

senso ambiguo, e, si potrebbe aggiungere, l'atmosfera di leggenda da cui è circondato.

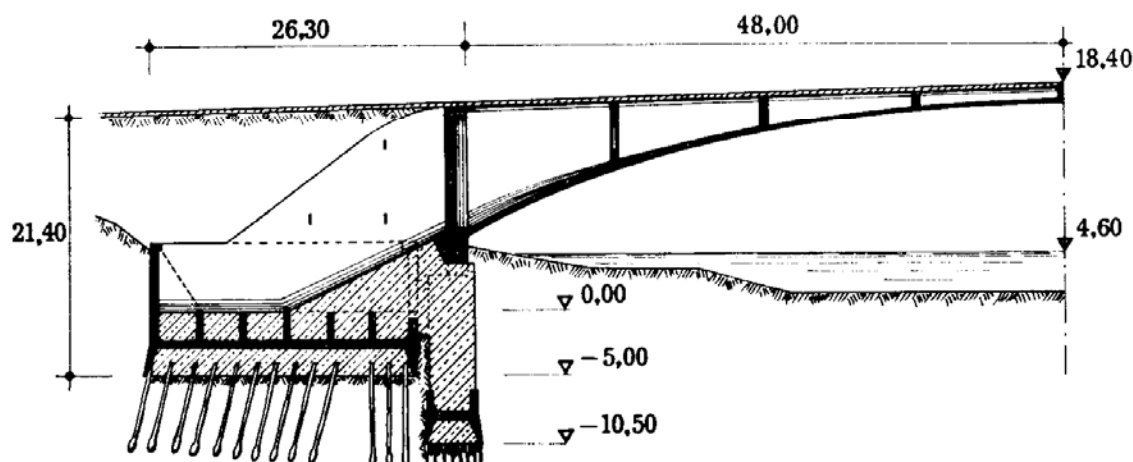


FIG. 11-74

Il capostipite infatti è il ponte del Risorgimento in Roma (fig. 11-75), prima grande struttura in conglomerato armato; essa fu realizzata dallo Hennebique nel 1911 su luce di 100 m, e freccia di 10 m all'introdosso,

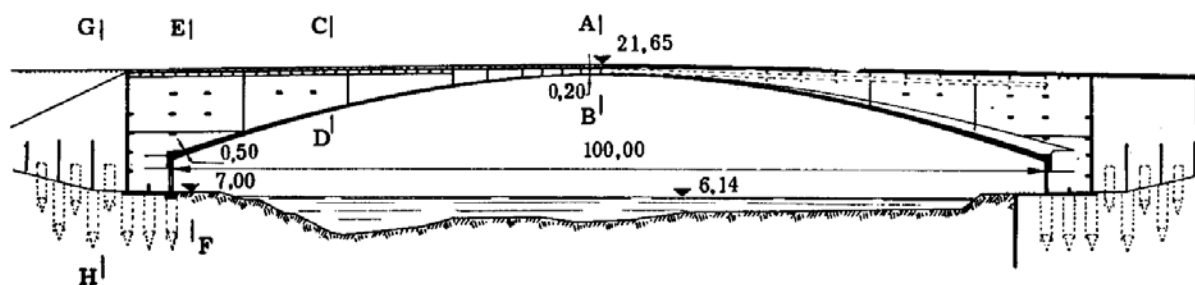


FIG. 11-75 a

cifre per l'epoca a dir poco impressionanti. Oltre alla genialità nel concepire una così ardita struttura, vanno ascritti a sommo onore dell'Hennebique il coraggio e la tenacia nell'imporre la sua opera, e nel realizzarla; coraggio che rasenta, se si vuole, la mancanza di scrupolo. Questa è infatti la sensazione che si può provare vedendo l'Hennebique allentare segretamente i cunei della centina nel cuore della notte, per disarmare la sua struttura prima dei termini impostigli; ma quale intuizione delle proprietà di adattamento dei conglomerati giovani, ancora oggi di così difficile e controversa definizione!

A prima impressione, la struttura della fig. 11-74 sembrerebbe potersi schematizzare in una trave incastrata di sezione fortemente variabile, quasi due mensole a contatto. Tale schema non presenta spinta oriz-

zontale alle imposte, ed è esente da sollecitazioni per ritiro e variazioni termiche; ma i momenti da peso proprio e carico accidentale sarebbero intollerabili.

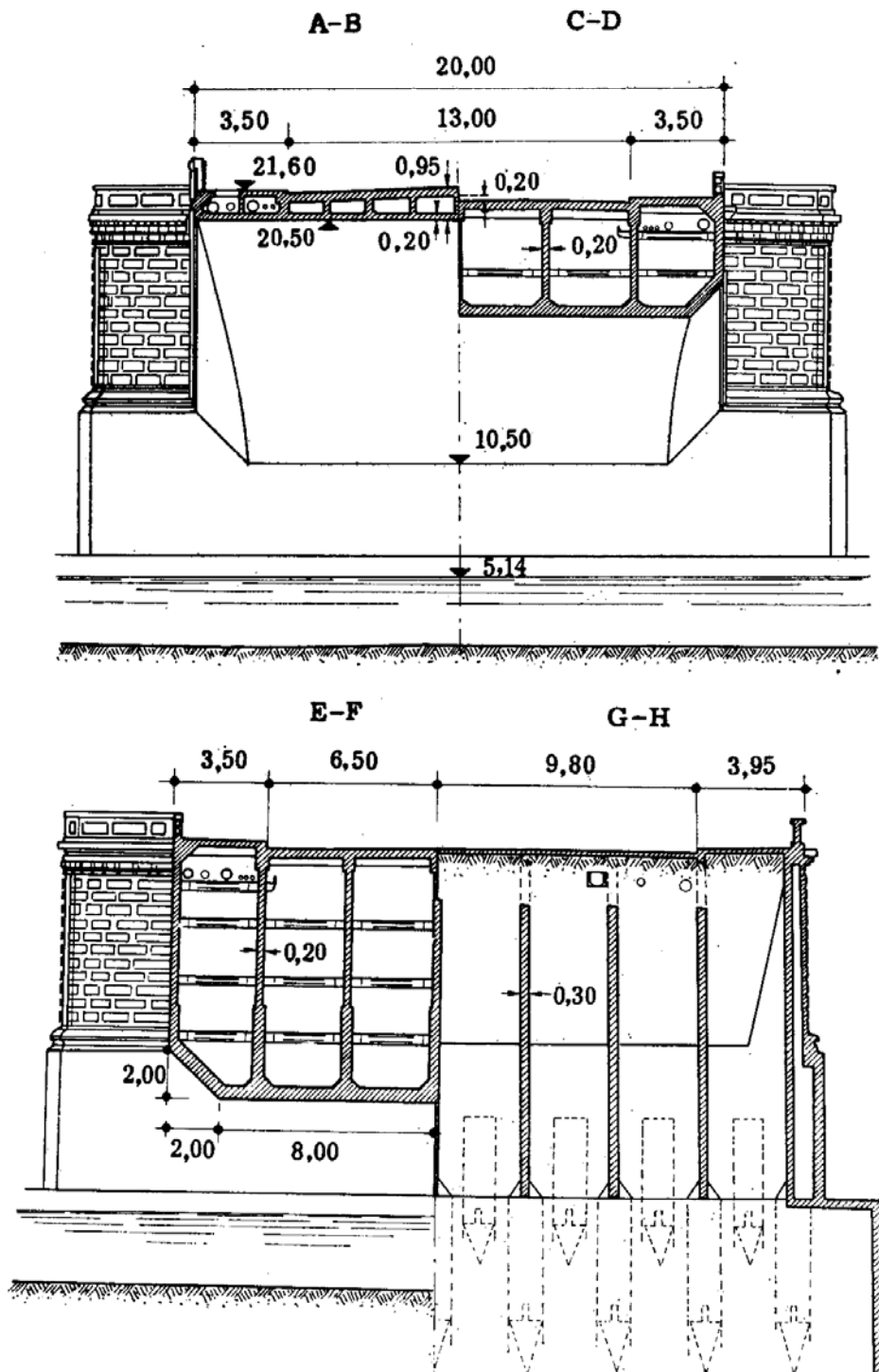


FIG. 11-75 b

E' necessario perciò chiamare in gioco la spinta, che peraltro le fondazioni sono in grado di sviluppare, e cioè invocare il comportamento ad

arco. Considerando vincoli perfetti, le sollecitazioni da carico accidentale vengono ridotte di molto, e così pure quelle da peso proprio, pur essendo notevole la caduta da accorciamento assiale; ma gli effetti delle variazioni termiche e del ritiro riportano le sollecitazioni a quote inammissibili.

Per ricondurre le sollecitazioni nei limiti del tollerabile occorre tener conto della elasticità lenta del terreno in cui è costruito ed immerso il blocco di fondazione (§ 3 e); con una certa approssimazione può addirittura costruirsi l'ellisse di elasticità della sezione terminale A come facente parte della fondazione, considerando questa come blocco rigido immerso nel terreno ed eventualmente poggiante su pali, quasi sempre portanti per attrito laterale (fig. 11-76). Di tali ellissi si è già fatto cenno nel § 1-10.

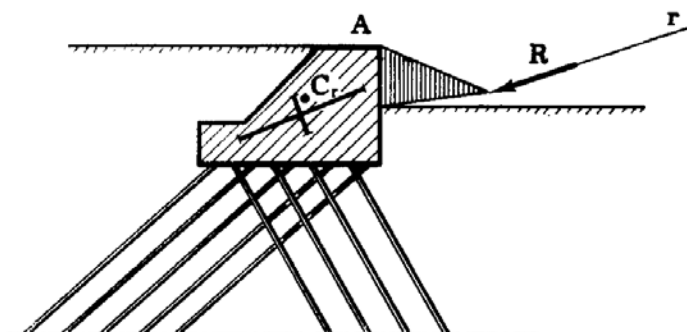


FIG. 11-76

L'elasticità delle fondazioni non interviene sotto i carichi accidentali, come già detto nel citato paragrafo, ma solo sotto le sollecitazioni termiche e di ritiro, che sono lente; tutto ciò opera a favore di statica. Peggiora invece il quadro tensionale da peso proprio; ed è appunto su questo che influisce il disarmo anticipato, oltre che su quello da ritiro. Infatti il conglomerato giovane può più facilmente subire quegli adattamenti plastici che valgono a ridistribuire gli stati tensionali in modo più equo, ma soprattutto ha un forte comportamento viscoso, che come si è già fatto cenno, e come si mostrerà più estesamente in seguito, attutisce drasticamente gli effetti statici dei cedimenti e delle distorsioni.

Migliorano ancora le cose se si praticano alle imposte delle sottili aperture verticali per tutta l'altezza dei timpani, aperture che peraltro non devono interessare le due solette; queste aperture portano il baricentro delle sezioni più in basso, e quindi la monta dell'asse aumenta. L'utilità di queste aperture fu anch'essa intuita dallo Hennebique, che le praticò sul ponte Risorgimento (taglio alla Hennebique); strutture analoghe, in cui le aperture non furono eseguite, se le procurarono da se stesse, fessurandosi. Si traggono tutte le conseguenze da tale concetto, isolando in guaina i ferri superiori dal conglomerato per una notevole lunghezza nei pressi dell'imposta, e trasformando addirittura le aperture in ampi

occhi circolari, con grosso beneficio idraulico; è ciò che ha fatto il Krall nel ponte sul Volturno a Capua.

Sfruttando vecchi concetti, si può costruire con criteri moderni una struttura tipo Risorgimento. Si realizza anzitutto la sola volta; essa è calcolata in modo da poter sopportare tutto il peso proprio del ponte (oltre naturalmente alle altre sollecitazioni che le derivano poi nel comportamento ad arco-trave). Per far fronte all'instabilità, si realizzano assieme alla volta, per tutta la sua lunghezza e per una piccola percentuale della loro altezza, i timpani; si creano così sulla volta delle costole di irrigidimento, che elevano il moltiplicatore critico del peso proprio. Consolidatasi la volta, si elimina la centina e si getta il resto della struttura. In questa fase (la restante struttura è ancora fluida) tutto il peso proprio si scarica sulla volta, che per la sua sottigliezza non risente quasi per nulla dell'accorciamento assiale e dei cedimenti di primo assestamento.

Si raggiungono così molti vantaggi. Innanzitutto, la centina è ridotta di prezzo sia per le dimensioni (deve sorreggere il solo peso della volta) che per il tempo di utilizzazione, riduzione che può aumentare prevedendo una centina per metà volta, spostabile trasversalmente. Inoltre alle sollecitazioni si fa fronte nel modo più razionale: per il peso proprio ed i primi cedimenti la struttura è una volta sottile, per i carichi accidentali un arco-trave a fondazioni rigide, per le variazioni termiche un arco-trave a fondazioni elasticamente cedevoli. La massicciata è bene sia realizzata appena le condizioni del conglomerato della soletta d'impalcato lo consentono.

Esempio insigne del suddetto procedimento è il ponte Africa (attuale Testaccio) sul Tevere a Roma, arco trave di 96 m di luce e 10,80 m di freccia, realizzato dalla Ferrobeton nell'ultimo dopoguerra, su progetto del Krall (fig. 11-74).

Se la seconda parte della struttura è gettata in epoca troppo vicina alla data di maturazione della volta, per viscosità riaffiora nel tempo una buona parte delle sollecitazioni *canoniche* da peso proprio (e cioè di quelle che si avrebbero se si realizzasse tutta la struttura in una sola fase); è bene perciò che alla volta sia concesso un congruo respiro prima del getto della parte rimanente del ponte.

Si avverte pure che, eseguendo un calcolo a rottura (Vol. IV), non ha influenza aver eseguito la struttura in una o due fasi; ciò significa che il coefficiente di sicurezza al crollo è lo stesso nei due casi. Non può dirsi però lo stesso nei riguardi della fessurazione, che è forse il fenomeno più temibile; resta perciò il vantaggio della realizzazione in due tempi.

Il procedimento costruttivo ora esposto trova ascendenza nel sistema cosiddetto «*a rotoli*», con cui spesso si eseguivano i ponti in muratura, più che altro per risparmiare nel legname della centina. Questo sistema è ancora applicato, sia per alleggerire il costo della centina che per dimi-

nuire i momenti da peso proprio, negli archi in conglomerato comunque vincolati. In essi, se sono cellulari, la centina è calcolata per il peso della sola soletta inferiore; su questa si gettano le costole, poi la soletta superiore, e infine i ritti e l'impalcato. Così operando, la soletta inferiore regge il peso di se stessa e delle costole, soletta inferiore e costole reggono il peso della soletta superiore, e l'arco intero regge il peso dei ritti e dell'impalcato. E' appena necessario avvisare che, in ogni procedimento del tipo «a rotoli», se non è prevista zavorratura preventiva, bisogna prescrivere con grande accuratezza l'ordine dei conci da gettare successivamente, per ottenere che i pesi siano in ogni momento distribuiti con legge non molto discosta dall'uniforme; fondamentali sono poi i calcoli dei moltiplicatori critici nelle varie fasi.

10. Un cospicuo esempio di ponte ad impalcato collaborante: la struttura Maillart a volta sottile e trave irrigidente.

a) La collaborazione dell'impalcato nei ponti ad arco.

Nei ponti di grande luce non si tiene alcun conto del contributo delle travi di impalcato alla portanza del complesso; le suddette travi si suppone che servano solo a sostenere e riportare sull'arco i pesi della massicciata e dei carichi accidentali.

Nei ponti di media luce invece il contributo dell'impalcato, sempre che questo sia continuo, è notevole, e sarebbe antieconomico non tenerne conto; esso prudenzialmente si trascura (per quanto riguarda il conglomerato) solo nei ponti a spinta eliminata, perchè la fessurazione sotto trazione potrebbe annullarlo.

Per giungere ad una ripartizione sia pure approssimata dei momenti tra arco ed impalcato, è necessario premettere la scrittura dell'equazione differenziale della deformata dell'arco. Si trascuri l'accorciamento assiale; l'elemento SQ di lunghezza ds si porta (fig. 11-77) in $S'Q'$, restando di lunghezza inalterata; si trasli $S'Q'$ in modo che S' concida con S . La rotazione φ dell'elemento è

$$\varphi = - \frac{QQ'}{SQ} = - \frac{QQ'}{ds}.$$

Dalle relazioni

$$\begin{aligned} QQ' &= \frac{dv}{\cos \alpha} = \frac{dw}{\sin \alpha} \\ ds &= \frac{dz}{\cos \alpha} = \frac{dy}{\sin \alpha} \end{aligned}$$

si trae

$$\varphi = - \frac{dv}{dz} = \frac{dw}{dy} .$$

Trascurando le deformazioni da taglio si ha

$$d\varphi = \frac{M ds}{EI}$$

da cui

$$\frac{d^2v}{dz^2} = - \frac{d\varphi}{dz} = - \frac{M}{EI} \frac{ds}{dz} = - \frac{M}{EI \cos \alpha} \quad (35)$$

e ancora

$$\frac{d^2w}{dy^2} = \frac{d\varphi}{dy} = \frac{M}{EI} \frac{ds}{dy} = \frac{M}{EI \sin \alpha} . \quad (36)$$

Se si trascurano le variazioni di lunghezza delle stilate di collegamento, e si fa l'ipotesi che tale collegamento sia continuo (*ipotesi di cortina*), le v sono uguali per la trave di impalcato e per l'arco.

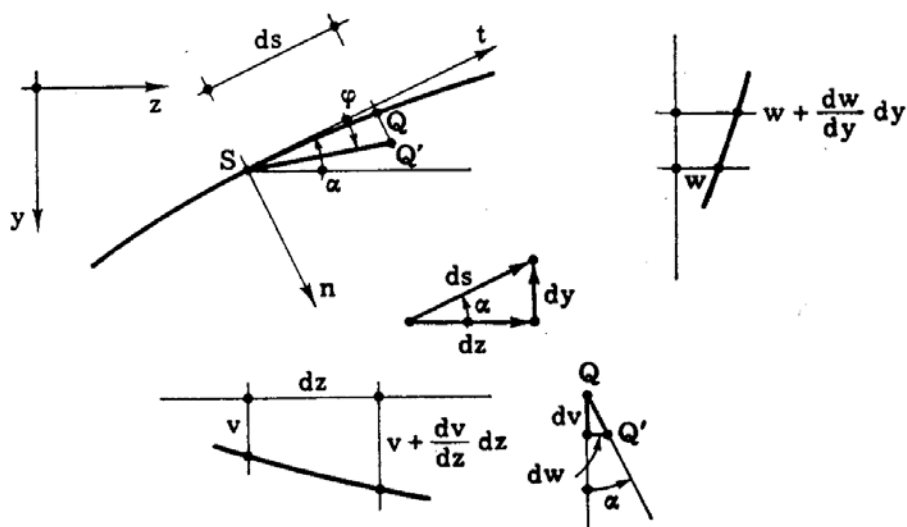


FIG. 11-77

Per la stessa ipotesi, sono uguali anche dv/dz e d^2v/dz^2 ; quindi le condizioni ai limiti sono le stesse. Se l'arco è incastrato, e la trave è appoggiata alle estremità corrispondenti alle imposte, è la cortina che costringe la trave all'incastro. Se però, nelle stesse condizioni di vincolo, l'arco è sottile e la trave è robusta, l'arco non può sopportare il momento di incastro, dove la trave non collabora; quindi l'arco si lesiona alle imposte, e le sue condizioni di vincolo diventano quelle di cerniera.

Se M_a ed M_i sono le quote di momento assorbite dall'arco e dall'impalcato, si può scrivere

$$M = M_a + M_i$$

e, per la (10-35),

$$\frac{M_a}{E_a I_a \cos \alpha} = \frac{M_i}{E_i I_i}$$

da cui

$$\frac{M_i}{M_a} = \frac{E_i I_i}{E_a I_a \cos \alpha}, \quad (37)$$

e ancora

$$M_i = M \frac{E_i I_i}{E_i I_i + E_a I_a \cos \alpha}$$

$$M_a = M \frac{E_a I_a \cos \alpha}{E_i I_i + E_a I_a \cos \alpha}.$$

Di qui l'uso corrente di tener conto dell'impalcato ripartendo semplicemente il momento $M'_{\max}$ ed $M'_{\min}$ (momenti massimo e minimo depurati di quelli da peso proprio e ritiro) nel rapporto (11-37) tra impalcato ed arco (i momenti $M'_{\max}$ ed $M'_{\min}$ sono calcolati escludendo la collaborazione dell'impalcato).

Nell'impalcato occorre poi considerare i momenti che in esso inducono i carichi nel comportamento a trave continua con appoggi (che possono considerarsi rigidi) sulle stilate; i carichi devono in tale calcolo essere considerati nelle stese che forniscono i massimi momenti nell'arco, oltre naturalmente in quelle che danno i massimi momenti da trave continua (cui vanno a loro volta aggiunti i momenti provenienti dall'arco).

La soluzione è naturalmente solo approssimata, e di larga massima; un calcolo più preciso imporrebbe di assumere come incognite gli sforzi di interazione della cortina — e cioè una funzione — oppure le interazioni dei collegamenti discreti così come sono, e sarebbe proibitivo.

Si osservi che calcolare le caratteristiche $M_{\max}$ ed $M_{\min}$ sull'arco isolato dall'impalcato non importa gravi errori, perchè le linee d'influenza dipendono dalla distribuzione delle inerzie, e non dai loro effettivi valori; gli errori sono insiti nell'ipotesi di cortina e nelle ulteriori semplificazioni, e gravano più che altro sul rapporto tra le quote momenti assorbite dall'arco e dalla trave. Si nota esplicitamente che l'arco viene alleggerito, nel

calcolo sopra detto, dei soli momenti, mentre gli si accolla tutto il taglio; si opera così in sicurezza, perchè nell'impalcato le condizioni di $T_{\max}$ e $T_{\min}$ come trave continua sono le più gravose, e sono di poco alterate dal contributo dell'arco.

Un notevole esempio di impalcato collaborante lo offre la Nielsen, anche se limitatamente all'acciaio del corrente inferiore (esplicitamente il Nielsen consiglia il sopradetto metodo di distribuzione); del tutto collaborante, per sua natura intrinseca, è l'Africa. Qualsiasi ponte ad arco può essere però considerato ad impalcato collaborante, se questo è in grado di assorbire momenti flettenti.

b) *La volta sottile ad impalcato irrigidente.*

In genere I_1 è piccolo in confronto ad I_a , e l'arco assorbe quasi tutto il momento; *R. Maillart* ha invertito questo rapporto, realizzando al posto

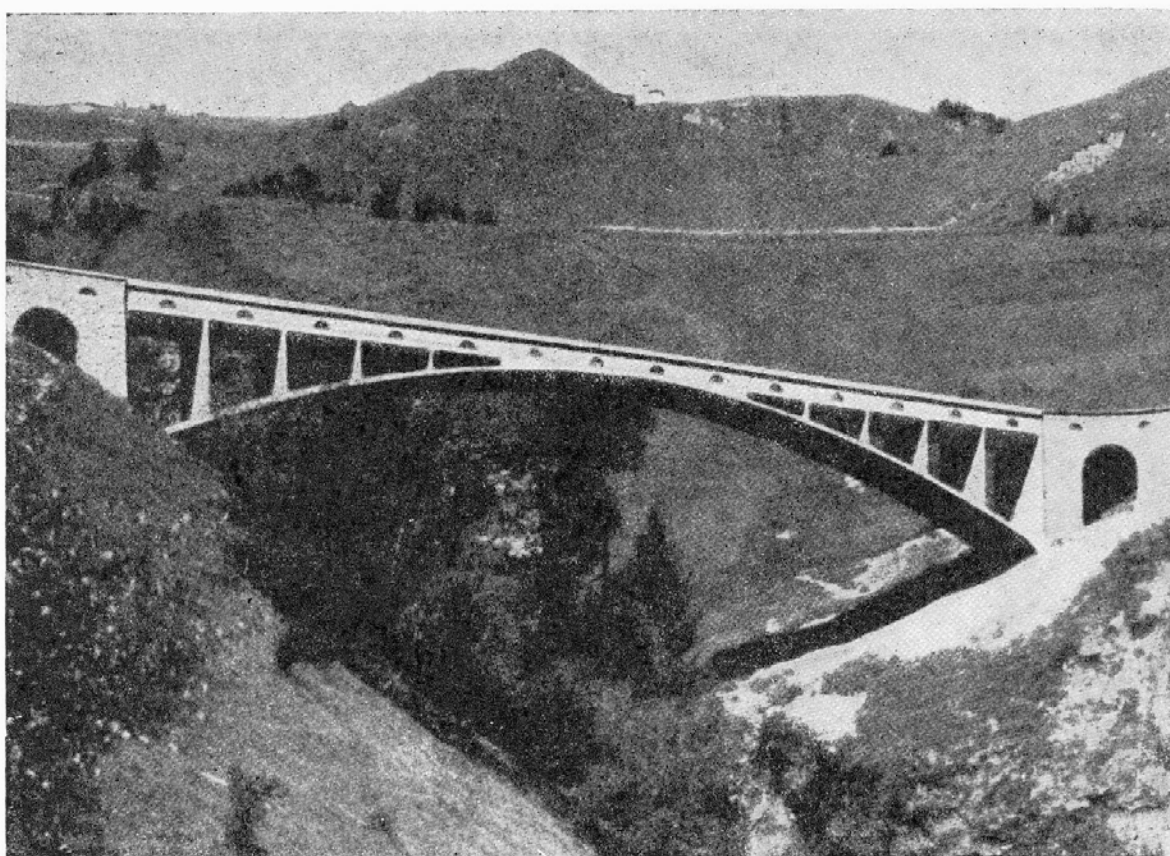


FIG. 11-78 a

(da M. Bill)

degli archi una volta larga ed esile, di basso momento d'inerzia, e su di essa una trave di impalcato molto robusta. Naturalmente la principale critica che si rivolge a tale struttura è che, nel confronto con analoga soluzione ad arco, il momento è trasferito da una struttura compressa

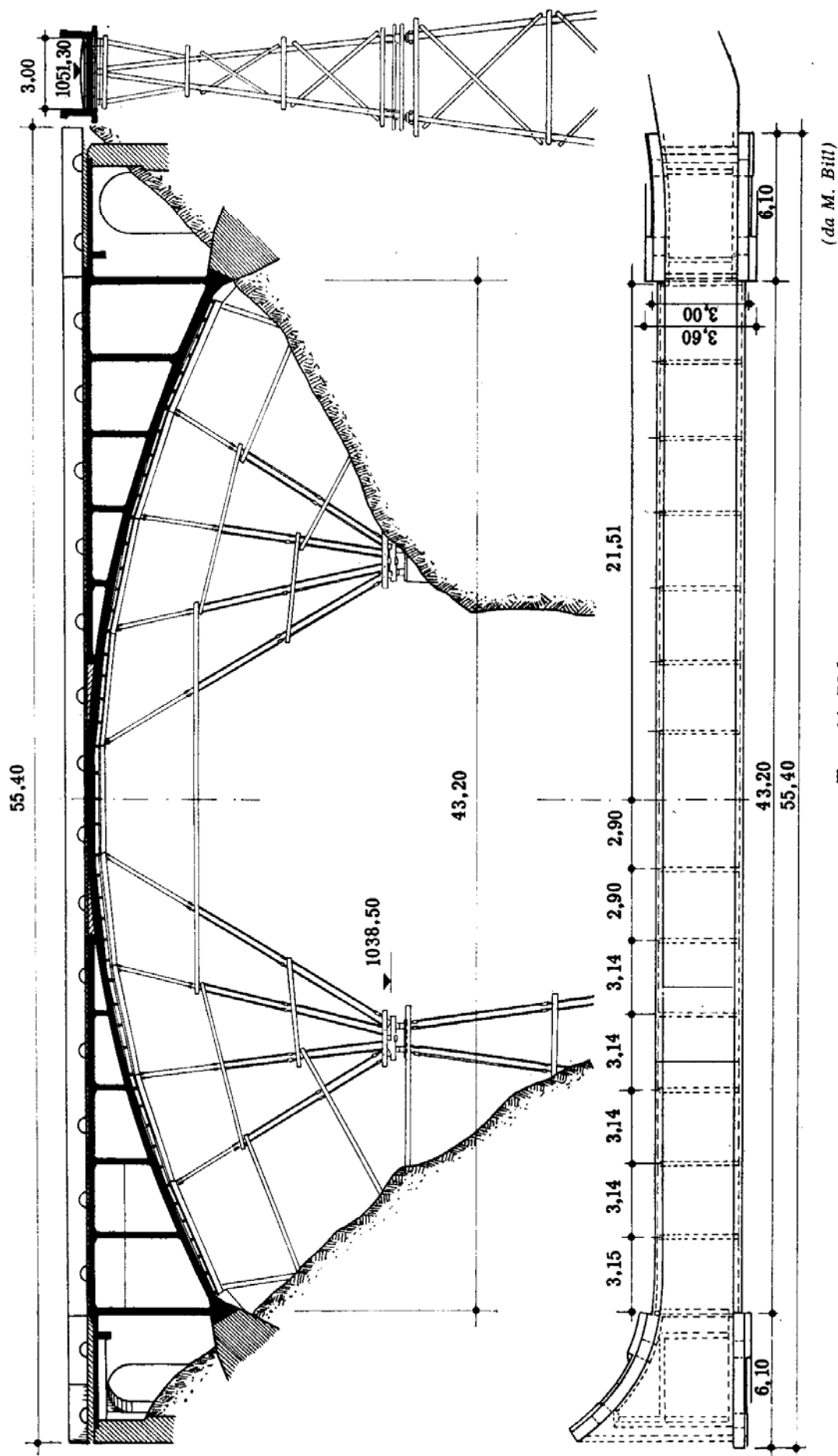


FIG. 11-78 b

ad una senza compressione, e ciò è sempre irrazionale nell'ambito del conglomerato; inoltre, il diagramma dei momenti corrisponde a quello di un arco a due cerniere, e quindi è più gravoso. Si oppongono però a tali critiche la diminuzione del costo delle fondazioni e della centina, la forte rigidità torsionale del complesso, la riduzione drastica dei momenti da peso proprio, nonché i pregi estetici del complesso; quest'ultima circostanza è, ovviamente, la più controversa.

La trave è quasi sempre cellulare, per ottenere con poco peso una forte inerzia, e per l'inversione dei momenti; a volte lo stesso risultato è

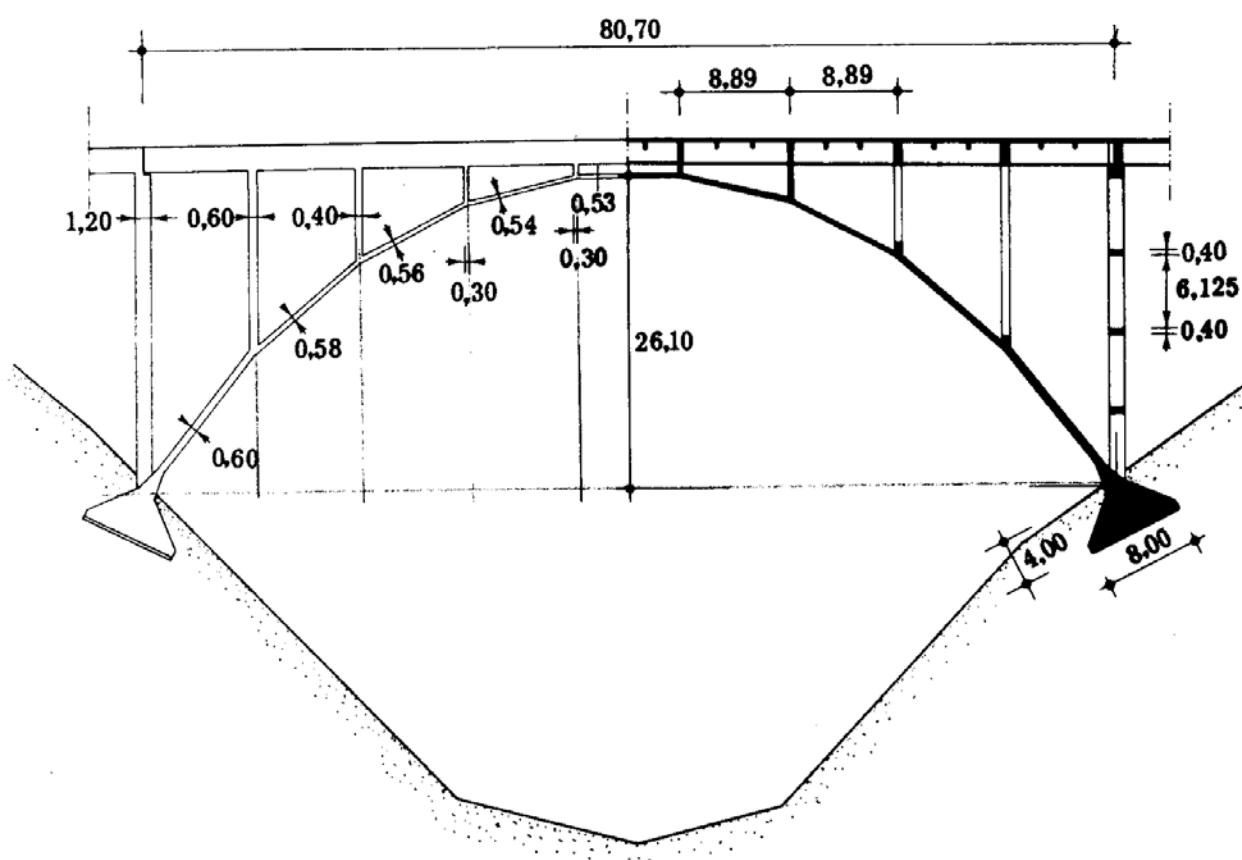


FIG. 11-79 a

conseguito, nei ponti autostradali, sfalsando in altezza le due sedi di traffico, ed ottenendo così una sezione a Z. I collegamenti tra volta e trave sono quasi sempre affidati a setti trasversali continui, o forati.

Tra le realizzazioni del Maillart si cita il ponte di Donath sulla Val Tschiel in Svizzera (1925), di 43,2 m di luce e 5,2 m di freccia, con volta di spessore variabile da 26 a 29 cm, e setti da 16 cm (fig. 11-78). Tra le realizzazioni italiane si ricordano il ponte sul Corace in Calabria, di 80 m di luce (fig. 11-79), eseguito nel 1955 su progetto Galli-Franciosi, e quelli dell'autostrada Pompei-Salerno (progetto Schmidt-Benini-Mansutti).

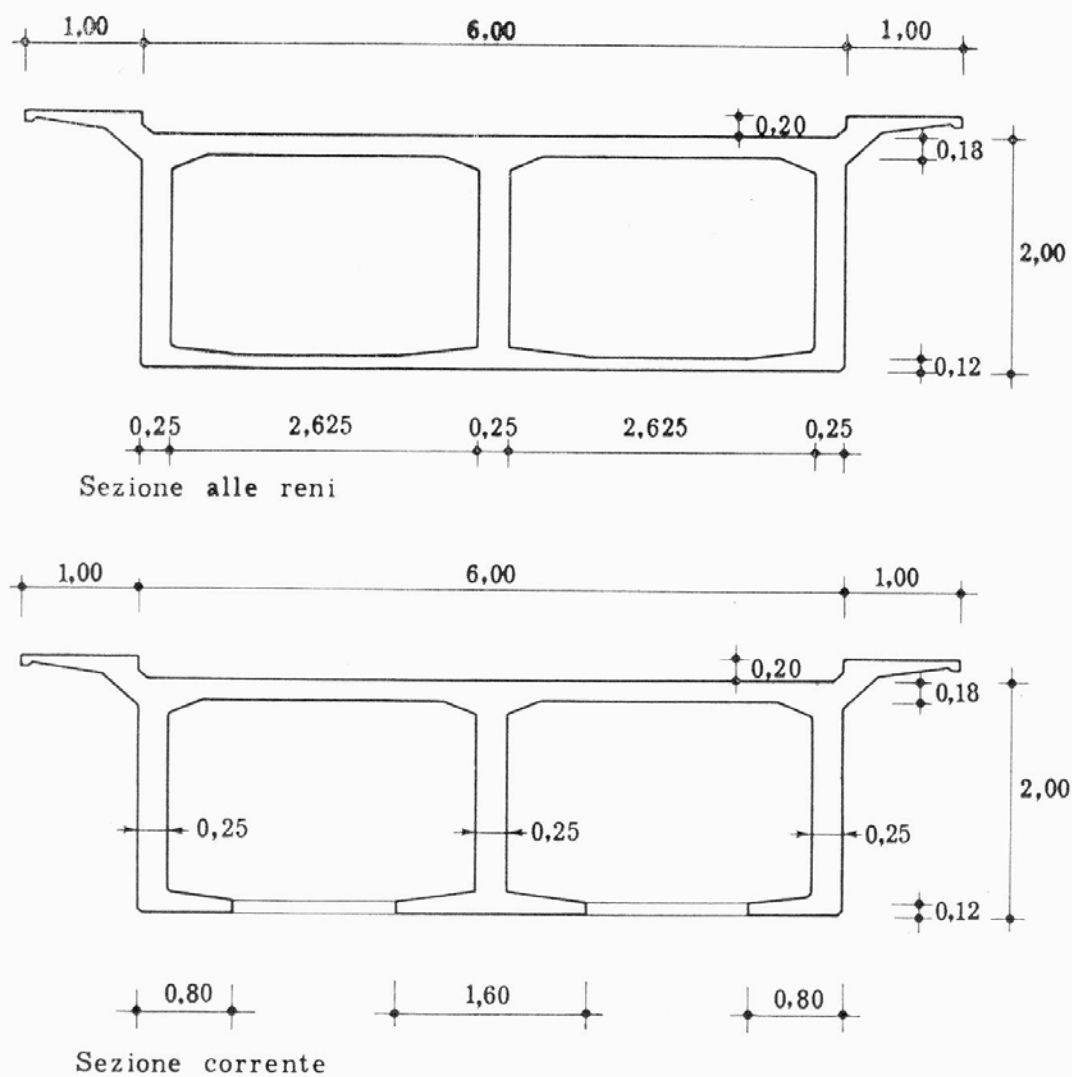


FIG. 11-79 b

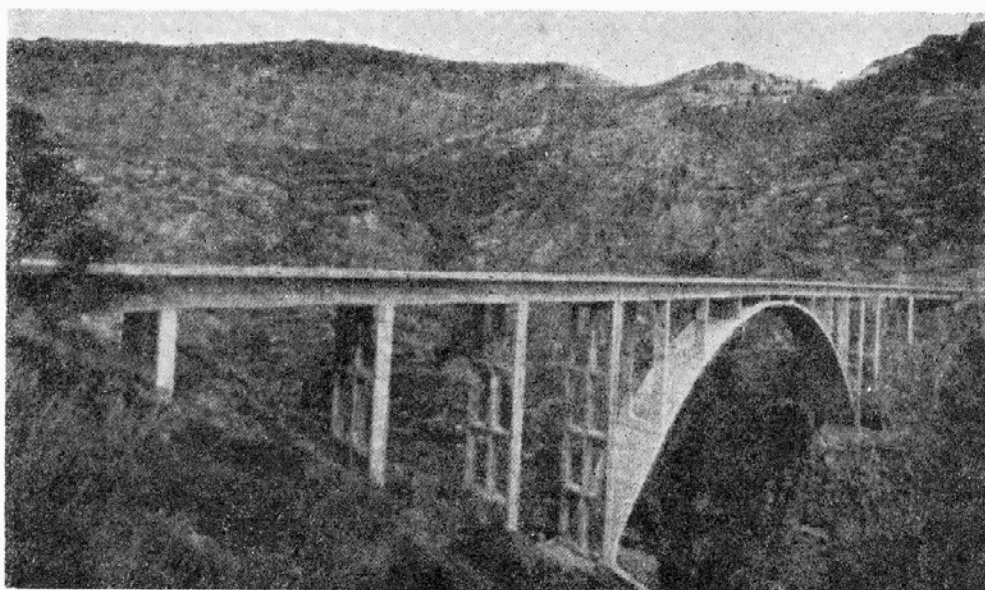


FIG. 11-79 c

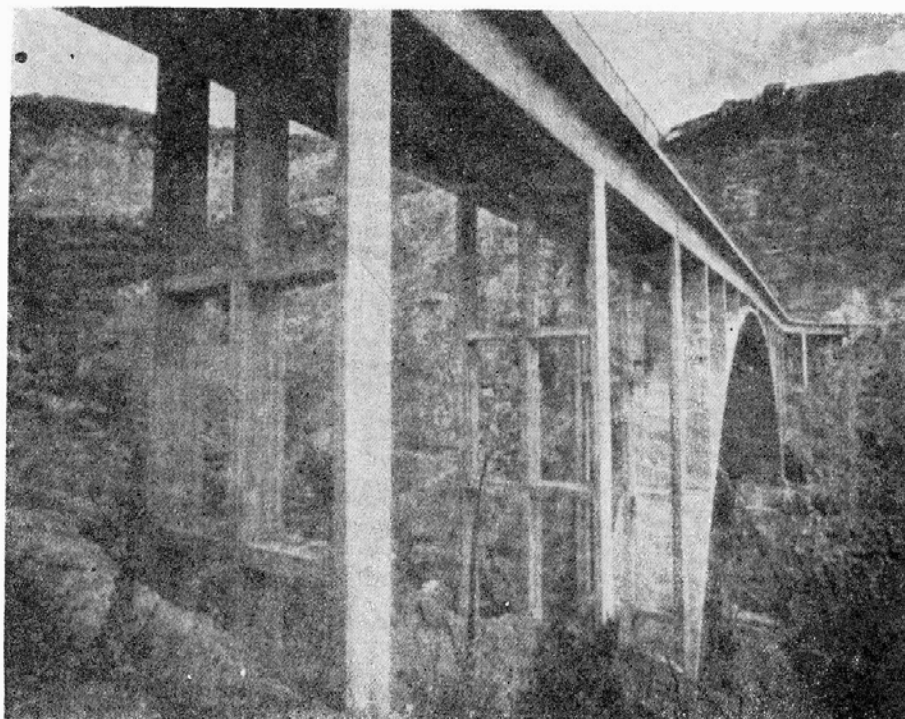
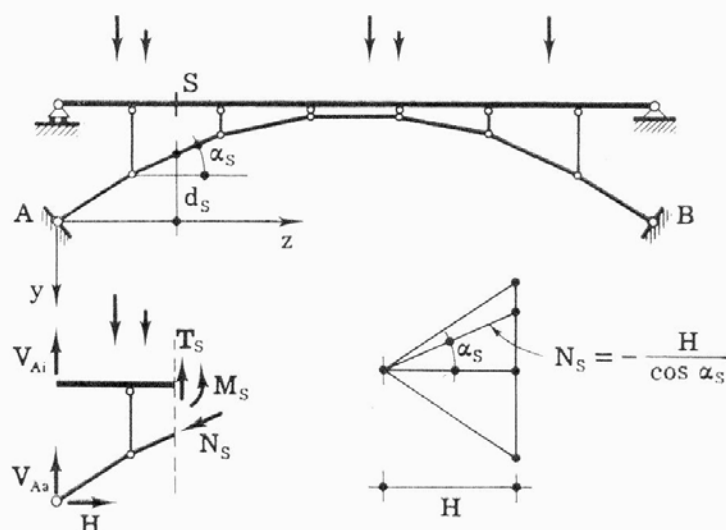


FIG. 11-79 d

c) *Le linee di influenza.*

Per quanto già detto, si deve considerare la volta incernierata alle imposte A e B; le forze agiscono sulla travata. Un calcolo di prima ap-



$$M_S = M_{tS} - H d_S$$

$$T_S = T_{tS} - H \operatorname{tg} \alpha_S$$

FIG. 11-80

prossimazione considera la volta costituita da più tratti rettilinei collegati a cerniera in corrispondenza dei montanti (fig. 11-80). La volta così

è soggetta a solo sforzo normale, fornito per ogni tratto da

$$N_s = - \frac{H}{\cos \alpha_s} ; \quad (38)$$

il momento è assorbito tutto dalla trave. L'unica incognita è H ; conoscendo la H , il valore del momento è fornito, in una generica sezione S , dall'equazione di equilibrio alla rotazione intorno al baricentro di S :

$$(V_{Ai} + V_{Aa}) z_s + \sum_0^z F_i (z_s - z_i) + H d_s + M_s = 0$$

da cui

$$M_s = - (V_{Ai} + V_{Aa}) z_s - \sum_0^z F_i (z_s - z_i) H d_s .$$

Poichè $V_{Ai} + V_{Aa}$ è la reazione di trave appoggiata, i primi due termini del secondo membro forniscono il momento M_{ts} di trave appoggiata; è perciò

$$M_s = M_{ts} - H d_s . \quad (39)$$

Il taglio in S è fornito dall'equazione di equilibrio alla traslazione

$$(V_{Ai} + V_{Aa}) + \sum_0^z F_i + T_s + H \operatorname{tg} \alpha_s = 0$$

da cui

$$T_s = - (V_{Ai} + V_{Aa}) + \sum_0^z F_i - H \operatorname{tg} \alpha_s$$

e ancora

$$T_s = T_{ts} - H \operatorname{tg} \alpha_s . \quad (40)$$

Per ottenere la linea di influenza di H , occorre sostituire, nell'ipotesi A , la cerniera con un carrello, e applicare in A una forza H^* negativa (diretta verso l'esterno, fig. 11-81 a), tale da fornire uno spostamento unitario di A .

Il valore di H^* si ottiene dal principio dei lavori virtuali, assumendo come sistema di spostamenti quello della fig. 11-81 a, e come sistema di forze lo stesso sistema con $H = +1$. Si ha così

$$-1 = \int_0^l \frac{M' M}{EI} dz + \int_0^l \chi \frac{T' T}{GA} dz + \sum_c \frac{N' N \ell}{EA} + \sum_v \frac{N' N \ell}{EA}$$

Si ha perciò

$$-1 = H^* \left(\int_0^l \frac{d_s^2}{EI} dz + \int_0^l \chi \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha_s}{GA} dz + \sum_c \frac{(\operatorname{tg} \alpha_s - \operatorname{tg} \alpha_d)^2 l}{EA} + \right. \\ \left. + \sum_v \frac{l}{EA \cos^2 \alpha_s} \right) \quad (41)$$

da cui

$$H^* = - \frac{1}{\int_0^l \frac{d_s^2}{EI} dz + \int_0^l \chi \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha_s}{GA} dz + \sum_c \frac{(\operatorname{tg} \alpha_s - \operatorname{tg} \alpha_d)^2 l}{EA} + \sum_v \frac{l}{EA \cos^2 \alpha_s}}$$

Si traccia infine la deformata della trave appoggiata in A e B e soggetta ai momenti $-H^* d_s$; essa è la linea h richiesta (fig. 11-81 b). Si è riportato in KL il segmento rappresentante l'unità.

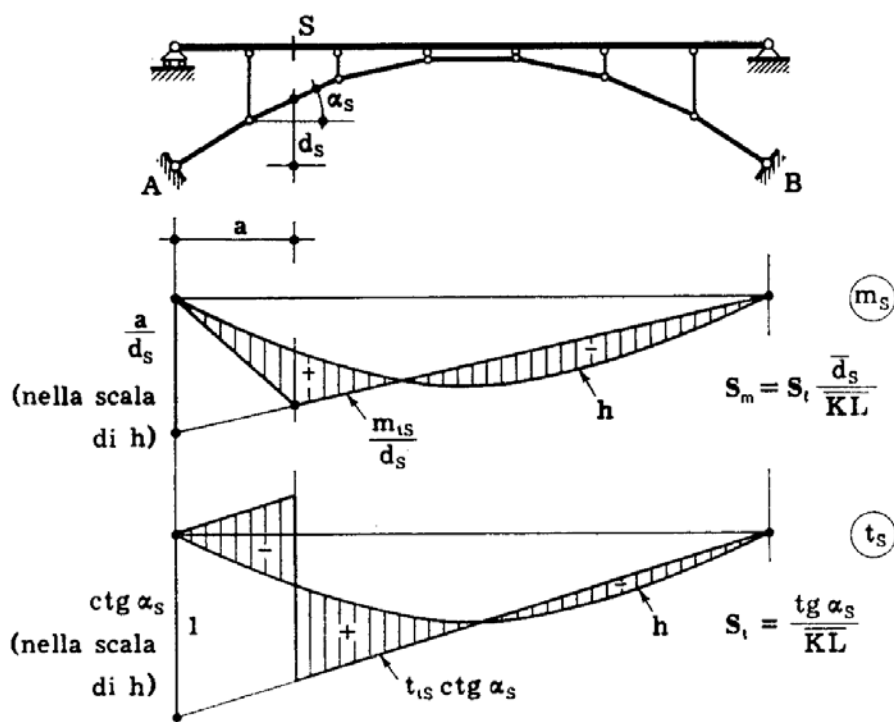


FIG. 11-82

Una volta ottenuta la linea h , la linea di influenza m_s del momento in S è fornita, per la (11-39), da

$$m_s = d_s \left(\frac{m_{ts}}{d_s} - h \right), \quad (42)$$

e quella t_s del taglio da (11-40)

$$t_s = \operatorname{tg} \alpha_s (t_{ts} \operatorname{ctg} \alpha_s - h) . \quad (43)$$

La prima (fig. 11-82) si costruisce come per l'arco a tre e a due cerniere (11-2); per la seconda compare, a fattore della parentesi, $\operatorname{tg} \alpha_s$ invece di $\sin \alpha_s$ (11-5).

d) *Le sollecitazioni da peso proprio, ritiro, variazioni termiche e cedimenti vincolari.*

Una struttura Maillart non risente praticamente dell'accorciamento assiale da peso proprio; infatti si realizza prima la volta su una centina progettata per sostenere il solo peso della volta stessa, poi sulla volta consolidata si esegue — con le necessarie cautele nell'ordine dei getti, di cui si è già parlato — la sovrastruttura con la massicciata. Il peso totale agisce pertanto sulla sola volta, il cui asse è disegnato secondo una funicolare di detto peso; la volta può quindi supporre che reagisca per il peso proprio solo a sforzo normale, poichè l'effetto dell'accorciamento assiale è trascurabile, attesa la sua sottigliezza. Tuttavia, analogamente a quanto già detto in tema di ponti tipo Africa (§ 11-9), se la travata è gettata in una data troppo vicina a quella della volta accade che, per viscosità, riemerge *a la longue* una buona parte delle sollecitazioni canoniche. Occorre perciò possedere tale quadro, e gravarne la struttura in quella percentuale che le date di getto e la natura del materiale impongono. Per il calcolo delle sollecitazioni canoniche da peso proprio si dimostra utile la conoscenza della linea di influenza della spinta H , precedentemente ottenuta; infatti tale linea è tratta chiamando in gioco anche la deformabilità assiale della volta. E' possibile così ottenere la spinta effettiva, e quindi la differenza $\Delta_g H$ tra questa e la base H_g della funicolare assunta come asse della volta; la $\Delta_g H$ è la caduta di spinta da accorciamento assiale per peso proprio, ed i relativi momenti sono forniti dalle ordinate d_s della volta moltiplicate per $\Delta_g H$.

Al valore della caduta $\Delta_g H$ si può giungere anche per una via simile a quella adottata trattando degli archi ordinari. Si consideri, a ciò fare (fig. 11-83 a), la volta, soggetta ai carichi F_i con cui si è tracciata la funicolare (*); la cerniera in A si sostituisca con un carrello, su cui agisce H_g , base della funicolare. Il principio dei lavori virtuali, adottando come sistema fittizio di forze (a cerniere solidificate) $H=1$ (fig. 11-83 b), fornisce lo

(*) I pesi dei tratti di volta sono riportati ai nodi in corrispondenza dei setti.

spostamento AA' di A :

$$AA' = \sum_v \frac{NN' \ell}{EA} = \sum_v \frac{H_g}{\cos \alpha_s} \cos \alpha_s \frac{\ell}{EA} = \frac{H_g}{E} \sum_v \frac{\ell}{A}.$$

Si ha poi, adottando come sistema di forze fittizio lo stesso della fig. 11-83 a,

$$H_g \cdot AA' + \sum F_i v_i = \sum_v \frac{N^2 \ell}{EA} = \frac{H_g^2}{E} \sum_v \frac{\ell}{A \cos^2 \alpha_s}$$

da cui

$$\frac{1}{H_g} \sum F_i v_i = \frac{H_g}{E} \sum_v \frac{\ell}{A \cos^2 \alpha_s} - AA'.$$

Nella struttura completa di trave, i punti di questa non subiscono spostamenti sotto i pesi propri se la spinta è H_g ; occorre quindi annullare i v ,

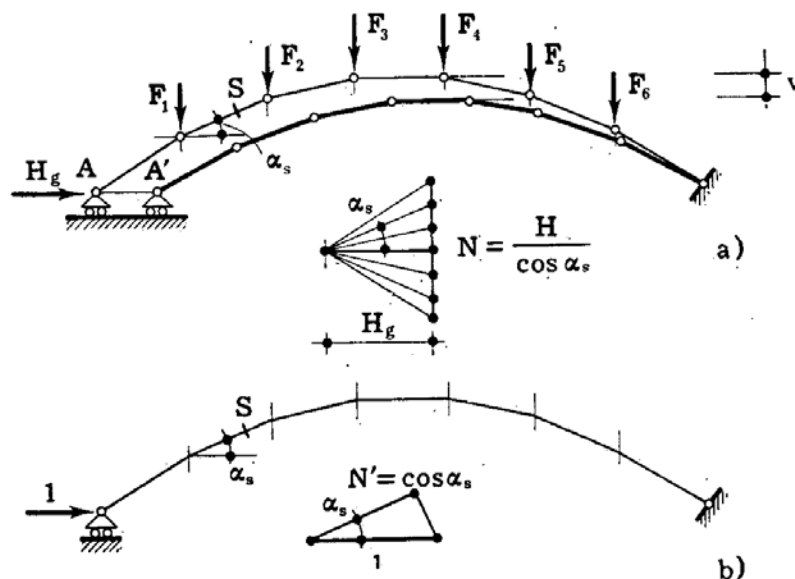


FIG. 11-83

e ciò può farsi senza introdurre nuove forze. Ai $-v$ corrisponde un ulteriore spostamento $A'A''$ della imposta; per ottenerlo si considera il sistema di spostamenti $-v$, ed il sistema di forze della fig. 11-83 a; si ha così

$$H_g \cdot A'A'' - \sum F_i v_i = 0$$

da cui

$$A'A'' = \frac{1}{H_g} \sum F_i v_i = \frac{H_g}{E} \sum_v \frac{\ell}{A \cos^2 \alpha_s} - AA'$$

e ancora

$$AA'' = AA' + A'A'' = \frac{H_g}{E} \sum_v \frac{l}{A \cos^2 \alpha_s}.$$

Per riportare l'imposta al rispetto del vincolo occorre applicare una ΔH_g fornita da

$$\Delta H_g = H^* \frac{H_g}{E} \sum_v \frac{l}{A \cos^2 \alpha_s},$$

dove H^* è fornito dalla 11-41.

Si osservi che il contributo dei v è espresso dal $\cos^2 \alpha_s$ al denominatore della ΔH_g . Dell'accorciamento dei setti non si è tenuto conto; esso compare solo nell'espressione di H^* (prima sommatoria al denominatore), ma il suo contributo è molto piccolo.

Sulla travata il peso proprio provoca i momenti ed i tagli che vengono fuori da un calcolo a trave continua su appoggi rigidi; rigidi perchè gli abbassamenti si verificano quando l'impalcato non è ancora consolidato. Per lo stesso motivo gli scarichi della travata sulle stilate, assunti a base del calcolo dell'asse della volta (che è funicolare del suo peso e dei pesi ad essa trasmessi dalle stilate) sono quelli di trave continua ad appoggi rigidi. E' pur vero che quando il getto dell'impalcato è fresco, ed ancora trasmesso alle stilate attraverso le casseforme, gli scarichi sono invece quelli di travi appoggiate; i momenti che ne derivano sulla volta sono però trascurabili, e così pure le variazioni di abbassamenti dovuti alle differenze tra i due tipi di scarico.

Anche gli effetti del ritiro possono trascurarsi, perchè esso si esplica quasi tutto prima della maturazione della trave, e quindi si risente solo sulla volta.

Non altrettanto, purtroppo, può dirsi delle variazioni termiche.

Se la travata è ancorata alle estremità a due pile, soggette ovviamente anch'esse alla stessa variazione termica, essa trasla in verticale (fig. 11-84 a) di $\alpha h \Delta t$ sotto la variazione termica Δt (h distanza della travata dalle imposte); l'imposta A della volta, se si sostituisce la cerniera con un carrello, trasla a sua volta di $\alpha l \Delta t$.

Utilizzando la (11-41) si ha

$$\Delta_t H = - H^* \alpha l \Delta t. \quad (44)$$

Molto peggio vanno le cose se invece la travata è ancorata a due spalle, che le impediscano le traslazioni verticali nei due sensi, perchè insensibili alle variazioni termiche; in tal caso lo spostamento AA' del-

l'estremo A della volta, vincolata in A con carrello e soggetta alla variazione termica Δt , è maggiore di $\alpha l \Delta t$. Infatti (fig. 11-84 a) $\alpha l \Delta t$ si avrebbe quando tutte le stilate fossero tagliate, per esempio in testa; ma per effetto di Δt , in tali condizioni, gli estremi superiori delle stilate si spostano tutti di $\alpha h \Delta t$.

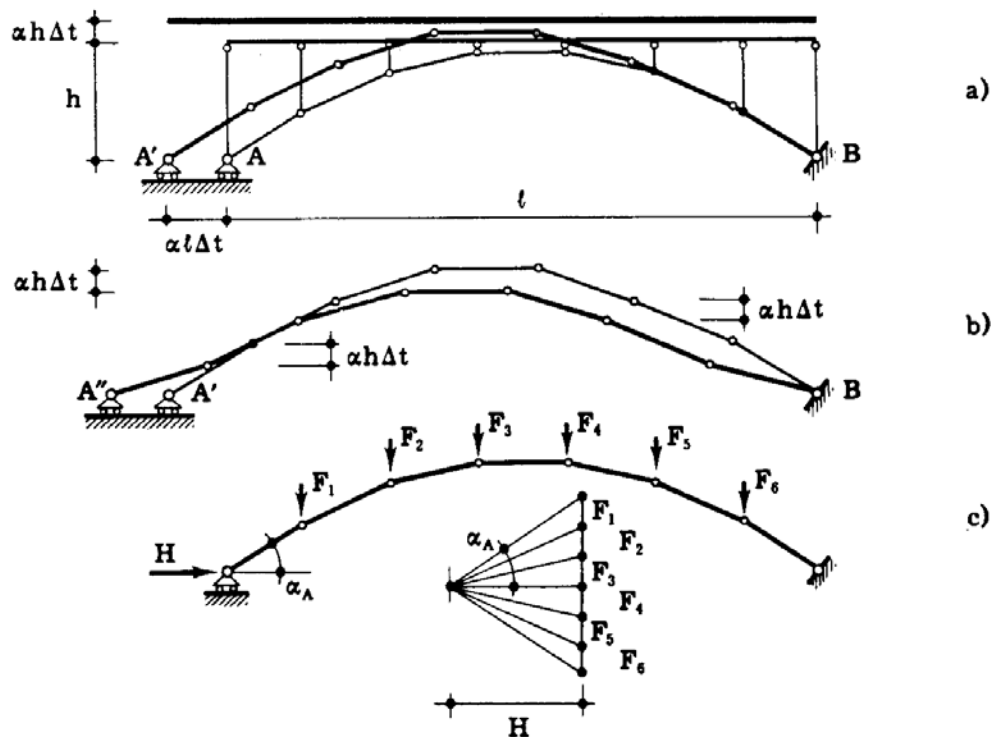


FIG. 11-84

Si possono riportare tali estremi al livello originario (fig. 11-84 b) senza applicare forze, poichè il sistema volta-stilate, quando si siano tagliate le stilate stesse, è labile; contemporaneamente l'estremo A si sposta ulteriormente. Questo spostamento $A'A''$ può essere fornito dal principio dei lavori virtuali. Assunto infatti come sistema equilibrato di forze quello della fig. 11-84 c, e come sistema congruente di spostamenti quello della fig. 11-84 b, si ha

$$\sum \alpha h \Delta t F_i + H_g \cdot A'A'' = 0$$

da cui

$$A'A'' = - \alpha h \Delta t \frac{\sum F_i}{H_g} = - 2 \alpha h \Delta t \operatorname{tg} \alpha_A ,$$

dove α_A è l'angolo che l'asse forma con l'orizzontale all'imposta.

La (11-44) si modifica così nell'altra

$$\Delta_t H = - H^* \alpha \Delta t (\ell + 2 h \operatorname{tg} \alpha_A) . \quad (45)$$

Un cedimento delle fondazioni che importi un allontanamento $-\Delta \ell$ tra le imposte provoca una caduta di spinta fornita da

$$\Delta_c H = - H^* \Delta \ell ; \quad (46)$$

il suo effetto è analogo a quello di una diminuzione di temperatura.

I momenti di origine termica

$$M_t = - \Delta_t H \cdot d_s$$

crescono linearmente con la rigidità della trave e con il ribassamento, e possono attingere valori preoccupanti; nè può invocarsi una cedibilità elastica lenta delle fondazioni, perchè in genere la soluzione Maillart

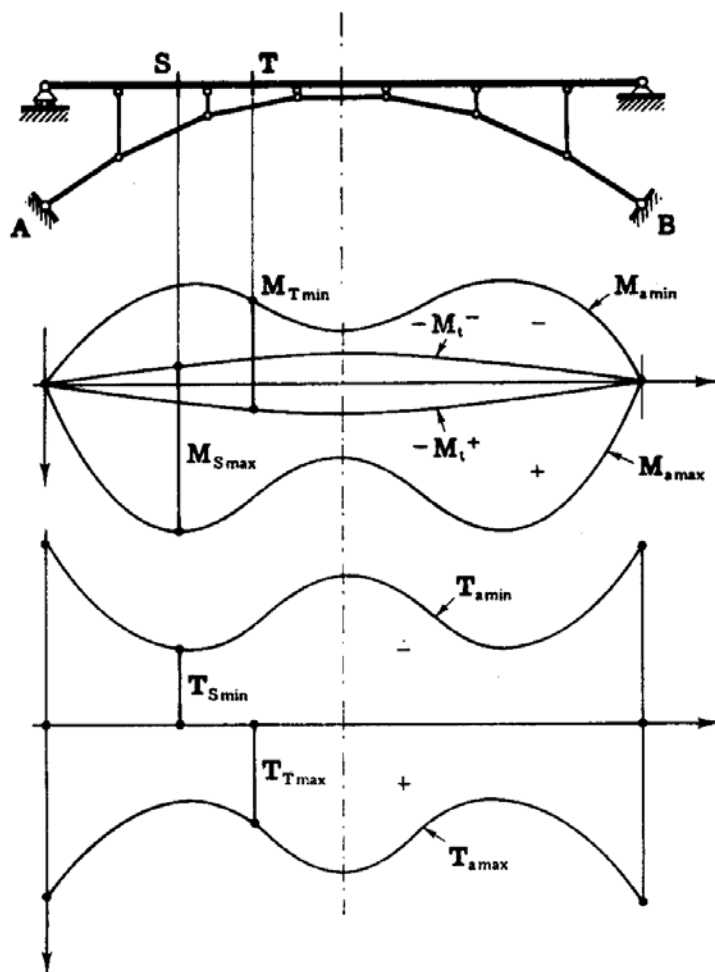


FIG. 11-85

viene scelta in presenza di profili accidentati, e perciò spesso di terreni rocciosi.

Nella fig. 11-85 sono riportati i diagrammi $M_{a \max}$ ed $M_{a \min}$, e quelli

M_t per $\Delta t > 0$ e $\Delta t < 0$; l'analogia con l'arco a due cerniere è evidente. Nella stessa figura sono riportati i diagrammi $T_{a \max}$ e $T_{a \min}$ (quelli T_t per $\Delta t > 0$ e $\Delta t < 0$ sono trascurabili).

I momenti $M_{a \max} + M_t^-$ ed $M_{a \min} + M_t^+$ vanno ripartiti poi fra volta e trave nel rapporto (11-37), mentre i tagli si fanno gravare tutti sulla trave. Ai momenti e tagli della trave vanno aggiunti i momenti ed i tagli generati sull'impalcato dal peso proprio, e calcolati come se si trattasse di una trave continua con appoggi rigidi.

Ai momenti della volta vanno aggiunti invece quelli dovuti al fatto che ogni tratto di volta compreso tra due stilate non è in realtà rettilineo; essi sono dati dal prodotto della forza normale, agente nel tratto considerato, per l'eccentricità dell'asse.

Si precisa che è opportuno eseguire la massicciata — o per lo meno disporre il suo peso — prima che l'impalcato sia del tutto consolidato; così la massicciata è portata dalla sola volta, e nel calcolo dell'asse di quest'ultima si tiene conto anche del peso di essa. In caso contrario la massicciata è portata da tutta la struttura, e gli effetti dell'accorciamento assiale sono notevoli.

Si avverte pure che occorre fare molta attenzione alla sicurezza nei riguardi della instabilità della volta libera da centina e soggetta a tutto il peso proprio; si tollera che il coefficiente di sicurezza relativo al peso proprio in questa condizione sia minore di quello relativo a tutto il peso (peso proprio più sovraccarico) sulla struttura completa. Su ciò si veda il paragrafo f).

e) La teoria del secondo ordine.

Tutte le teorie fin qui esposte, e relative alle più comuni strutture da ponte, si basano sull'ipotesi di piccoli spostamenti; esse si chiamano comunemente «*teorie del primo ordine*». Se la struttura è molto snella, gli spostamenti possono però non essere più trascurabili nei confronti delle dimensioni medie, e con essi le variazioni di caratteristiche dovute agli spostamenti. Può in tal caso presentarsi la necessità di un calcolo che tenga conto di tali variazioni, pur basandosi ancora su equazioni linearizzate; sono queste le cosiddette «*teorie del secondo ordine*». Il difetto principale di queste teorie, oltre alla maggiore mole di calcolo, è nell'impossibilità di far uso delle linee d'influenza, i cui fondamenti sono messi in crisi dall'abbandono del principio di sovrapposizione. Questo difetto può essere aggirato — non superato — effettuando i calcoli per le condizioni di carico che forniscono i massimi nella teoria del primo ordine.

Si fa qui cenno della teoria del secondo ordine dei ponti Maillart. Le ipotesi su cui essa si basa sono le seguenti:

- a) collegamento (fra volta e impalcato) a cortina, ed indeformabile a sforzo assiale;
 b) asse della volta funicolare del peso proprio;
 c) peso proprio uniformemente distribuito;
 d) trave con $E_t I_t$ costante, volta con $E_a I_a \cos \alpha$ costante;
 e) trascurabilità del termine da sforzo assiale nell'equazione differenziale della deformata della volta.

Dalle ipotesi a) b) c) discende che l'asse della volta si considera parabolico, e la spinta da peso proprio fornita da

$$H_g = \frac{g l^2}{8 f} . \quad (l)$$

Per le ipotesi d) ed e), vale la 11-35, e può porsi

$$\frac{d^2 v}{dz^2} = - \frac{M_a}{E_a I_a \cos \alpha} = - \frac{M_a}{k_a} = - \frac{M_t}{E_t I_t} = - \frac{M_t}{k_t} . \quad (m)$$

La struttura sia soggetta al carico accidentale q e ad una variazione

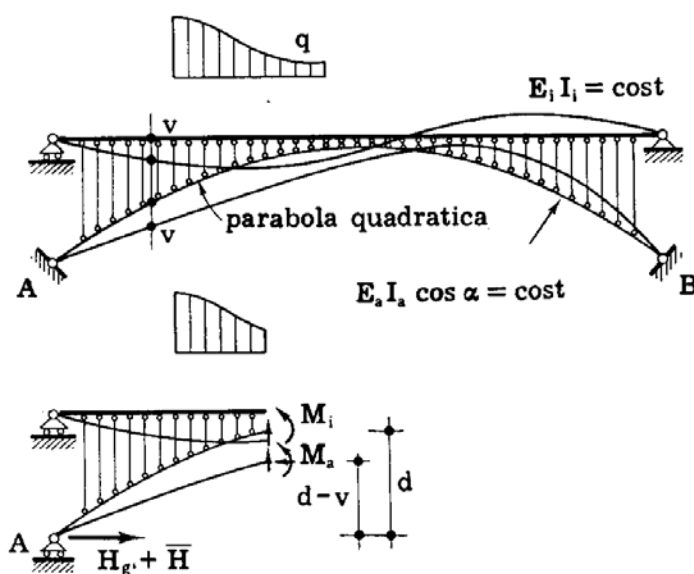


FIG. 11-86

termica Δt ; se v sono gli spostamenti verticali, la (11-39) si modifica nell'altra (fig. 11-86)

$$M_a + M_t = M_c - (H_g + \bar{H}) (d_s - v) , \quad (n)$$

dove $\bar{H}$ è la spinta provocata da q e Δt .

Può porsi

$$M_t = M_{tg} + \bar{M}_t$$

dove M_{tg} è il momento di trave appoggiata dovuto al peso proprio, ed $\bar{M}_t$ il momento di trave appoggiata dovuto al carico accidentale.

E' anche

$$M_{tg} - H_g d_s = 0 .$$

Si ha perciò, dalla (n),

$$M_a + M_i = \bar{M}_t - \bar{H} d_s + (H_g + \bar{H}) v . \quad (o)$$

Dalle (m) si ha d'altro canto

$$\frac{d^2 v}{dz^2} = - \frac{M_a + M_i}{k_a + k_i} = - \frac{M_a + M_i}{k} ;$$

la (o) si scrive perciò

$$- k \frac{d^2 v}{dz^2} - (H_g + \bar{H}) v = \bar{M}_t - \bar{H} d_s . \quad (p)$$

Dalla (p) derivando due volte si ha

$$- k \frac{d^4 v}{dz^4} - (H_g + \bar{H}) \frac{d^2 v}{dz^2} = \frac{d^2 \bar{M}_t}{dz^2} - \bar{H} \frac{d^2 d_s}{dz^2} . \quad (q)$$

Si ricordi che è (7-3 e 7-49)

$$\frac{d^2 \bar{M}_t}{dz^2} = - q$$

$$\frac{d^2 d_s}{dz^2} = - \frac{g}{H_g} ,$$

e si ponga

$$\beta = \frac{\bar{H}}{H_g}$$

$$\mu^2 = \frac{H_g + \bar{H}}{k} ; \quad (r)$$

la (q) si scrive

$$\frac{d^4 v}{dz^4} + \mu^2 \frac{d^2 v}{dz^2} = \frac{q - \beta g}{k} . \quad (47)$$

Le condizioni ai limiti sono

$$\begin{aligned} v = \frac{d^2 v}{dz^2} &= 0 & z &= 0 \\ v = \frac{d^2 v}{dz^2} &= 0 & z &= \ell . \end{aligned} \quad (s)$$

Si può porre, nel rispetto delle (s),

$$\begin{aligned} v &= \sum v_n \operatorname{sen} \frac{n \pi z}{\ell} \\ q &= \sum q_n \operatorname{sen} \frac{n \pi z}{\ell} \\ g &= \sum g_n \operatorname{sen} \frac{n \pi z}{\ell} \end{aligned} \quad (t)$$

dove i v_n sono incogniti, ed i q_n e g_n si calcolano, nel modo noto, alla Fourier, essendo noti $q(z)$ e $g(z)$. Sostituendo le espressioni (t) nella (11-47) si ha

$$\begin{aligned} \frac{\pi^4}{\ell^4} \sum n^4 v_n \operatorname{sen} \frac{n \pi z}{\ell} - \mu^2 \frac{\pi^2}{\ell^2} \sum n^2 v_n \operatorname{sen} \frac{n \pi z}{\ell} &= \\ &= \frac{1}{k} \sum (q_n - \beta g_n) \operatorname{sen} \frac{n \pi z}{\ell} \end{aligned}$$

da cui, per il principio di identità dei polinomi generalizzato, si trae

$$\left(\frac{\pi^4}{\ell^4} n^4 - \mu^2 \frac{\pi^2}{\ell^2} n^2 \right) v_n = \frac{1}{k} (q_n - \beta g_n) ;$$

è perciò in definitiva

$$v_n = \frac{\ell^4}{k} \frac{q_n - \beta g_n}{n^2 \pi^2 (n^2 \pi^2 - \mu^2 \ell^2)} . \quad (48)$$

La v_n è ancora incognita, perchè non sono noti β e μ^2 , funzioni di $\bar{H}$. Occorre perciò calcolare $\bar{H}$. Si consideri a ciò fare la volta caricata dal peso proprio g , e la stessa volta soggetta agli spostamenti e deformazioni provocati da q e Δt ; si ricordi che il peso proprio g si è supposto uniforme (è qui che si invoca tale ipotesi). Il principio dei lavori virtuali porge, con approssimazione,

$$g \int_0^l v \, dz = \frac{1}{E_m A_m} \int_s N' N \, ds + \alpha \Delta t \int_s N' \, ds, \quad (u)$$

dove E_m ed A_m sono i valori medi di E ed A lungo la volta. Poichè è

$$N' = \frac{H_g}{\cos \alpha} = H_g \frac{ds}{dz},$$

e può porsi con buona approssimazione

$$N = \frac{\bar{H}}{\cos \alpha} = \bar{H} \frac{ds}{dz},$$

si ha dalla (u)

$$\begin{aligned} g \int_0^l v \, dz &= \frac{H_g \bar{H}}{E_m A_m} \int_s \left(\frac{ds}{dz} \right)^2 ds + \alpha \Delta t H_g \int_s \frac{ds}{dz} ds = \\ &= \frac{H_g \bar{H}}{E_m A_m} \int_0^l \left(\frac{ds}{dz} \right)^3 dz + \alpha \Delta t H_g \int_0^l \left(\frac{ds}{dz} \right)^2 dz. \end{aligned} \quad (v)$$

Ponendo

$$\begin{aligned} L_s &= \int_0^l \left(\frac{ds}{dz} \right)^3 dz \\ L_t &= \int_0^l \left(\frac{ds}{dz} \right)^2 dz, \end{aligned} \quad (49)$$

la (v) si scrive

$$\frac{g}{H_g} \int_0^l v \, dz = \frac{\bar{H}}{E_m A_m} L_s + \alpha \Delta t L_t. \quad (z)$$

Si ha

$$\int_0^l v \, dz = \int_0^l \left(\sum v_n \sin \frac{n \pi z}{l} \right) dz = \frac{2l}{\pi} \sum_{n=1,3,\dots} \frac{v_n}{n};$$

la (z) si scrive perciò

$$\frac{2 g \ell}{\pi H_g} \left(v_1 + \frac{v_3}{3} + \frac{v_5}{5} + \dots \right) = \frac{\bar{H}}{E_m A_m} L_s + \alpha \Delta t L_t. \quad (50)$$

Per archi ad asse parabolico quadratico di luce ℓ e freccia f si ha

$$\begin{aligned} L_s &= \ell + 8 \frac{f^2}{\ell} \\ L_t &= \ell + \frac{16}{3} \frac{f^2}{\ell}. \end{aligned} \quad (51)$$

Si può calcolare la $\bar{H}$ dalle (11-48) ed (11-50), per successivi tentativi; si tenga presente però che il metodo iterativo diverge dalla soluzione principale, e converge invece su una soluzione secondaria (vedi pure § g). Non si può perciò partire da un valore di tentativo di $\bar{H}$, calcolare le v_n dalle (11-48), $\bar{H}$ dalla (11-50), e di nuovo le v_n dalle (11-48), così iterando. E' necessario cioè operare attraverso curve di errori, o con procedimenti analoghi.

Calcolata la $\bar{H}$, e quindi i v , derivando due e tre volte si ottengono i momenti ed i tagli.

Un altro metodo, per un più rapido calcolo della $\bar{H}$, è quello della « linea d'influenza del secondo ordine » [32].

Si da per scontato (Vol. V) che, rimossa l'ipotesi di piccoli spostamenti, il principio di sovrapposizione, e con esso la teoria delle linee d'influenza, continua a valere con riferimento ai carichi trasversali ed ai loro effetti, purchè i carichi assiali non varino. Nelle due condizioni di carico della fig. 87 a e b, il carico assiale è $H_g + \bar{H}$, perchè da esso dipendono i momenti connessi con gli spostamenti; sia H_g che $\bar{H}$ possono essere considerate anche trasversali, perchè ad esse sono collegati (11-o) i momenti $-H_g d_s$ e $-\bar{H} d_s$. Gli effetti che entrano in gioco nella scrittura del principio di sovrapposizione sono quelli connessi con q , Δt ed $\bar{H}$, e calcolati in presenza di g e di $H_g + \bar{H}$; le forze sono q ed $\bar{H}$, e gli sforzi normali connessi con $\bar{H}$. Poichè $H_g + \bar{H}$ è la stessa nelle due figure, si può scrivere, per il principio di Betti, (valido, come quello di sovrapposizione)

$$\bar{H} \Delta + \int_0^{\ell} q \eta dz = 0 \quad (a')$$

da cui

$$\bar{H} = - \frac{\int_0^l q \eta \, dz}{\Delta} \quad (b')$$

La η ha cioè l'aspetto, ma solo quello, di una linea d'influenza; infatti sia η che Δ sono funzioni di $\bar{H}$. La η prende perciò nome di « linea d'influenza del secondo ordine ».

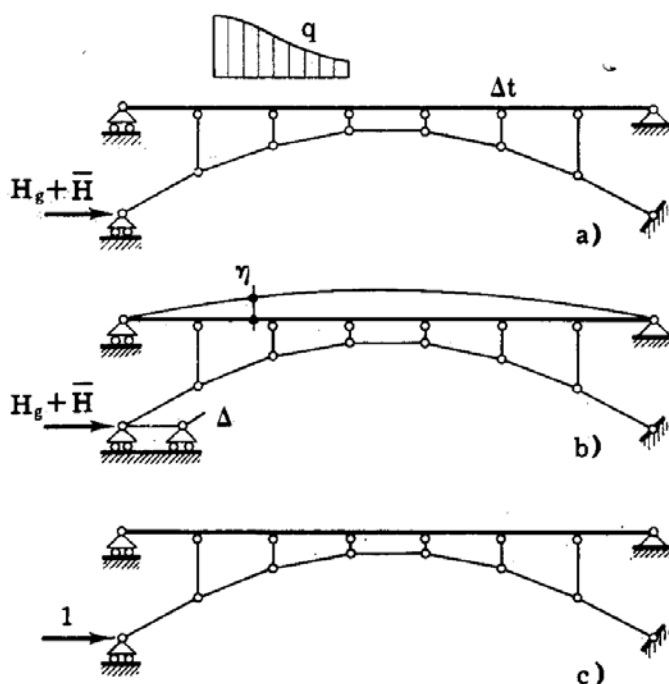


FIG. 11-87

In presenza di variazioni termiche Δt la (b') si scrive, per il principio di Betti generalizzato,

$$\bar{H} \Delta + \int_0^l q \eta \, dz = - \int_v \frac{\lambda \bar{H}}{\cos \alpha} \, ds = - \lambda \bar{H} \int_0^l \left(\frac{ds}{dz} \right)^2 \, dz = \alpha \Delta t \bar{H} L_t$$

e cioè ancora

$$\bar{H} = - \frac{\int_0^l q \eta \, dz}{\Delta - \alpha \Delta t L_t} \quad (c')$$

Per ottenere η si consideri l'equazione (11-47) per $M_t = 0$:

$$\frac{d^4 \eta}{dz^4} + \mu^2 \frac{d^2 \eta}{dz^2} = - \frac{\beta}{k} g \quad (d')$$

Sviluppando η in seni

$$\eta = \sum \eta_n \operatorname{sen} \frac{n \pi z}{\ell}$$

si ha, sempre per il principio di identità,

$$\eta_n = - \frac{32 \bar{H} f}{n^3 \pi^3 \left(\frac{n^2 \pi^2 k}{\ell^2} - H_g - \bar{H} \right)} . \quad (52)$$

Per avere poi Δ , si sfrutta il principio dei lavori virtuali, adottando come sistema di spostamenti quello della fig. 87 b, e come sistema di forze quello fittizio della fig. 87 c. Si ha così

$$1 \cdot \Delta = \int_0^{\ell} M' \frac{M dz}{EI} + \int_v N' \frac{N ds}{EA}$$

e cioè ancora

$$\begin{aligned} \Delta &= \frac{1}{k} \int_0^{\ell} d_s \bar{H} d_s dz - \frac{1}{k} \int_0^{\ell} d_s (H_g + \bar{H}) \eta dz + \int_v \frac{H_g + \bar{H}}{EA \cos^2 \alpha} ds \\ &= \frac{\bar{H}}{k} \int_0^{\ell} d_s^2 dz - \frac{H_g + \bar{H}}{k} \int_0^{\ell} d_s \eta dz + \frac{H_g + \bar{H}}{E_m A_m} L_s . \end{aligned} \quad (e')$$

Dalle relazioni

$$\begin{aligned} \int_0^{\ell} d_s^2 dz &= \frac{16 f^2}{\ell^4} \int_0^{\ell} (z \ell - z^2)^2 dz = \frac{8}{15} f^2 \ell \\ \int_0^{\ell} d_s \eta dz &= \frac{4f}{\ell^2} \int_0^{\ell} z (\ell - z) \sum_n \eta_n \operatorname{sen} \frac{n \pi z}{\ell} dz = \\ &= \frac{4f}{\ell^2} \sum_n \eta_n \int_0^{\ell} z (\ell - z) \operatorname{sen} \frac{n \pi z}{\ell} dz = \frac{16 f \ell}{\pi^3} \sum_n \frac{\eta_n}{n^3} (*) . \end{aligned}$$

(*)

$$\int_0^{\ell} z \operatorname{sen} \frac{n \pi z}{\ell} dz = - \frac{\ell^2}{n \pi} \cos n \pi$$

si trae

$$\Delta = \frac{8}{15} \frac{\bar{H} f^2 \ell}{k} - 16 \frac{(H_g + \bar{H}) f \ell}{k \pi^3} \overleftarrow{\Sigma} \frac{\eta_n}{n^3} + \frac{H_g + \bar{H}}{E_m A_m} L_s \quad (f')$$

dove il simbolo $\overleftarrow{\Sigma}$ indica che la Σ è limitata ai termini dispari.

Dalla (c') si ha

$$\bar{H} = - \frac{\ell}{2} \frac{\overleftarrow{\Sigma} q_n \eta_n}{\Delta - \alpha \Delta t L_t};$$

si può perciò scrivere

$$\bar{H} = - \frac{\ell}{2} \frac{\overleftarrow{\Sigma} q_n \eta_n}{\frac{8}{15} \bar{H} \frac{f^2 \ell}{k} - 16 \frac{H_g + \bar{H}}{k \pi^3} f \ell \overleftarrow{\Sigma} \frac{\eta_n}{n^3} + \frac{H_g + \bar{H}}{E_m A_m} L_s - \alpha \Delta t L_t}. \quad (53)$$

Dalle (11-52) ed (11-53) si ricava $\bar{H}$ per successive approssimazioni; il vantaggio, rispetto alle (11-48) ed (11-50), è nella convergenza, molto rapida, del procedimento iterativo.

Per un ponte Maillart di luce media, delle seguenti caratteristiche

$$\ell = 43,2 \text{ m}$$

$$f = 5,2 \text{ m}$$

$$E_m = 2.100.000 \text{ t/m}^2$$

$$A_m = 0,952 \text{ m}^2$$

$$\begin{aligned} \int_0^{\ell} z^2 \operatorname{sen} \frac{n \pi z}{\ell} dz &= - \frac{\ell^3}{n \pi} \cos n \pi + \frac{2 \ell^3}{n^3 \pi^3} \cos n \pi - \frac{2 \ell^3}{n^3 \pi^3} \\ \int_0^{\ell} z (\ell - z) \operatorname{sen} \frac{n \pi z}{\ell} dz &= - \frac{\ell^3}{n \pi} \cos n \pi + \frac{\ell^3}{n \pi} \cos n \pi - \\ &\quad - \frac{2 \ell^3}{n^3 \pi^3} \cos n \pi + \frac{2 \ell^3}{n^3 \pi^3} = \\ &= \begin{cases} 0 & \text{per } n \text{ pari} \\ \frac{4 \ell^3}{n^3 \pi^3} & \text{per } n \text{ dispari} \end{cases} \end{aligned}$$

$$k = 270.228 \text{ tm}^2$$

$$g = 6,1 \text{ t/m}$$

$$H_g = 273,6 \text{ t}$$

$$L_s = 48,207 \text{ m}$$

si abbia un carico accidentale $q = 1 \text{ t/m}$ su un semiarco. La $\bar{H}$ esatta è pari a 22,246 t. Calcolando la $\bar{H}$ attraverso le (11-48) ed (11-50), ai valori iniziali

$$22,430 \text{ t}$$

$$22,246 \text{ t}$$

$$21,892 \text{ t}$$

corrisponderebbero, in seconda approssimazione, gli altri valori

$$2,224 \text{ t}$$

$$22,247 \text{ t}$$

$$65,083 \text{ t} ;$$

la divergenza è evidente. Operando invece con le (11-52) ed (11-53), si parte da un valore di larga approssimazione, quello di 22,430 t valido per l'arco a tre cerniere. Limitandosi ai soli primi due termini della (11-53) si ha, in seconda, terza e quarta approssimazione,

$$H = 22,268 \text{ t}$$

$$H = 22,245 \text{ t}$$

$$H = 22,246 \text{ t} .$$

f) *La stabilità dell'equilibrio.*

Dalla (11-48) si trae che per

$$n^2 \pi^2 - \mu^2 \ell^2 = 0 ,$$

e cioè per

$$H_g + \bar{H} = \frac{n^2 \pi^2 k}{\ell^2} , \quad (54)$$

risulta

$$v_n = \infty .$$

I valori di $\bar{H}$ (e quindi di q) per cui si verifica la (11-54) sono da considerare con particolare attenzione. E' evidente che in realtà per essi non si attinge $v_n = \infty$, e l'errore si spiega con il fatto che, pur avendo tenuto conto della variazione del momento dovuto agli spostamenti, le equazioni (m) cui si è ricorso sono quelle della teoria lineare della trave, valevoli per piccoli spostamenti; ciò non toglie che $v_n = \infty$ denunzi spstamenti reali molto forti, e quindi intollerabili. Interessa il più basso dei valori (11-54), che si chiama *valore critico della spinta*:

$$(H_g + \bar{H})_c = \frac{\pi^2 (E_1 I_1 + E_a I_a \cos \alpha)}{\ell^2} \quad (55)$$

Rispetto a tale valore deve essersi un adeguato coefficiente di sicurezza

$$s_c = \frac{(H_g + \bar{H})_c}{H_g + \bar{H}}$$

In realtà il valore critico (11-55) è calcolato in difetto, e cioè a vantaggio di sicurezza. Ciò perchè l'equazione (m) della volta non tiene conto dell'effetto dello sforzo normale, come si è avuto cura di precisare nel trarre la (11-35), e questo equivale a trascurare l'energia di deformazione da sforzo normale, che è un termine stabilizzante nella variazione della configurazione di equilibrio. Questo può farsi, nel caso in esame, perchè l'energia da sforzo normale nella volta è in realtà piccola rispetto a quella da momento flettente nella trave. Invece in un arco ordinario, in cui l'inerzia della sezione è minore di quella della trave Maillart e l'area interessata dallo sforzo normale è molto maggiore, l'errore commesso trascurando il contributo dello sforzo normale è senz'altro più elevato, e in genere porta a riferire il carico critico ad un altro tipo di deformata (emisimmetrica).

Le espressioni più esatte delle (11-35) e (11-36) sono

$$\frac{d^2 v}{dz^2} = - \frac{M}{EI \cos \alpha} - \frac{d}{dz} \left(\frac{N \operatorname{tg} \alpha}{EA} - \chi \frac{T}{GA} \right) \quad (56)$$

$$\frac{d^2 w}{dy^2} = - \frac{M}{EI \sin \alpha} - \frac{d}{dy} \left(\frac{N \operatorname{ctg} \alpha}{EA} + \chi \frac{T}{GA} \right) \quad (57)$$

Infatti per effetto del taglio il segmento SQ (fig. 11-88 a) ruota, e il punto Q si sposta di

$$QQ' = \frac{T ds}{GA}$$

Le due proiezioni di QQ' su y e z sono

$$QQ'' = dv_t = \chi \frac{T ds}{GA} \cos \alpha = \chi \frac{T dz}{GA}$$

$$Q''Q' = dw_t = \chi \frac{T ds}{GA} \sin \alpha = -\chi \frac{T dy}{GA},$$

da cui

$$\frac{dv_t}{dz} = \chi \frac{T}{GA}$$

$$\frac{dw_t}{dy} = -\chi \frac{T}{GA}.$$

Per effetto dello sforzo normale il segmento SQ (fig. 11-88 b) varia di lun-

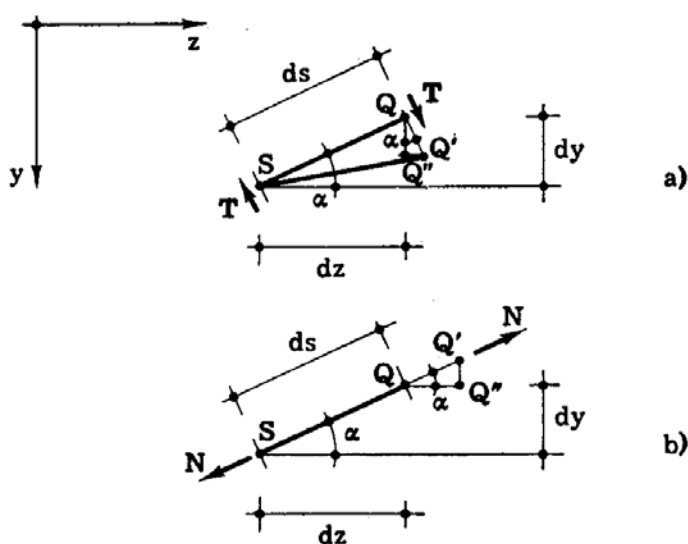


FIG. 11-88

ghezza, e il punto Q si sposta di

$$QQ' = \frac{N ds}{EA}.$$

Le due proiezioni di QQ' su y e z sono

$$Q''Q' = dv_n = \frac{N ds}{EA} \sin \alpha = -\frac{N dz}{EA} \operatorname{tg} \alpha$$

$$QQ'' = dw = \frac{N ds}{EA} \cos \alpha = -\frac{N dy}{EA} \operatorname{ctg} \alpha$$

da cui

$$\frac{dv_n}{dz} = - \frac{N \operatorname{tg} \alpha}{EA}$$

$$\frac{dw_n}{dy} = - \frac{N \operatorname{ctg} \alpha}{EA}$$

Sommando alle (11-35) e (11-36) i contributi di T ed N si hanno le espressioni (11-56) e (11-57).

Se sono noti M N T, e dalle (11-56) e (11-57) si vogliono trarre le d^2v/dz^2 e d^2w/dy^2 , i termini in N e T si trascurano se le rispettive deformabilità sono piccole, se cioè A è grande. Se invece le (11-56) e (11-57) sono introdotte in equazioni di equilibrio intese a determinare v e w, in cui N e T sono perciò espresse in termini di v e w, i termini in N e T sono trascurabili se le rispettive energie di deformazione sono piccole rispetto a quella connessa con M.

L'energia da flessione (a meno dei quadrati degli spostamenti) è dell'ordine $\frac{(EI)^2}{GA l^3}$; quella da sforzo normale di EA/l , quella da taglio, invece, di $\chi \frac{(EI)^2}{GA l^3}$; quindi il rapporto tra le energie di sforzo normale e flessione dipende da l^2/ρ^2 , e quello tra le energie di taglio e flessione da ρ^2/l^2 . Nella struttura Maillart, nel ρ del primo rapporto interviene la volta come area, e la trave come inerzia, quindi ρ è molto elevato. Invece nel ρ del secondo rapporto intervengono i soli elementi della trave.

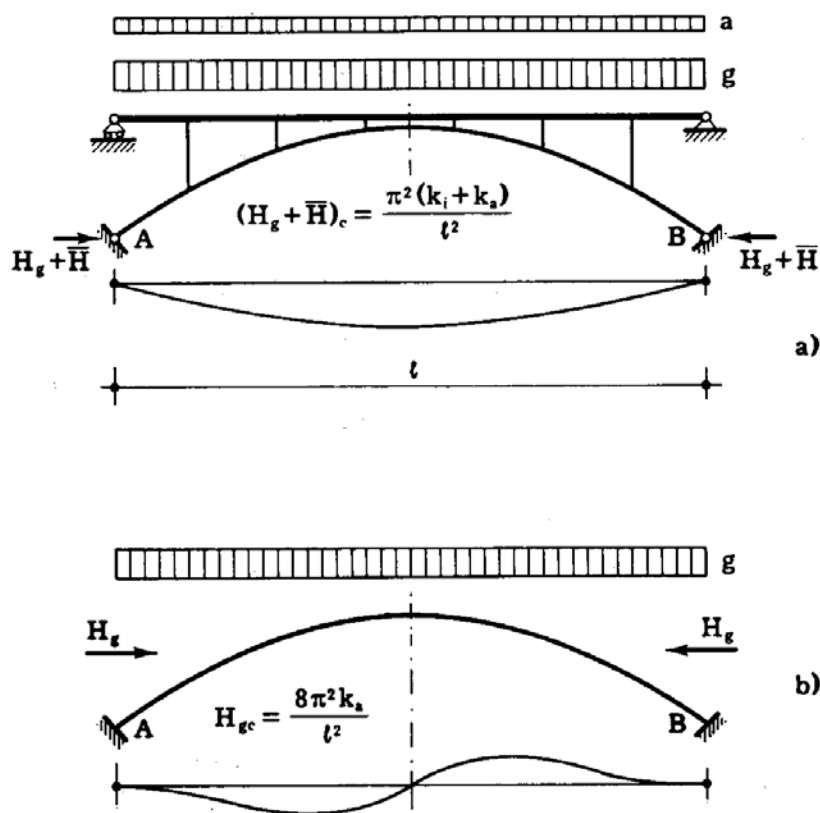


FIG. 11-89

La (11-55) è relativa (fig. 11-89 a) a tutta la struttura ed a tutto il sovraccarico (infatti il massimo di $\bar{H}$ si ha per sovraccarico esteso a tutta

la luce); interessa però anche la spinta critica H_{gc} della sola volta (fig. 11-89 b) per ottenere il coefficiente di sicurezza H_{gc}/H_g . Il valore H_{gc} è fornito, sotto la sola ipotesi di asse funicolare, di $E_a I_a \cos \alpha = \text{cost}$ e per volte non ribassatissime (in questo caso si verifica un altro tipo di instabilità) da

$$H_{gc} = \frac{8 \pi^2 E_a I_a \cos \alpha}{l^2}, \quad (58)$$

come si mostrerà nel Volume V. Il valore (11-58) è relativo a volta incastrata, e si accompagna ad una deformata secondaria emisimmetrica; esso vale anche se g non è uniformemente distribuito, e quindi anche se l'asse non è parabolico.

Si osserva che per un rapporto $\frac{k_1}{k_a} = 20$, ed $\frac{H_g}{\bar{H}} = 3$, il rapporto dei coefficienti di sicurezza nelle due condizioni è circa 2. In genere nelle strutture Maillart la sicurezza alla instabilità della struttura completa è esuberante, mentre quella della volta è bassa ma accettabile, soprattutto perchè relativa ad un periodo transitorio.

g) *Alcuni risultati relativi ad un ponte Maillart di forte luce.*

La struttura cui si fa riferimento appare in sezione trasversale e longitudinale nelle figg. 11-90 ed 11-91; nella fig. 11-92 è riportata la linea di

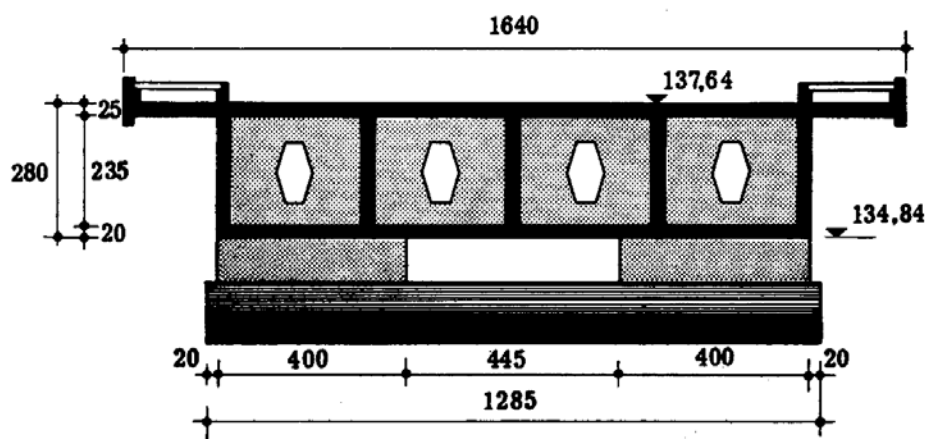


FIG. 11-90

influenza della spinta, nelle figg. 11-93 ed 11-94 le linee d'influenza del momento flettente e del taglio nelle sezioni in corrispondenza dei setti di

collegamento. Nella fig. 11-95 sono disegnati i diagrammi dei massimi e minimi momenti calcolati con la teoria del primo ordine, e nella fig. 11-96 i diagrammi dei massimi e minimi tagli per effetto dei carichi mobili prescritti dalla Circolare Ministero L.L.P.P. n. 384 del 14/2/'62, e di due variazioni termiche rispettivamente di -20° e $+15^\circ$ centigradi. Gli effetti della variazione termica sono calcolati nell'ipotesi che anche i ritti di imposta la risentano nella sua interezza; non compaiono nelle figg. 11-95

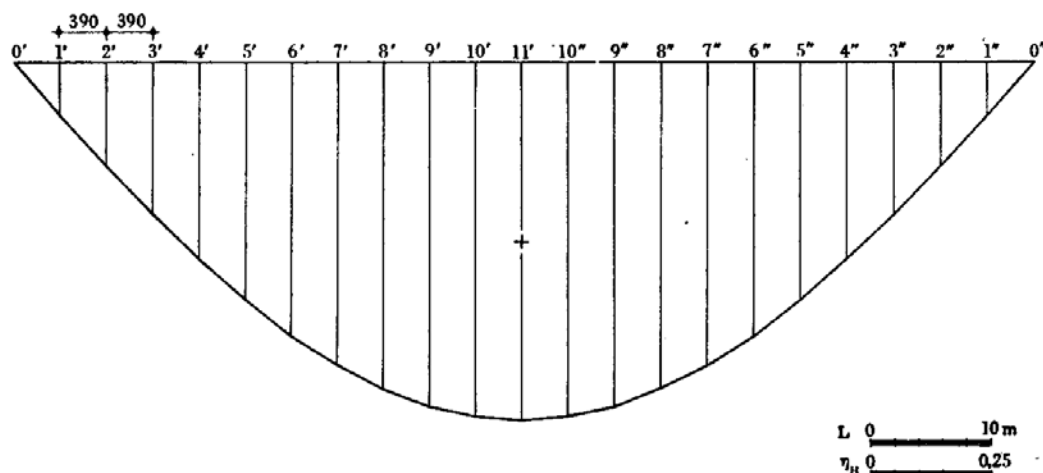


FIG. 11-92

e 11-96 gli effetti del ritiro, della caduta di spinta per accorciamento assiale da peso proprio, e quelli inerenti al peso proprio della travata nel comportamento a trave continua.

Nella fig. 11-97 sono riportati per gli stessi carichi e variazioni termiche i diagrammi dei momenti massimo e minimo nella teoria del secondo ordine, assieme a quelli già ottenuti con la teoria del primo ordine. Si nota un aumento dei valori assoluti, e la causa di ciò risulta dalla stessa (11-0); infatti, se si tratta di un $M_{S \max}$ è, nella sezione S,

$$\bar{M}_t - \bar{H}d > 0$$

$$v > 0$$

e quindi

$$M > \bar{M}_t - \bar{H}d ;$$

se si tratta invece di un $M_{S \min}$ è

$$\bar{M}_t - \bar{H}d < 0$$

$$v < 0$$

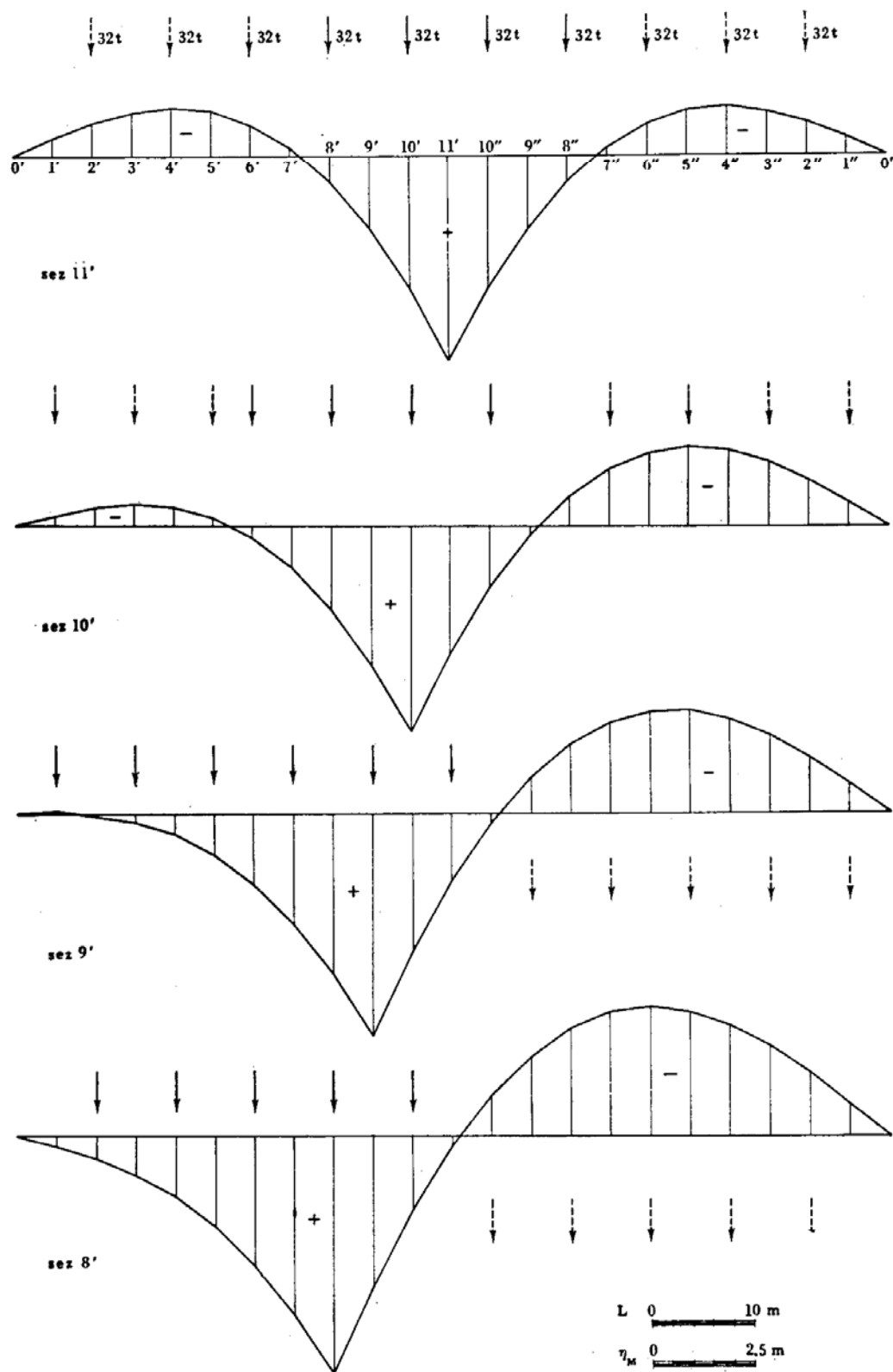


FIG. 11-93 a

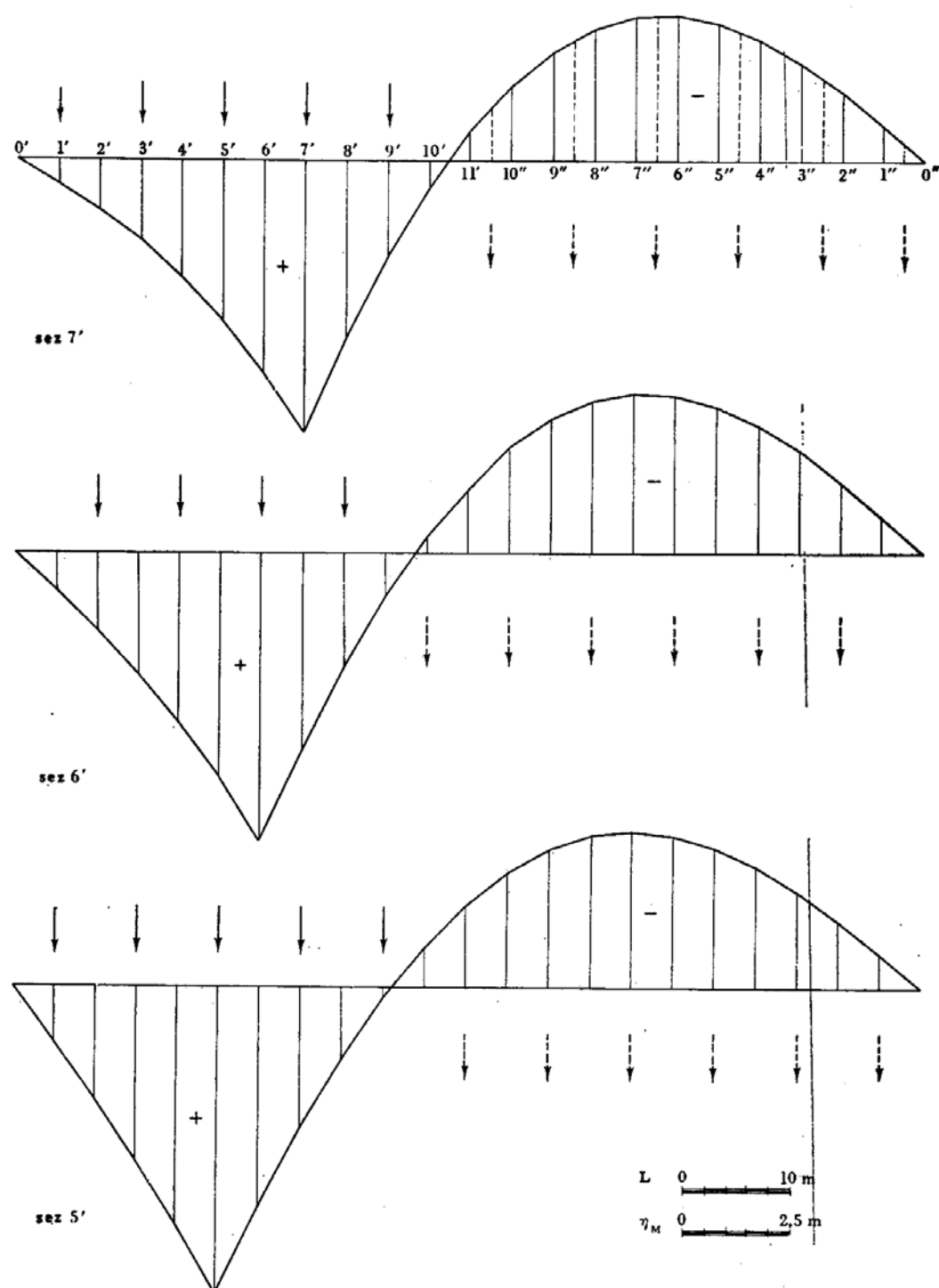


FIG. 11-93 b

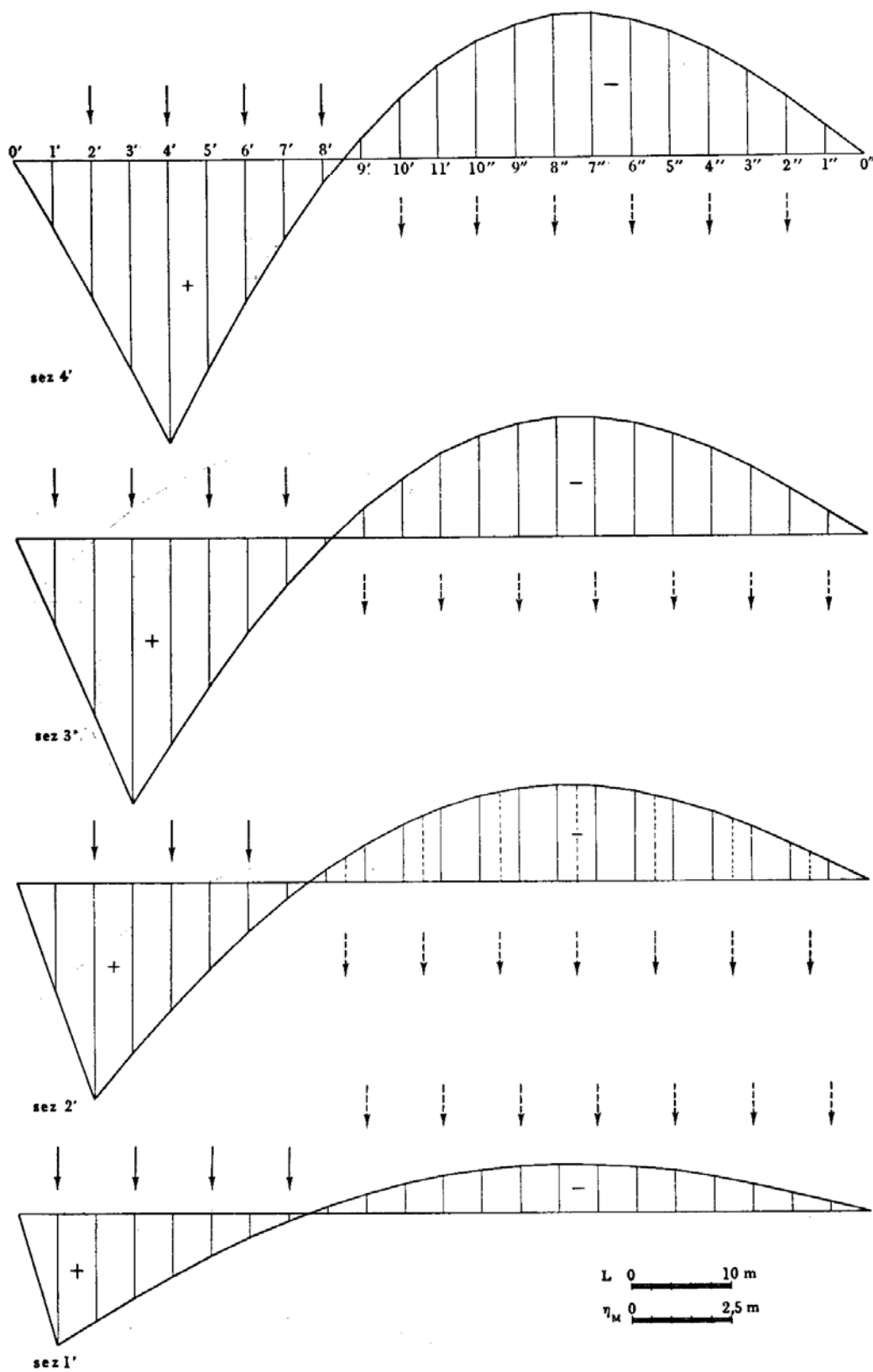


FIG. 11-93 c

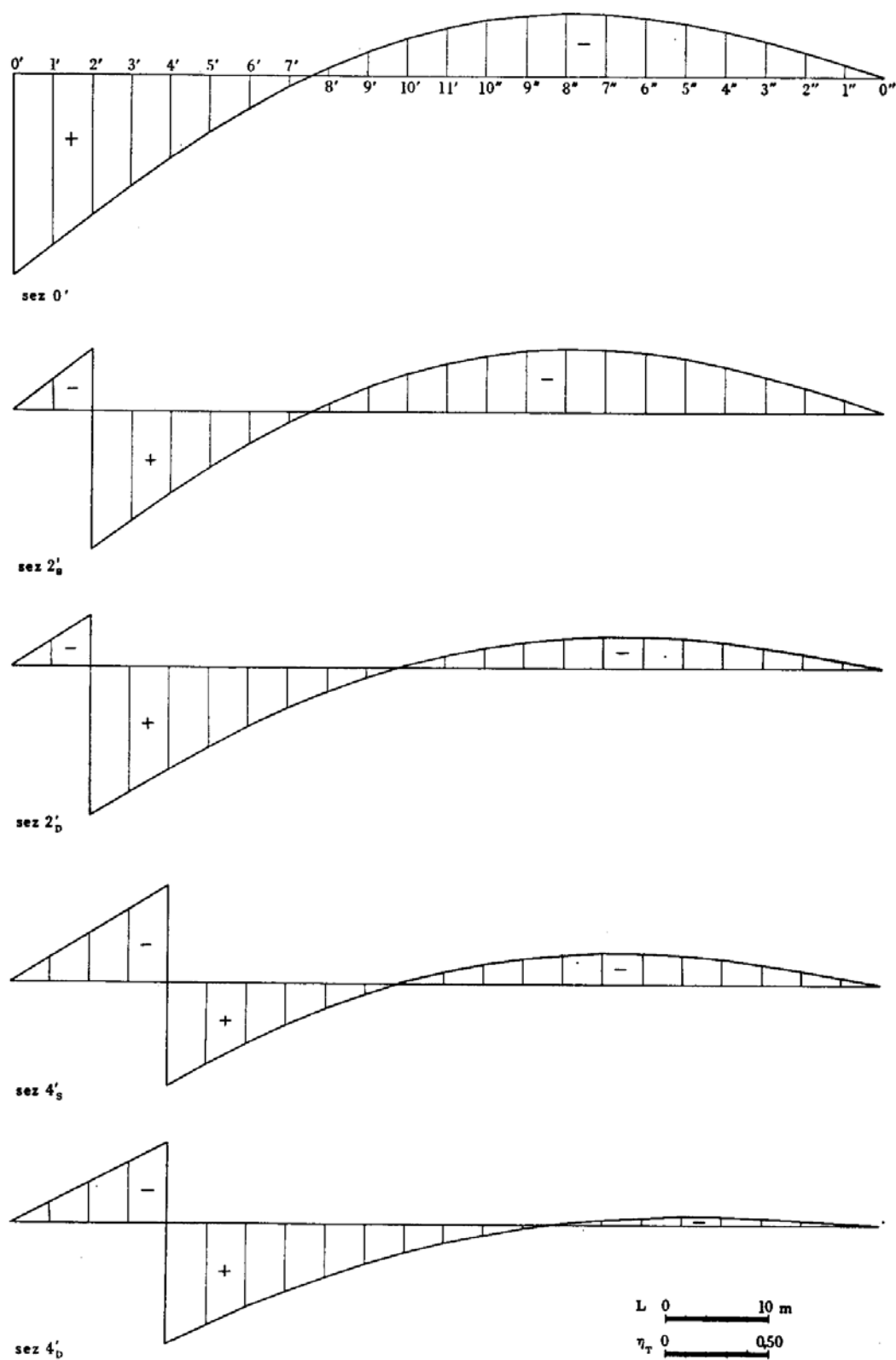


FIG. 11-94 a

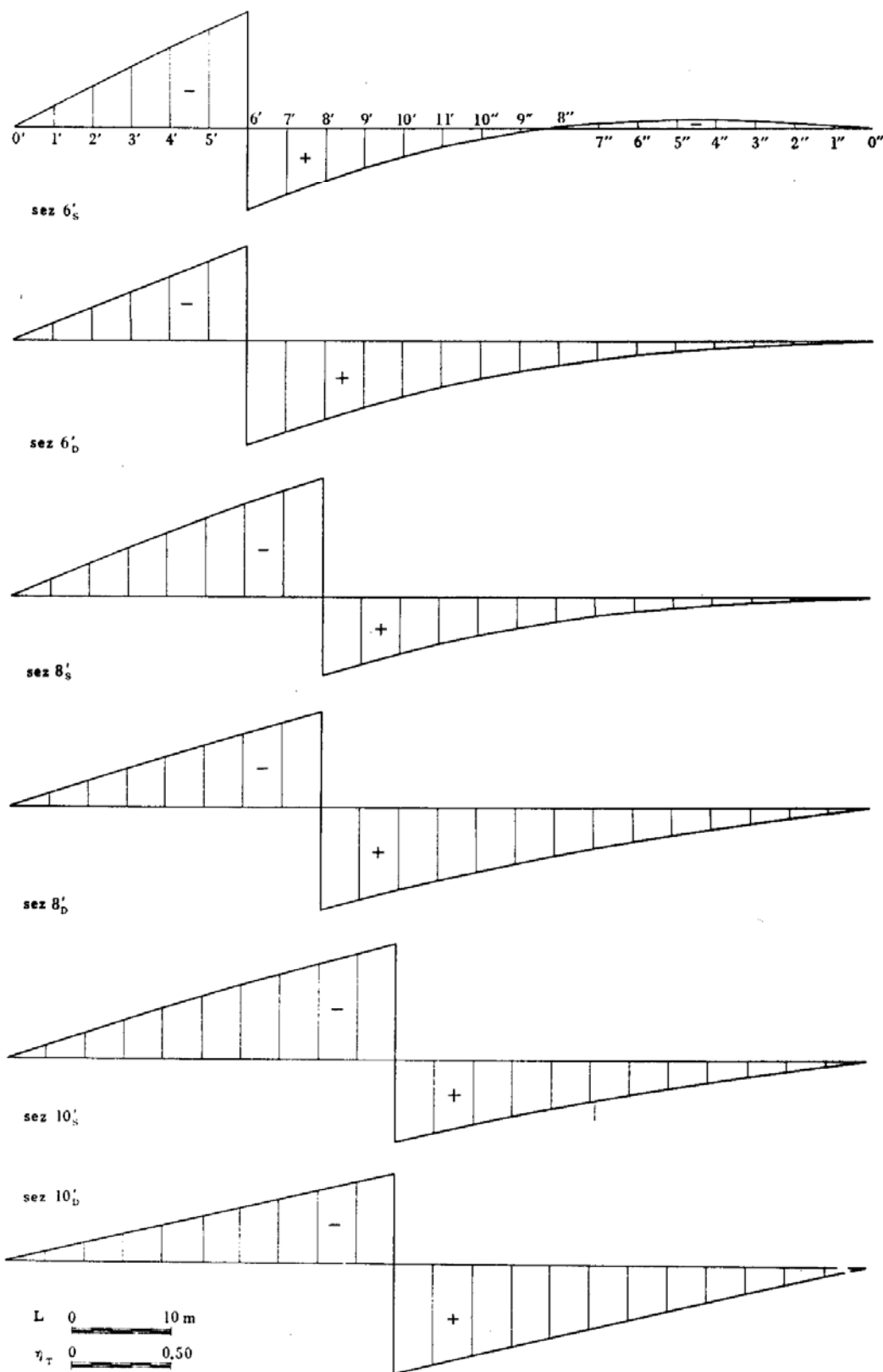


FIG. 11-94 b

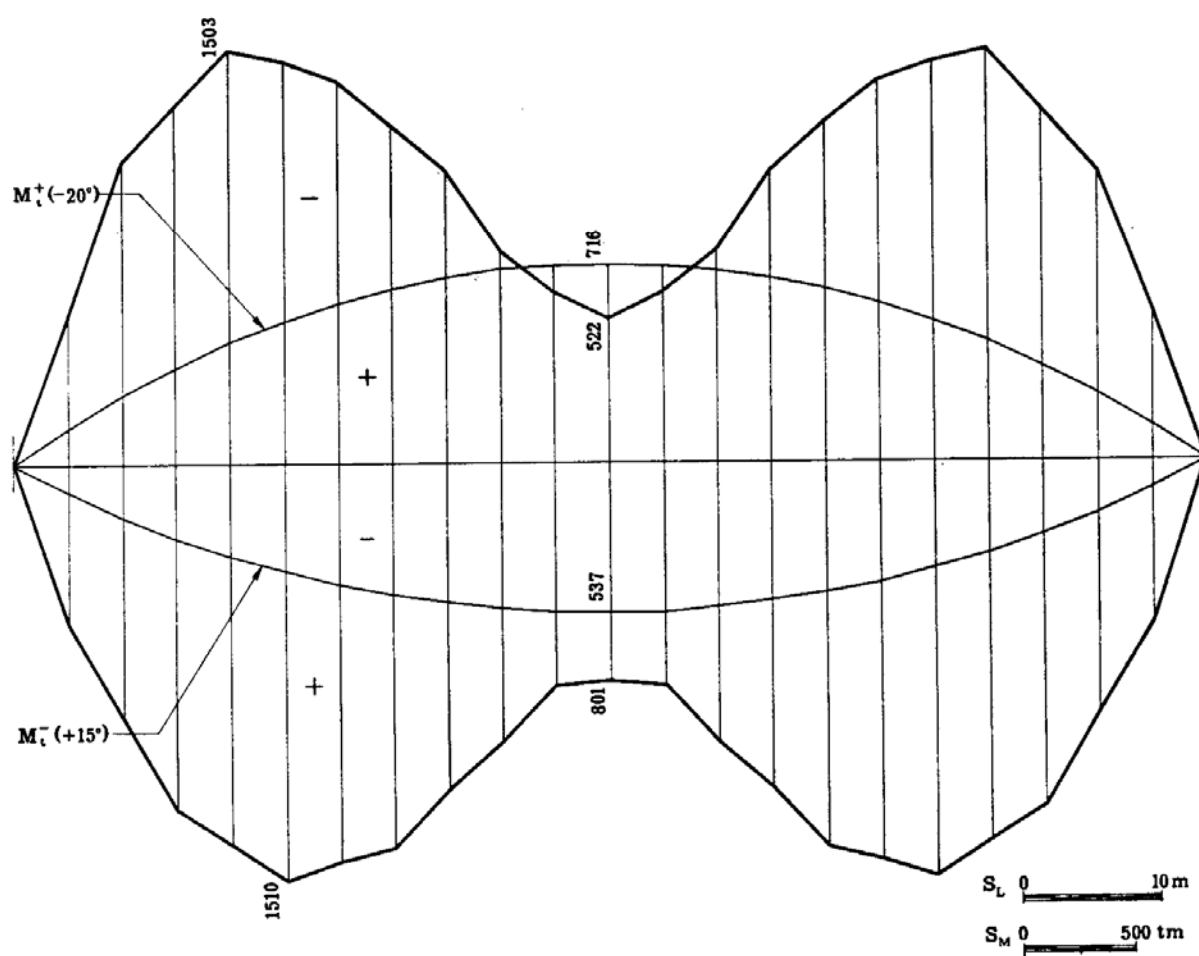


FIG. 11-95

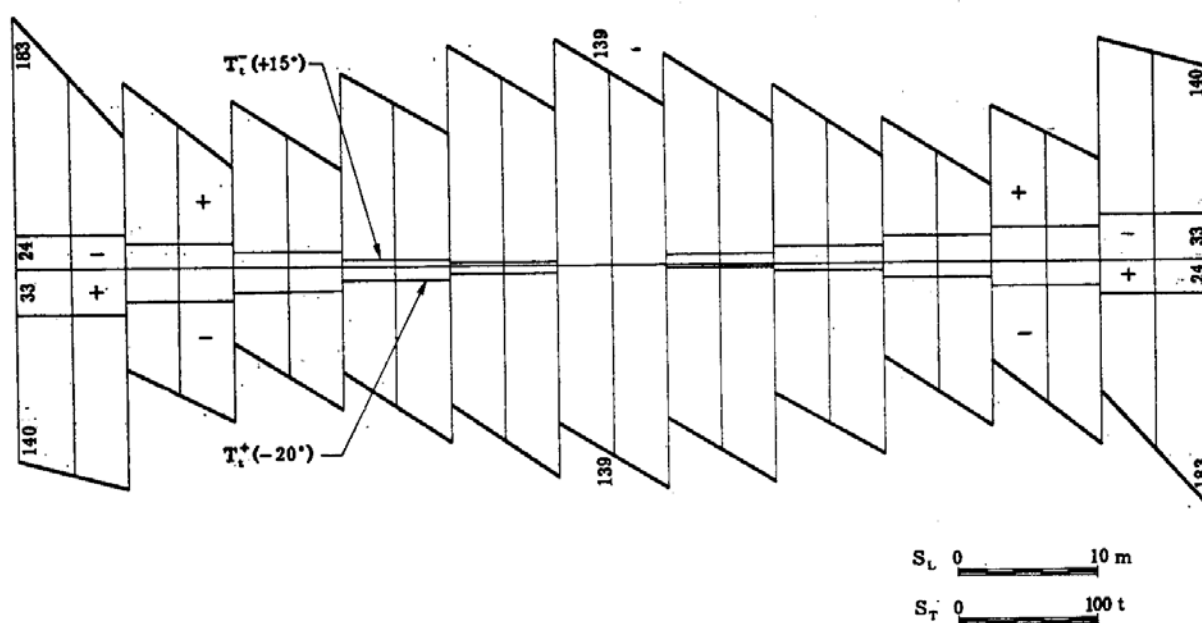


FIG. 11-96

e quindi ancora

$$|M| > |M_t - \bar{H}d|.$$

L'aumento dei valori assoluti dei massimi e minimi momenti nella teoria del secondo ordine rispetto a quelli della teoria del primo ordine è perciò un dato costante, che impone tale calcolo in ogni caso; il divario tra i risultati delle teorie del primo e del secondo ordine è tanto più sensibile quanto minore è la rigidità k della struttura.

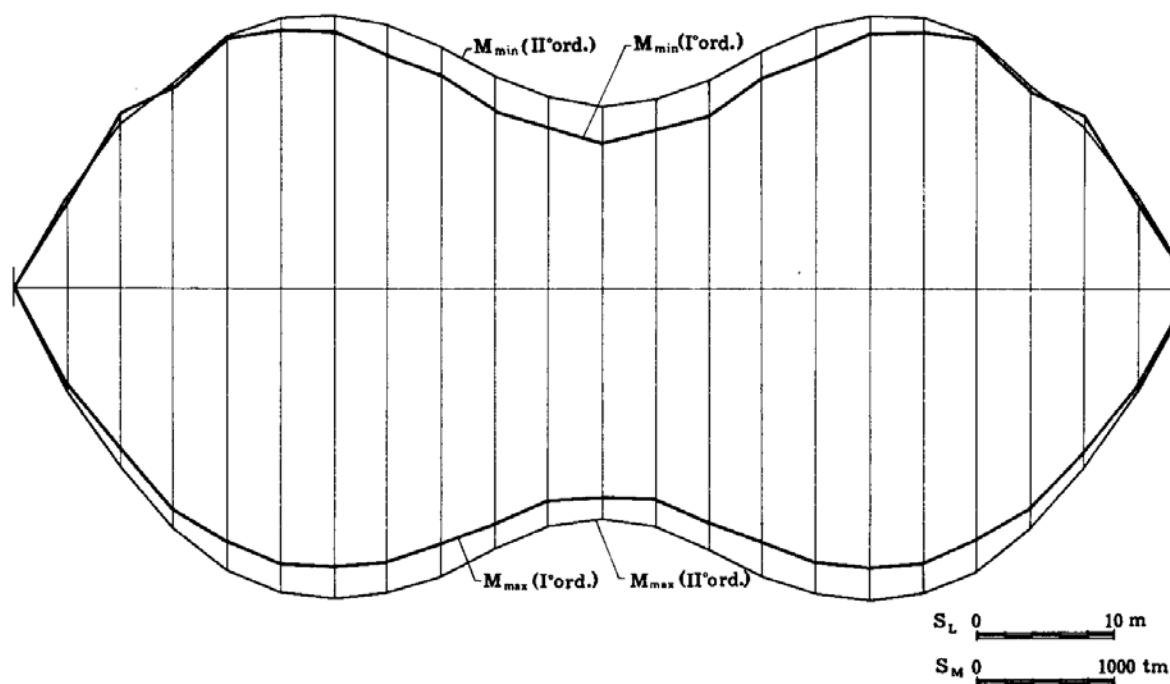


FIG. 11-97

Le due stese di carico relative al calcolo di $M_{S \max}$ ed $M_{S \min}$ sono le stesse cui si è ricorso nella teoria del primo ordine; le $\bar{H}$ sono state calcolate, per ogni condizione di carico, attraverso le (11-52) ed (11-53), con l'ausilio di un calcolatore elettronico, chiamando in gioco quindici termini dello sviluppo in serie delle η . I risultati delle successive approssimazioni, con riferimento alla condizione di carico che fornisce il momento massimo in una sezione alle reni ($z = 23,40$ m), sono i seguenti (*)

$$\bar{H} = 206,119 \text{ t}$$

$$\bar{H} = 176,957 \text{ t}$$

$$\bar{H} = 171,976 \text{ t} ;$$

(*) Il valore esatto è $H = 170,739$ t.

il primo valore è relativo all'arco a tre cerniere. I valori di v e di M sono stati calcolati a loro volta, sempre con l'elaboratore elettronico, e utilizzando quindici termini dello sviluppo in serie di v . E' interessante notare (Maceri) come, operando per iterazione sulle (11-48) ed (11-50), con

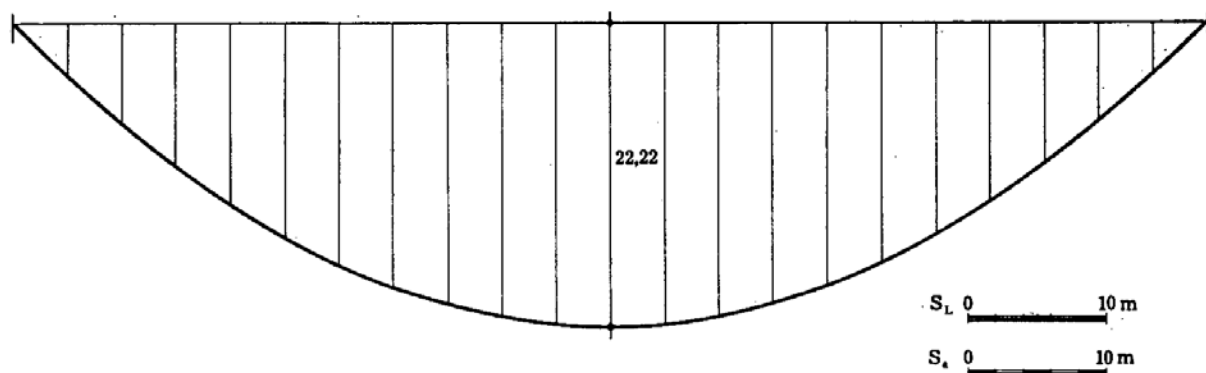


FIG. 11-98

l'aiuto dell'elaboratore, si sia pervenuti ad una deformata di equilibrio diversa dalla principale (fig. 11-98), per cui la corda risulta scavalcata. Ciò è reso possibile dal fatto che il principio di unicità, in teorie del secondo ordine, cade in difetto.