore precisamente delle regioni più fortemente sollecitate e che ne ritarda la fessurazione.

Per un aumento ulteriore dei carichi, fino alla rottura, nuove regioni sottoposte a momenti positivi o negativi entrano in fase non elastica; la distribuzione dei momenti risulta allora dalla somma algebrica di effetti contrari ed è perciò impossibile prevederne l'influenza. Se si esamina, ad esempio, il caso di costruzioni dimensionate localmente a rottura sulla base della distribuzione elastica dei momenti, all'atto della rottura si possono presentare le seguenti eventualità:

a) se le redistribuzioni provocate dalle deformazioni non elastiche dei due segni sono praticamente equivalenti, il margine di sicurezza della costruzione presa nel suo insieme sarà praticamente uguale al margine di sicurezza adottato per la verifica locale delle sezioni;

b) se le redistribuzioni provocate dalle deformazioni non elastiche dei due segni

non si compensano, si potrà produrre una rottura nelle regioni aventi una minore capacità di adattamento e il margine di sicurezza sarà più basso.

Il pericolo indicato si accentuerà:

— se si tenta di sfruttare a fondo la capacità di resistenza di certe sezioni, anche oltre il punto che corrisponde all'inizio delle grandi deformazioni, perchè non è certo che le altre regioni possano continuare ad adattarsi sufficientemente;

— se certe regioni della costruzione dispongono di una capacità di adattamento limitata.

Queste considerazioni dimostrano che quando le deformazioni non sono illimitate, come accade nel cemento armato, la redistribuzione dei momenti può benissimo essere nociva, almeno in fase di rottura. Solo un calcolo anelastico corretto può quindi fornire una valutazione dei margini di sicurezza reali e un dimensionamento che garantisca lo sfruttamento integrale delle capacità di resistenza.

I procedimenti di calcolo che permettono, mediante estensione dei metodi elastici, di effettuare la verifica di equilibrio e di congruenza delle rotazioni totali (elastiche e non elastiche) sono esposti nelle pubblicazioni del « Comité Européen du Béton » (fascicoli n. 21 e n. 30) (\*).

Crediamo tuttavia utile riassumere qui alcune basi teoriche e sperimentali sulle quali questi metodi di calcolo sono fondati, poichè queste idee possono fin d'ora essere di una certa utilità ai calcolatori:

CI 3,111. — Le deformazioni non elastiche del cemento armato sono dovute solo in piccolissima parte alla plasticità del calcestruzzo; esse sono dovute principalmente alla fessurazione; ne segue che queste deformazioni sono considerevoli nelle travi poco armate e molto più ridotte nelle travi a forte percentuale di armatura; esse sono inoltre molto limitate nelle membrature sottoposte a compressione e flessione con piccola eccentricità (sezione fragile).

CI 3,112. — Le rotazioni non elastiche estreme nelle travi sono in gran parte localizzate in zone ristrette, ciò che permette di considerarle concentrate nelle sezioni critiche, le altre parti delle membrature possono così essere considerate come ancora elastiche.

CI 3,113. — La legge momento-rotazione delle membrature inflesse è praticamente più o meno tri-lineare (fase elastica, fase fessurata, fase dei grandi allungamenti dell'acciaio); si può seguire la seconda parte con le teorie della fessurazione; il punto finale del diagramma (rottura) corrisponde al momento che si può calcolare con la teoria della flessione (I 4,1); per il valore corrispondente della rotazione (rotazione-limite) si deve tuttavia tener conto che si sono sempre osservati nelle prove degli accorciamenti unitari del calcestruzzo superiori al valore convenzionale 0,0035; si deve in ogni caso, attendere che le prove in corso forniscano dei criteri per la determinazione della « lunghezza plastica » sulla quale si estende la curvatura convenzionale calcolata, e dei criteri per tener conto di altri parametri.

Talune semplificazioni di calcolo sono tuttavia possibili per il dimensionamento allo stato estremo adottando una legge momenti-rotazioni bi-lineare caratterizzata da un limite elastico  $L_1$  e da una resistenza limite finale  $L_2$  scelti con cautela.

---

(\*) Questi fascicoli sono disponibili presso il « Secrétariat Permanent du Comité Européen du béton » (9, rue La Pérouse - Paris (16<sup>e</sup>)) e faranno oggetto in seguito di una « Aggiunta » alle presenti Istruzioni.

CI 3,114. — L'importante redistribuzione dei momenti che può essere provocata da una fessurazione moderata facilita il rispetto dei limiti ammissibili di apertura delle fessure.

Su queste basi, si può studiare una configurazione non elastica qualsiasi di una struttura data (in particolare, la configurazione estrema e le altre configurazioni limiti) a mezzo di una estensione dei metodi elastici usuali. In particolare, adottando il metodo dei lavori virtuali (*Müller-Breslau*), si possono imporre contemporaneamente l'equilibrio e la congruenza della deformazione totale scrivendo (per ogni cerniera  $i$  introdotta nella struttura per renderla isostatica), l'equazione seguente:

$$\int \frac{M_i M_o}{E'I'} ds + X_i \int \frac{M_i M_1}{E'I'} ds + \sum X_k \int \frac{M_i M_k}{E'I'} ds + M_i \theta'_i + M_i \phi_n = 0$$

con simboli:

- $X_i$  = momento incognito agente nella cerniera  $i$
- $X_k$  = momenti incogniti agenti nelle altre cerniere
- $M_1$  = momenti dovuti a  $X_i = 1$  agente in  $i$
- $M_k$  = momenti dovuti a  $X_k = 1$  agente nella cerniera  $k$
- $M_o$  = momenti dovuti al carico esterno
- $\theta'_i$  = rotazione non elastica nella cerniera  $i$
- $\phi_n$  = rotazioni non elastiche che si producono fra le cerniere introdotte
- $E'I'$  = coefficiente di rigidezza della fase non fessurata.

(Si osserverà che i primi tre termini sono identici a quelli del calcolo elastico ordinario).

Qualsiasi metodo di calcolo che concordi con l'equazione di congruenza indicata è valido. E' talvolta comodo separare i momenti dovuti alle deformazioni non elastiche dai momenti dovuti ai carichi agenti in regime elastico. Ne deriva uno speciale metodo di verifica utilizzabile in pratica, per le strutture a basso grado di iperstaticità.

Per le strutture complesse, adottando la legge momenti-rotazioni semplificata bi-lineare, il metodo limite di dimensionamento porta a verificare che il segno delle rotazioni sia corretto e che il loro valore non sia eccessivo, a mezzo della seguente equazione:

$$\int \frac{M_i M_o}{EI} ds + X_i \int \frac{M_i M_1}{EI} ds + \sum X_k \int \frac{M_i M_k}{EI} ds + \theta_i = 0 .$$

Questa equazione si ottiene partendo dall'equazione di congruenza precedente e trascurando le rotazioni non elastiche che nascono tra le cerniere scelte. I simboli supplementari hanno il seguente significato:

- $\theta_i$  = rotazione non elastica nella cerniera  $i$ , calcolata con la legge semplificata bi-lineare
- $EI$  = coefficiente di rigidezza sotto il limite  $L_1$  nella legge semplificata bi-lineare.

L'adozione di questo metodo semplificato esige che si consideri la distribuzione più sfavorevole fra tutte quelle possibili dei carichi e delle cerniere; soprattutto non può essere esclusa l'ipotesi di cerniere eventualmente poste nelle sezioni fragili della struttura.

I metodi dei quali si sono dati qui soltanto i principi fondamentali sono esposti in modo particolareggiato nei Bollettini 21, 30 e 34 del C.B.E. (\*).

Per quanto concerne la raccomandazione contenuta in I 3,11 di « assicurarsi mediante queste stesse equazioni che la fessurazione e la deformazione in esercizio restino nei limiti ammessi per il tipo particolare di struttura », occorre precisare:

— che questo controllo non è necessario se ci si è limitati ad adottare una redistribuzione dei momenti che non superi il 15 % o se si è eseguito un calcolo con un metodo elastico approssimato, come indicato nelle « Istruzioni ». In questo caso si effettuerà dunque solamente il controllo della fessurazione prescritta in CI 4,4;

— che negli altri casi, pei quali questo controllo è necessario, si deve disporre di un margine di sicurezza di 1,3 tra la tensione nell'acciaio, calcolata in regime elastico in presenza dei momenti dati dal carico caratteristico e la tensione caratteristica dell'acciaio. Si dovrà dunque avere:

$$\frac{\text{tensione caratteristica dell'acciaio}}{\text{tensione elastica per il carico caratteristico}} > 1,3 (**).$$

In questo caso si dovrà tener conto che il rischio di avere deformazioni plastiche in fase di esercizio è maggiore.

Per il calcolo dei momenti nelle strutture da ponte costituite da travi continue, è particolarmente importante evitare, in condizioni di esercizio, una fessurazione eccessiva, deformazioni eccessive o tensioni che possano produrre un indebolimento per fatica. E' allora necessario applicare l'equazione generale di congruenza o formule da essa derivanti, per tutti i casi possibili di carico. In questo calcolo rigidezza e rotazioni saranno ricavati da diagrammi momenti-rotazioni tratti dall'esperienza (\*\*\*).

#### I 4,11. Flessione semplice o composta.

##### I 4,110 - *Premesse.*

Il valore della resistenza a flessione semplice o composta (tenuto conto dei coefficienti di sicurezza rispetto allo stato limite estremo definiti in I 2,3) sarà determinato in conformità con i principi enunciati in P 3,112, ammettendo le seguenti ipotesi complementari:

##### I 4,111 - *Accorciamento unitario massimo del calcestruzzo.*

L'accorciamento unitario massimo del calcestruzzo per compressione in flessione semplice è convenzionalmente assunto uguale a 3,5 ‰.

(\*) Questi Bollettini sono disponibili al « Secrétariat Permanent du Comité Européen du Béton » (9, rue La Pérouse - Paris 16<sup>e</sup>) e faranno oggetto in seguito di una « Aggiunta » alle presenti « Istruzioni ».

(\*\*) La tensione caratteristica dell'acciaio è quella che corrisponde alla probabilità di avere, in una distribuzione statistica normale dei risultati di prove di misura del limite di elasticità, il 5 % dei risultati inferiori al valore fissato.

(\*\*\*) Questi diagrammi faranno oggetto di una prossima pubblicazione in « Aggiunta » alle presenti « Istruzioni », completando così i metodi di calcolo esposti nei Bollettini n. 21, n. 30 e n. 34.

I 4,112 - *Diagramma di ripartizione delle tensioni nella zona di calcestruzzo compresso.*

In conformità al principio P 3,11 potrà essere adottato per sollecitazioni monoassiali l'uno o l'altro dei seguenti diagrammi:

1. *Diagramma parabola-rettangolo.*

Questo diagramma è formato da una parabola di secondo grado prolungata da una linea retta.

2. *Diagramma parabolico.*

Questo diagramma è formato da una parabola di secondo grado il cui vertice corrisponde alla fibra che ha subito l'accorciamento massimo; la tensione massima del calcestruzzo su questa fibra è supposta uguale alla resistenza di calcolo  $\sigma_b'^*$  del calcestruzzo a compressione.

3. *Diagramma rettangolare limitato.*

Il diagramma di ripartizione delle tensioni nella zona di calcestruzzo compresso è assimilato a un rettangolo avente una larghezza uguale alla resistenza di calcolo del calcestruzzo  $\sigma_b'^*$  ed una altezza uguale:

— sia, quando  $x \leq h$ , ai 75/100 dell'altezza  $x$  della zona sottoposta ad accorciamento (altezza della fibra neutra);

— sia, quando  $x > h$ , a  $\frac{x - 3/4 h}{x - 2/3 h} h$ .

Il valore del momento resistente dato dalle compressioni agenti sul calcestruzzo (fatta astrazione dall'eventuale contributo di una armatura da compressione) è limitato al valore del momento (preso rispetto agli acciai tesi o situati dalla parte meno compressa) di una distribuzione uniforme di compressioni, estesa a tutta la sezione utile totale di altezza  $h$ , d'intensità pari alla tensione di calcolo  $\sigma_b'^*$  moltiplicata per il coefficiente:

$$0,75 \text{ se } \sigma'_{bk} < 200 \text{ kg/cm}^2$$

e

$$0,65 \text{ se } \sigma'_{bk} \geq 600 \text{ kg/cm}^2$$

con interpolazione lineare fra questi due valori limite.

CI 4,111 - *Accorciamento unitario massimo del calcestruzzo.*

Il valore dell'accorciamento  $\epsilon'_0$  può variare sensibilmente per carichi ad azione prolungata o per forme di sezioni particolari. Nelle verifiche a flessione ci si può tuttavia accontentare del valore  $\epsilon'_0 = 3,5 \text{ ‰}$ . Questo valore massimo è sempre raggiunto quando l'asse neutro si trova all'interno della sezione.

Per delle sezioni interamente compresse, le deformazioni sulle pareti allo stato-limite di rottura sono più leggere e scendono ad uno valore dell'ordine del 2 al

2,5 ‰, a compressione semplice. Nel caso di una trave a T è ugualmente opportuno tener conto, che un'ala compressa relativamente poco spessa in rapporto all'altezza dell'anima, può trovarsi in condizioni di deformazione simili a quelle di un pilastro compresso.

CI 4,112 - *Diagramma di ripartizione delle tensioni nella zona di calcestruzzo compresso.*

Qualunque sia il diagramma impiegato, si deve sempre soddisfare contemporaneamente alle condizioni di equilibrio della statica ed alle condizioni di congruenza delle deformazioni.

La forma del diagramma ha relativamente poca influenza sul valore del momento resistente di una membratura sottoposta a flessione, soprattutto quando le rotture sono provocate dall'acciaio (sezioni debolmente o normalmente armate). In questo caso la resistenza a compressione del calcestruzzo ha poca influenza.

### 1. *Diagramma parabola-rettangolo.*

Lo stato limite di rottura a flessione semplice o composta dipende da un grande numero di parametri fra i quali la durata e il modo di sollecitazione hanno una grande importanza.

Queste diverse influenze hanno un carattere aleatorio di modo che solo uno studio statistico su un grande numero di prove potrebbe dare risultati validi. Attualmente non si dispone di un numero abbastanza grande di prove di lunga durata. Si ricorre quindi ad un metodo indiretto basato sulla prova a compressione eccentrica di prismi non armati, per determinare il diagramma proposto in I 4,112-1. Il vertice della parabola si situa all'ascissa 2 ‰, e l'angolo estremo del rettangolo all'ascissa 3,5 ‰, valore che corrisponde all'accorciamento ammesso a compressione fortemente eccentrica e a flessione semplice. Questo diagramma copre tutte le possibilità di sollecitazioni più sfavorevoli. I coefficienti numerici di questo diagramma sono volutamente prudenti.

Abbachi o tabelle (\*) permetteranno di utilizzare direttamente i risultati di questo metodo valido per tutta la zona che va dalla flessione semplice alla compressione centrata.

### 2. *Diagramma parabolico.*

L'uso di un diagramma formato da una parabola di secondo grado a tangente perpendicolare alla fibra estrema compressa permette di determinare il momento resistente con una buona approssimazione ed una lieve sicurezza.

### 3. *Diagramma rettangolare limitato.*

Risultati concordanti con la sperimentazione riunita per la flessione semplice e composta, in particolare per le sezioni normalmente o debolmente armate, sono pure stati ottenuti con il diagramma rettangolare limitato quale è definito nelle istruzioni. Questo diagramma semplificato tiene conto dell'effetto dei carichi di lunga durata e dell'effetto dei diversi tipi di sollecitazione (carichi alterni, ecc.).

L'introduzione della limitazione equivale a ridurre gradualmente la tensione

---

(\*) Questi abbachi e tabelle faranno oggetto di una « Aggiunta ».

nel calcestruzzo  $\sigma_b'^*$  fino ad un valore compreso tra  $0,75 \sigma_b'^*$  e  $0,65 \sigma_b'^*$  man mano che aumenta l'estensione della zona compressa a partire da un valore limite, per il quale il momento limite è raggiunto, fino all'altezza utile totale.

Si fa osservare che il diagramma delle tensioni nella sezione inflessa in fase di collasso può svolgersi secondo due schemi differenti, in funzione della percentuale di armatura della sezione.

Per deboli percentuali di ferro, questo attinge per primo il valore della tensione di snervamento  $\sigma_{fs}$  mentre la fibra estrema compressa del conglomerato non ha ancora raggiunto la deformazione di rottura. Da tale istante in poi gli allungamenti nel ferro aumentano rapidamente e così pure le fessurazioni. Il conglomerato sfrutta sempre più rapidamente le sue limitate capacità plastiche, finchè si attinge al bordo compresso la deformazione  $\epsilon_{cr}$  di rottura e si determina il collasso della sezione.

Nel caso che la percentuale di ferro sia forte, la fibra estrema compressa del conglomerato raggiunge la  $\epsilon_{cr}$  di rottura, e quindi provoca il collasso della sezione, prima che la deformazione del ferro attinga la  $\epsilon_{fs}$  di snervamento. Resta così determinato un valore limite della percentuale di armatura in corrispondenza del quale si perviene contemporaneamente allo snervamento del ferro teso ed allo schiacciamento del conglomerato: i valori superiori o inferiori corrispondono alla forte e debole armatura.

Nel caso di «debole armatura» la adozione di una distribuzione di  $\sigma$  nella zona compressa proposta dal C.E.B. nel riportato paragrafo I-4, 112,2 porta a risultati di pochissimo discosti da quelli ottenuti con l'adozione della «bilatera». Si consideri ad esempio una sezione rettangolare con

$b = 25$  cm e altezza  $h = 62$  cm, e armata con  $5 \text{ } \phi 16 + 2 \text{ } \phi 10$  (cm<sup>2</sup> 11.63). Risulta: percentuale di armatura:

$$\mu = \frac{11.63}{b \cdot h} = 0,75 \%$$

e, ponendo  $\sigma_o = 225$  k/cm<sup>2</sup>,  $\sigma_{fs} = 3200$  k/cm<sup>2</sup>, si ha, per il momento limite: con la schematizzazione bilatera del diagramma  $\sigma$ - $\epsilon$

$$M_o = 2.160.000 \text{ k} \cdot \text{cm}$$

con la schematizzazione parabolica:

$$M_o = 2.170.000 \text{ k} \cdot \text{cm}$$

con uno scarto percentuale dello 0,46 %.

Lo scarto cresce con l'aumentare della percentuale d'armatura. Per

la stessa sezione, ad esempio, di cm  $25 \times 62$ , armata questa volta con  $15 \text{ } \phi 16 + 6 \text{ } \phi 10$  ( $\text{cm}^2$  35) risulta  $\mu = 2,25 \%$

$$\text{schematizz. bilatera} \quad M_0 = 0,270 \times 225 \times 25 \times 62^2$$

$$\text{schematizz. parabolica} \quad M_0 = 0,264 \times 225 \times 25 \times 62^2$$

con uno scarto dell'1,52 %.

Lo scarto, anche per una percentuale di armatura vicina a quella definita «forte» risulta comunque limitato. Ciò che consente l'adozione della schematizzazione bilatera per il calcolo del momento limite  $M_0$ , almeno nel campo delle deboli armature. Quanto poi sia infrequente il caso delle «forte» armature è confermato dal diagramma della fig. 9-1.

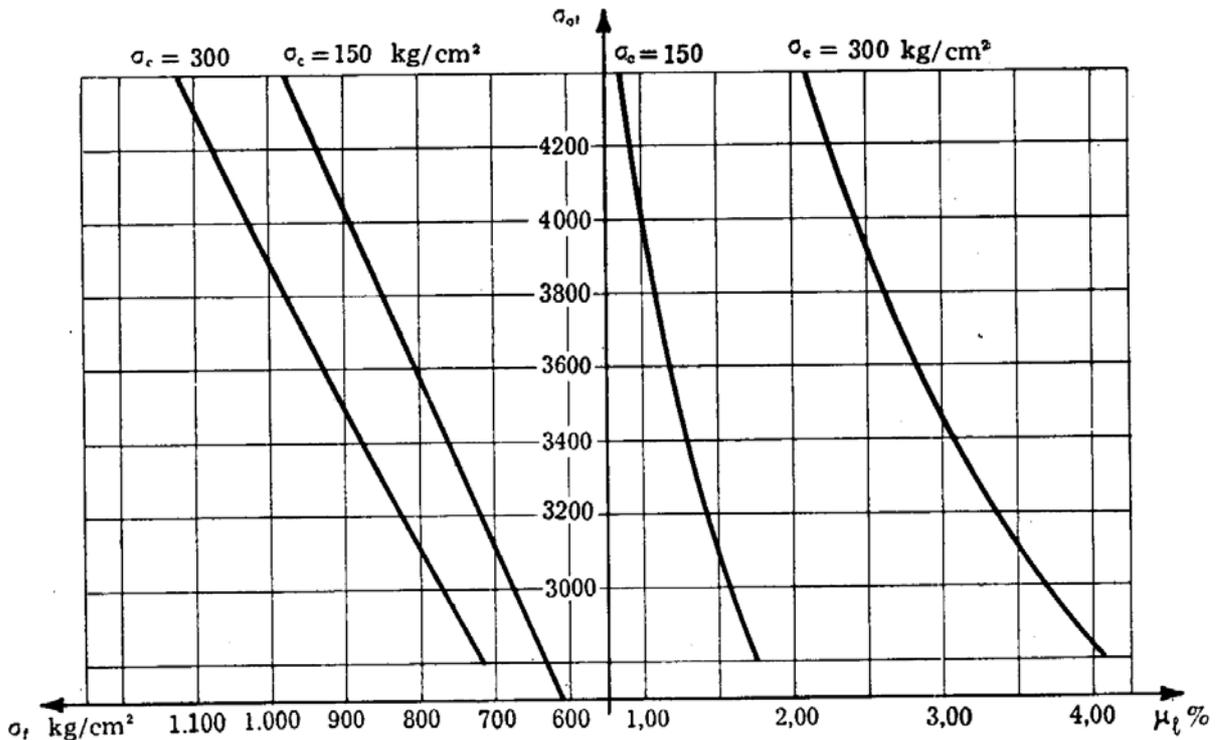


FIG. 9-1

In esso sono riportate per una sezione rettangolare, in corrispondenza dei valori estremi della sollecitazione di rottura del conglomerato, ed in funzione delle sollecitazioni di snervamento delle armature, le percentuali limiti,  $\mu_t$ . Le curve riportate nel quadrante sinistro forniscono, per ciascun valore delle  $\mu_t$ , il corrispondente valore della  $\sigma_s$  a cui il calcolo tradizionale della sezione rettangolare in c.a. imporrebbe di far lavorare le armature perchè nel conglomerato non siano superati i valori ammissi-

bili (rispettivamente  $50 \text{ k/cm}^2$  per  $\sigma_{oc} = 150$  e  $100 \text{ k/cm}^2$  per  $\sigma_{oc} = 300$ ).  
Risulta per esempio, per la sezione  $25 \times 62$ , e per  $\sigma_{oc} = 300 \text{ k/cm}^2$  e  
 $\sigma_{of} = 3200 \text{ k/cm}^2$ , una percentuale limite  $\mu_t = 3,36 \%$ . Tale percentuale  
comporterebbe, in corrispondenza di  $\sigma_c = 100 \text{ k/cm}^2$ , una sollecitazione  
nel ferro  $\sigma_f = 825 \text{ k/cm}^2$ , pari cioè solo alla metà della sollecitazione am-  
missibile.

(R. S.)