

CAPITOLO XI

ARCHI

1. Generalità.

L'uso dell'arco spingente in luogo della trave può presentarsi molto conveniente, tanto più quanto maggiore è la luce da superare. La spinta alle imposte induce infatti un momento flettente ed un taglio di segno opposto a quelli indotti dai carichi sulla struttura semplicemente appoggiata agli estremi, in modo che la caratteristica di sforzo normale diviene di gran lunga prevalente sulle altre due. Il momento flettente sulla struttura appoggiata cresce con il quadrato della luce, lo sforzo normale nell'arco (a parità di *monta* f/l , dove f è la *freccia* dell'asse dell'arco, ed l la *luce*) cresce linearmente con la luce; se quindi c'è vantaggio adottando l'arco, questo vantaggio cresce con la luce. Si preciseranno nel seguito i limiti di convenienza, in relazione soprattutto alla *monta*, alle strutture di fondazione ed alle variazioni termiche e da ritiro.

La necessità, più che la convenienza, dell'arco si manifesta nell'ambito dei materiali litoidi, non resistenti a trazione, e quindi inabili a sopportare sollecitazioni flettenti. Addirittura gli stili architettonici di certe civiltà che ignoravano le strutture ad arco, come l'egizia e la greca, sono caratterizzati da tale deficienza; essa appare evidente nella pianta dei templi, fitta di colonne, essendo le luci limitate dalla lunghezza delle travi portanti in legno. Invece ben diverso respiro presentano le opere etrusche e poi romane, ponti, acquedotti, basiliche, terme, dove l'arco e la volta, suo derivato, dominano incontrastati (figg. 11-1 e 11-2).

L'arco però non trova le sue sole applicazioni nelle coperture e nei ponti; esso costituisce l'elemento fondamentale delle dighe ad arco, a doppia curvatura, ad arco-gravità, è adottato in alcuni tipi di fondazione (archi rovesci), è modulo nelle strutture di galleria e in quelle tubolari.

La convenienza dell'arco trova il suo rovescio nel maggiore impegno delle opere di fondazione e di carpenteria, e nel notevole peso che assume l'insidia dell'instabilità dell'equilibrio; per questi motivi l'arco è stato e rimane la struttura di maggiore nobiltà, e ad esso si associano i nomi degli studiosi, dei progettisti e degli esecutori più insigni.

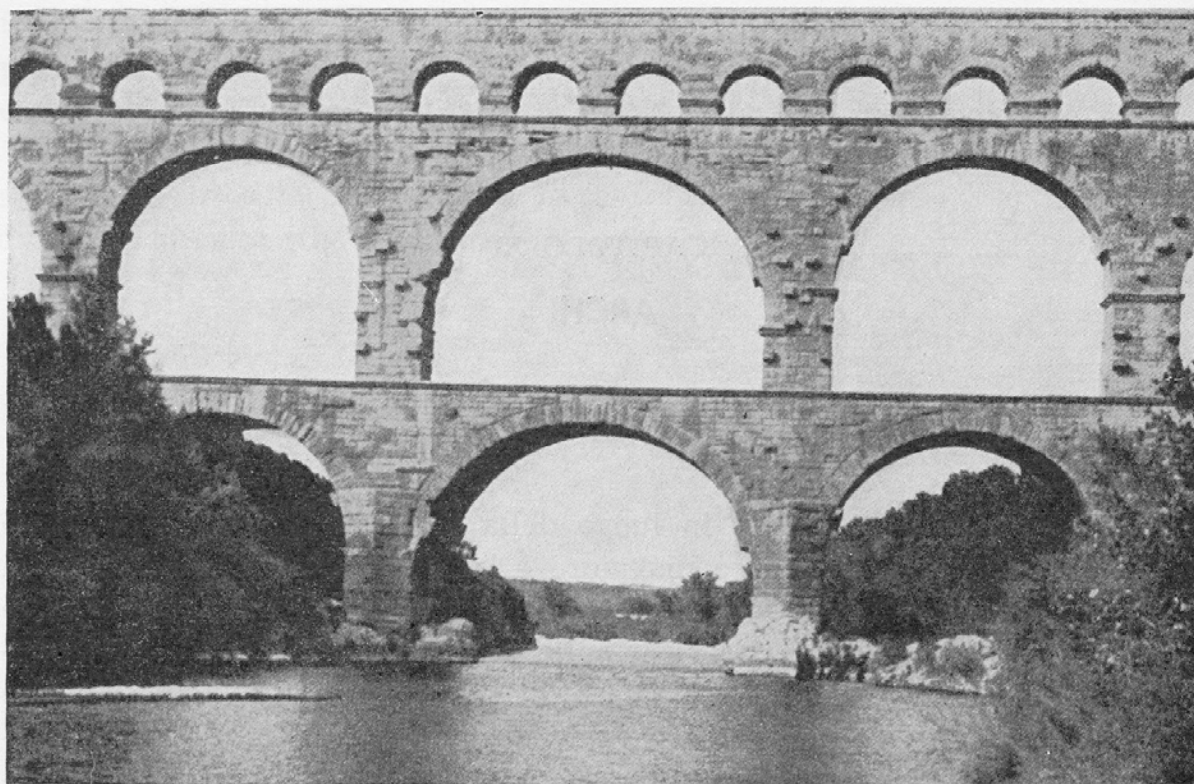


FIG. 11-1

Ponte sul Gard (Nîmes)

FIG. 11-2

Ponte di Augusto (Rimini)

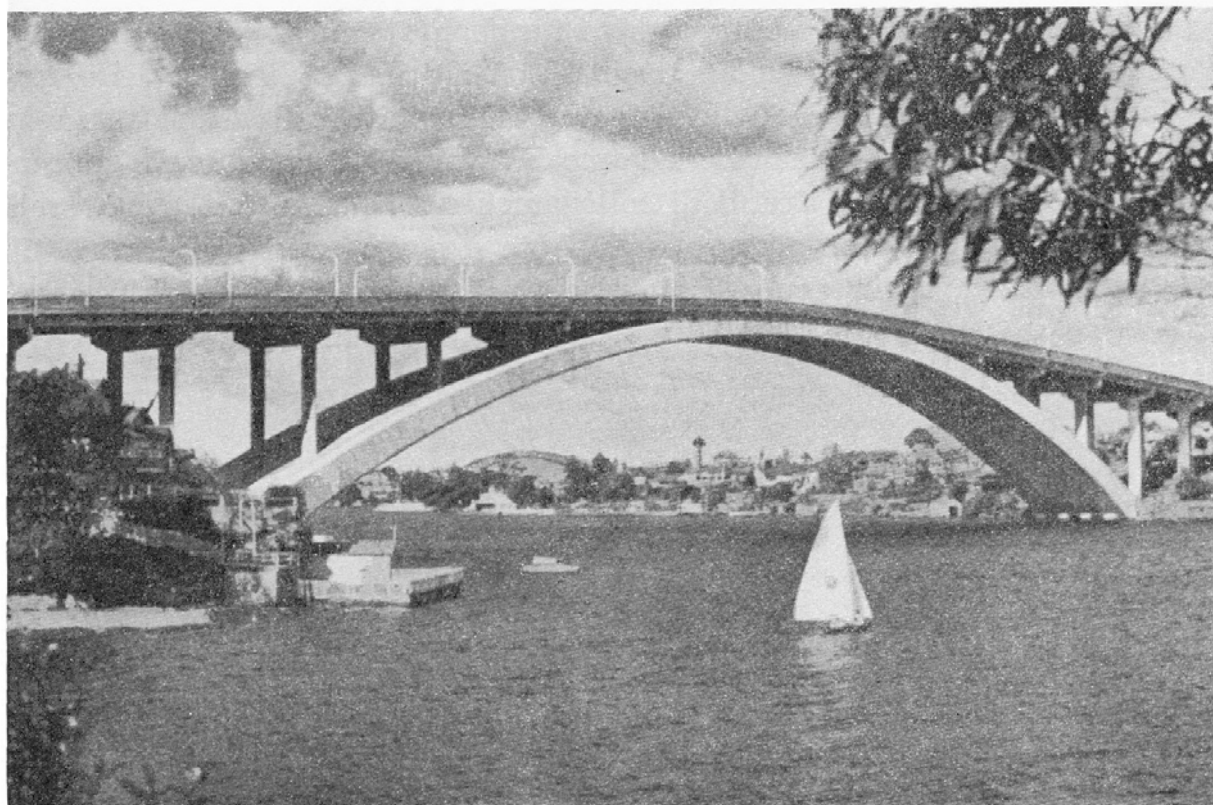


FIG. 11-3

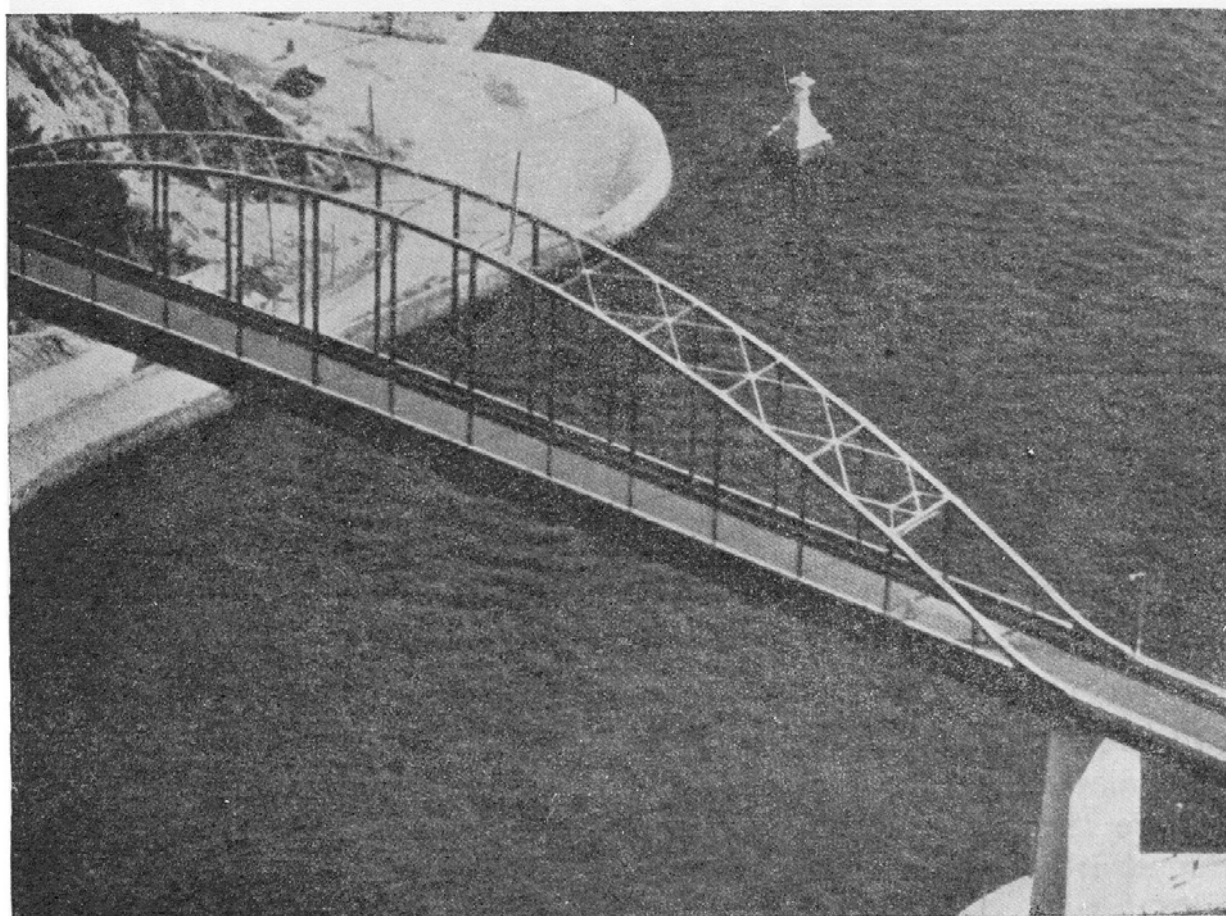
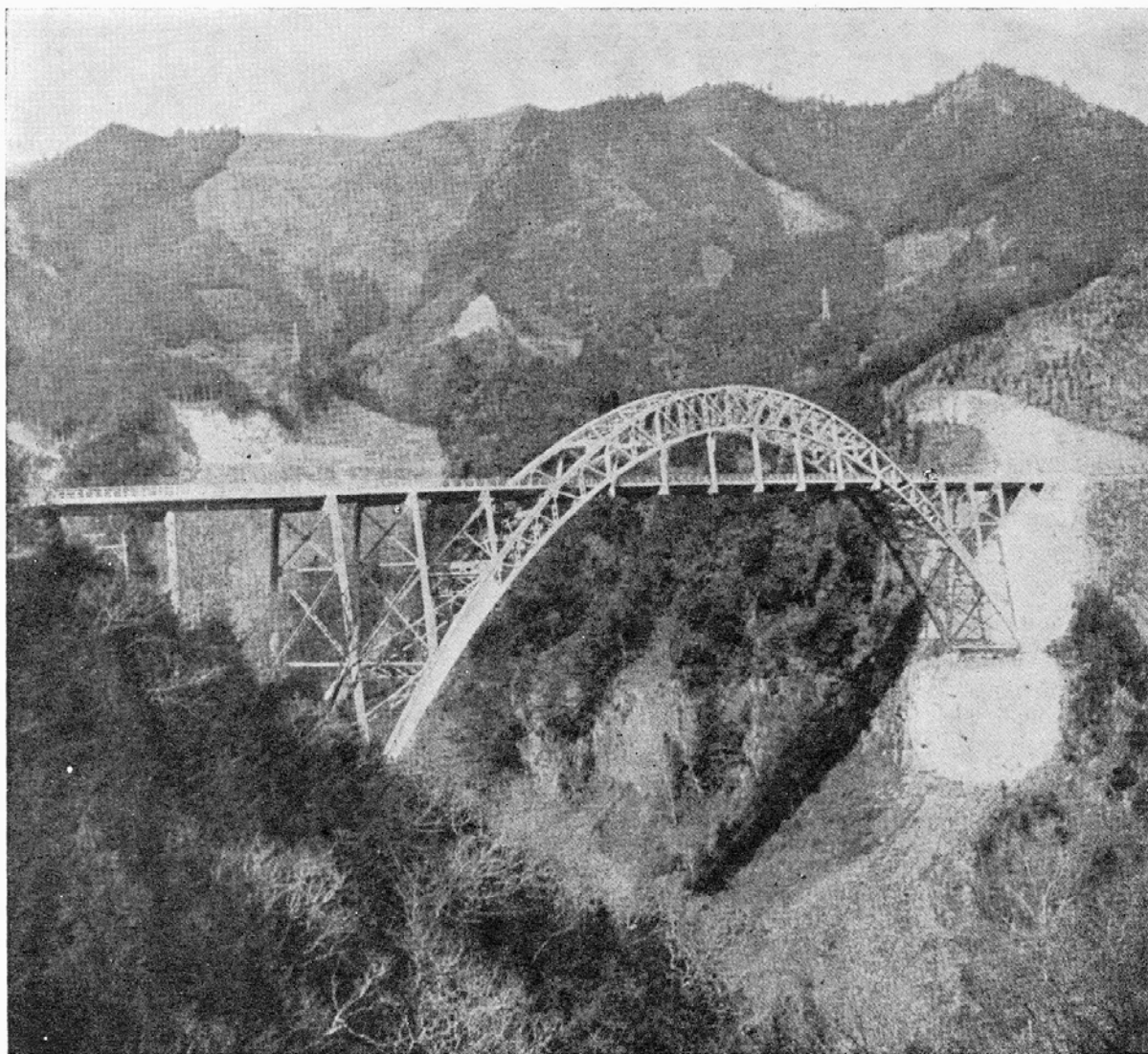
Ponte sul Parramatta a Sidney

FIG. 11-4

Ponte sull'Ondo (Hiroshima)

Le sollecitazioni cui un arco deve far fronte sono il peso proprio, il carico accidentale, le variazioni termiche, il ritiro, i cedimenti delle fondazioni. Il peso proprio è quello dell'arco, distribuito; ad esso si aggiunge quello dell'impalcato, trasmesso all'arco o agli archi, come forze concentrate, dalle stilate o dai tiranti di collegamento. Si hanno uno o più archi paralleli con stilate, compresse, se il ponte è a via superiore (fig. 11-3); due archi paralleli, in genere, con tiranti, se il ponte è a via inferiore



Ponte sul Naidaijin (Kumamoto)

FIG. 11-5

(fig. 11-4); ancora due archi con stilate e tiranti, se il ponte è a via intermedia (fig. 11-5). Il carico accidentale, che transita sull'impalcato, è sempre trasmesso all'arco come forze concentrate; per luci di un certo rilievo, il treno regolamentare, stradale o ferroviario, può essere assimilato, agli effetti dell'arco, ad un carico distribuito uniformemente sull'impalcato, segmentabile nel primo caso, continuo nel secondo.

Il calcolo delle sollecitazioni da peso proprio va eseguito in genere con metodi particolari (per es. metodo della spinta addizionale) che si esporranno in seguito; le sollecitazioni dovute al carico accidentale si traggono dalle linee di influenza. Molto importante e delicata è la valutazione degli effetti delle variazioni termiche, del ritiro e dei cedimenti vincolari, cui spesso sono dovuti i più pericolosi cimenti. Sia nel calcolo di questi che delle linee d'influenza è fondamentale la teoria dell'ellisse di elasticità. Nel seguito si tratterà esclusivamente di archi simmetrici, secondo l'orizzontale, rispetto alla verticale di mezzeria, e di carichi verticali.

2. L'arco a tre cerniere.

a) Le linee d'influenza.

Le linee d'influenza (per forze verticali viaggianti) del momento flettente, del taglio e dello sforzo normale in una sezione S sono riportate

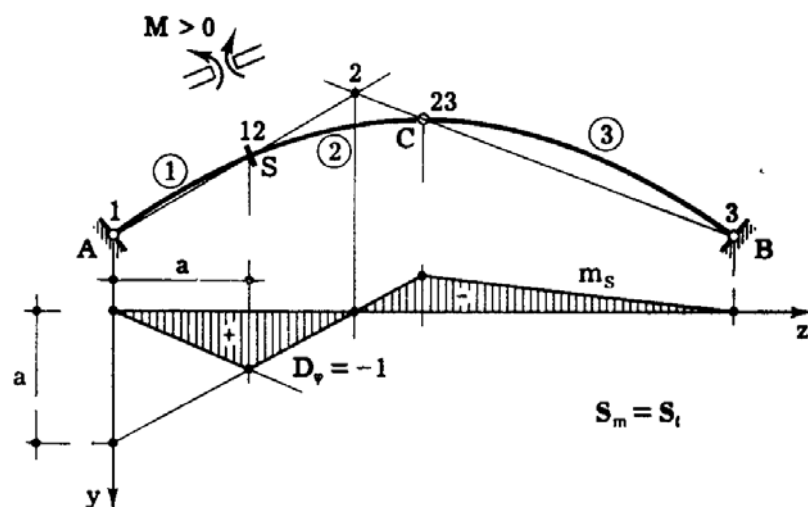


FIG. 11-6 a

tate nelle figg. 11-6 a b c. La loro costruzione è stata eseguita attraverso il procedimento delle catene cinematiche, seguendo la via maestra del secondo principio di reciprocità. Si tenga presente che il carico mobile viaggia sull'impalcato, quindi la linea d'influenza è la deformata dell'impalcato, non dell'arco. Se ogni campata di impalcato è appoggiata alle stilate, la correzione delle linee d'influenza per tener conto del cosiddetto *carico indiretto* è immediata (figg. 11-7 e 11-8)); in realtà l'impalcato è quasi sempre continuo, e quindi si commette, così operando, un errore.

Questo errore è piccolo se la rigidità dell'impalcato è piccola rispetto a quella dell'arco.

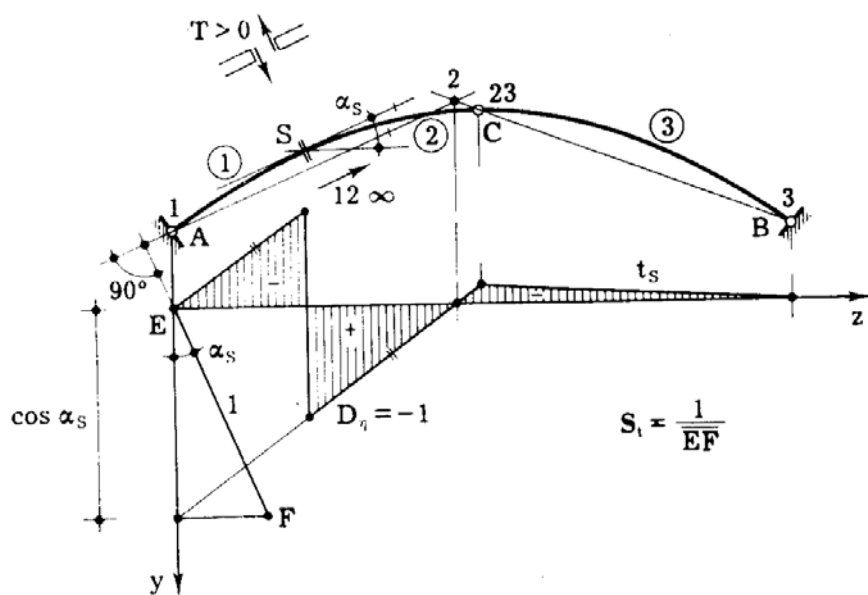


FIG. 11-6 b

La correzione per carico indiretto diviene necessaria solo se la di-

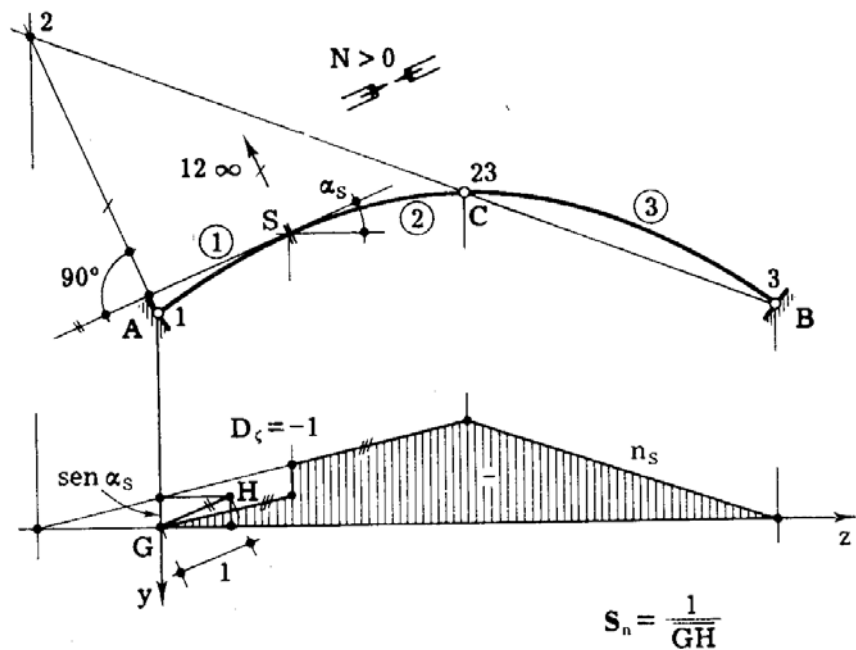


FIG. 11-6 c

stanza tra due stilate o tiranti successivi non è trascurabile rispetto alla luce dell'arco. A volte le linee d'influenza si trovano disegnate sotto un

aspetto leggermente diverso, e cioè partendo dalla linea d'influenza h della spinta H . Questa è offerta nella fig. 11-9; la spinta è positiva se sull'im-

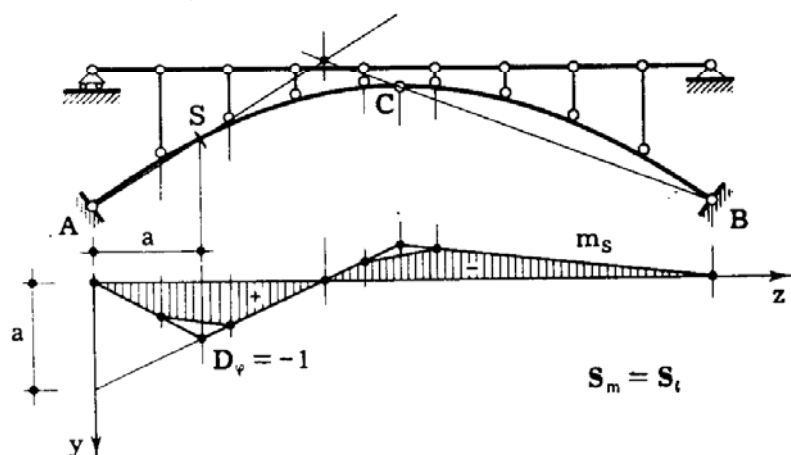


FIG. 11-7

posta di sinistra è diretta verso destra, se cioè tende a far avvicinare le imposte; la scala è data dal segmento AA' letto come unità. Con riferi-

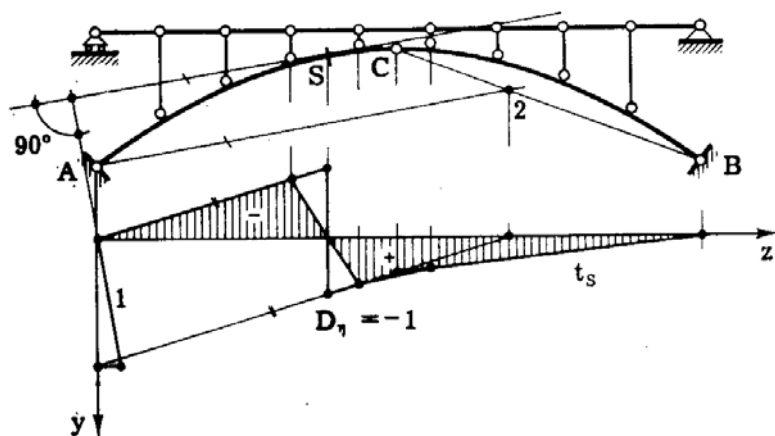


FIG. 11-8

mento alla generica sezione S (fig. 11-10) il momento dovuto ad una qualsiasi situazione di carichi verticali è

$$M_S = M_{ts} - H d_s, \quad (1)$$

dove M_{ts} è il momento sulla trave appoggiata di pari luce, e d_s l'ordinata in S dell'asse dell'arco (che si conviene sia positiva); infatti le reazioni verticali sono le stesse nei due casi, potendosi calcolare sull'arco come se la cerniera in C fosse solidificata (la H in tal caso non compie

lavoro per uno spostamento virtuale della struttura libera in A). Dalla (11-1) si trae

$$\begin{aligned} m_s &= m_{ts} - h d_s = \\ &= d_s \left(\frac{m_{ts}}{d_s} - h \right); \end{aligned} \quad (2)$$

la linea m_s si ottiene quindi disegnando (nella stessa scala della h , e cioè assumendo AA' unitaria) la m_{ts} relativa alla trave appoggiata con

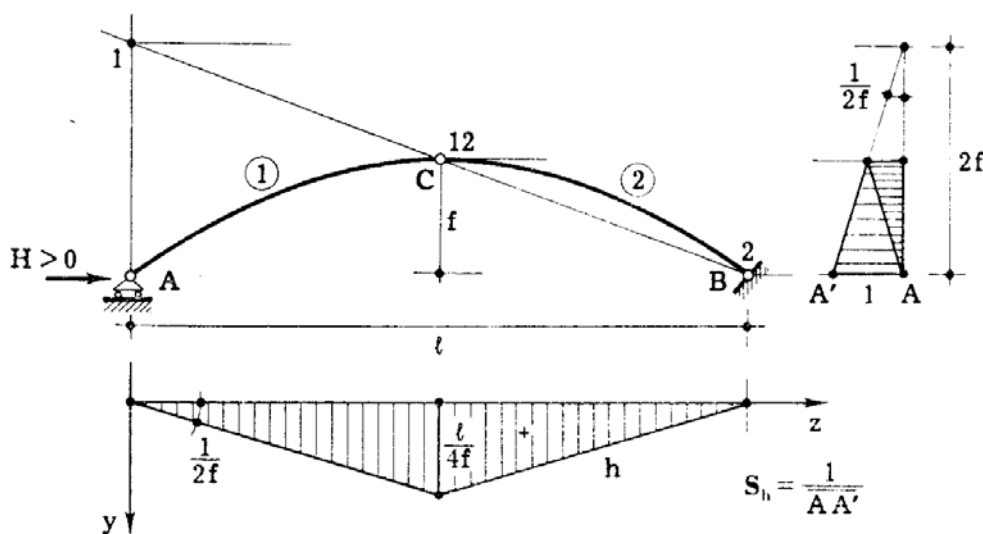


FIG. 11-9

ordinate divise per d_s , e sottraendo da questa la h . La scala della linea è quella stessa della h moltiplicata per d_s , e cioè

$$S_m = S_t \frac{\bar{d}_s}{AA'}; \quad (3)$$

in essa AA' rappresenta d_s metri.

Il procedimento permette di disegnare la linea h una sola volta per tutte le linee m_s . Si osserva subito dalla fig. 11-10 come la H decurti notevolmente il momento per qualsiasi condizione di carico.

Il taglio si può porre sotto la forma

$$T_s = T_{ts} \cos \alpha_s - H \sin \alpha_s, \quad (4)$$

dove T_{ts} è il taglio sulla trave appoggiata, ed α_s l'angolo che l'asse forma

con l'orizzontale in S; dalla (11-4) si ha

$$\begin{aligned} t_s &= t_{ts} \cos \alpha_s - h \operatorname{sen} \alpha_s = \\ &= \operatorname{sen} \alpha_s (t_{ts} \operatorname{ctg} \alpha_s - h) . \end{aligned} \quad (5)$$

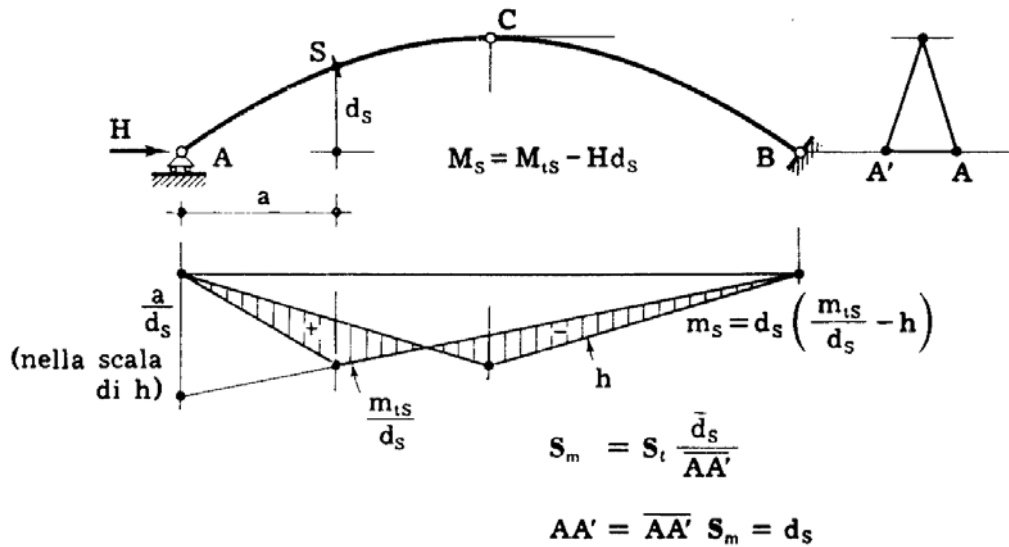


FIG. 11-10

La t_s si ottiene perciò (fig. 11-11) disegnando (nella stessa scala della h ,

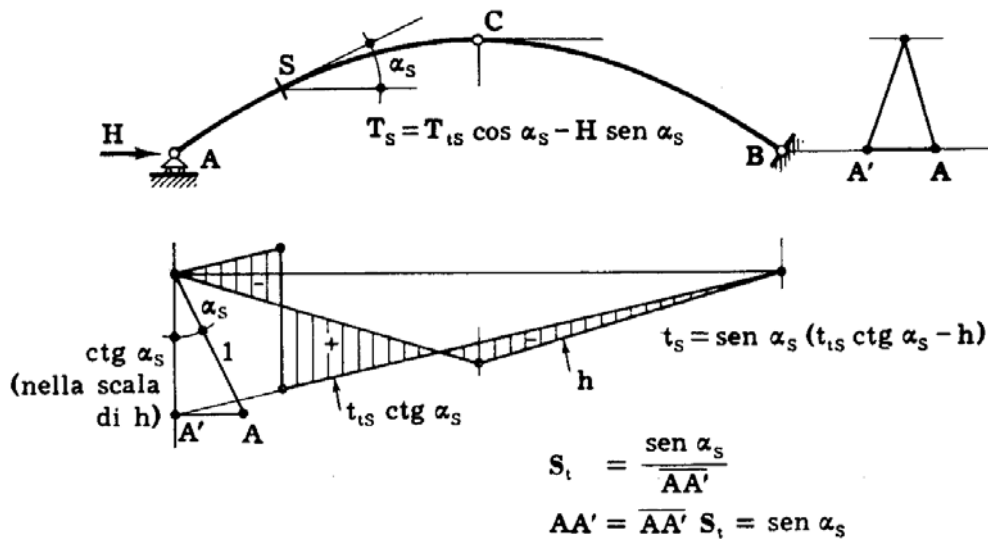


FIG. 11-11

e cioè assumendo AA' come segmento unitario) la t_{ts} relativa alla trave appoggiata con ordinate moltiplicate per $\operatorname{ctg} \alpha_s$, e sottraendo da questa

la h . La scala della linea è quella della h moltiplicata per $\sin \alpha_s$, e cioè

$$S_t = \frac{\sin \alpha_s}{AA'} . \quad (6)$$

Analogamente alla (11-4) si ha

$$N_s = - T_{ts} \sin \alpha_s - H \cos \alpha_s \quad (7)$$

da cui

$$\begin{aligned} n_s &= - t_{ts} \sin \alpha_s - h \cos \alpha_s = \\ &= \cos \alpha_s (- t_{ts} \operatorname{tg} \alpha_s - h) . \end{aligned} \quad (8)$$

La linea d'influenza dello sforzo normale si costruisce perciò come nella

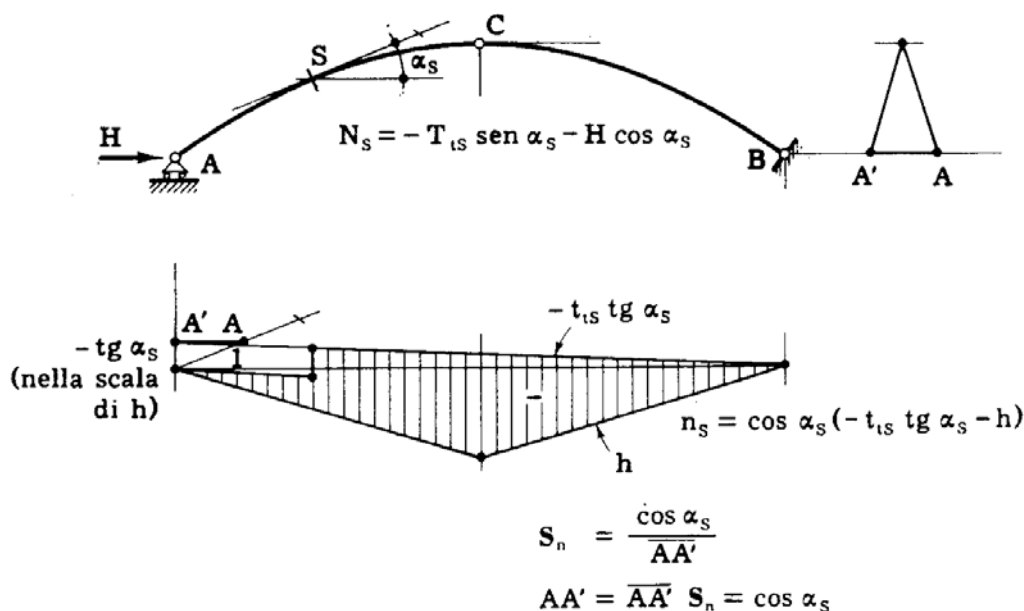


FIG. 11-12

fig. 11-12, e risulta

$$S_n = \frac{\cos \alpha_s}{AA'} . \quad (9)$$

Se l'asse dell'arco è parabolico, esso è pure funicolare di un carico distribuito uniformemente su tutta la luce; se le tre cerniere ABC sono disposte, come in genere accade, sull'asse, alla suddetta condizione di carico si associa un poligono delle successive risultanti coincidente con l'asse, e cioè $M=T=0$. Si trae da ciò che l'area complessiva delle linee d'influenza m_s e t_s , per S generico, e per asse parabolico, è nulla, e quindi l'area positiva è uguale in valore a quella negativa.

b) *Le sollecitazioni da peso proprio.*

Quasi sempre l'asse dell'arco coincide con la funicolare del peso proprio passante per le tre cerniere ABC; in tal caso il poligono delle successive risultanti da peso proprio coincide con l'asse, e l'unica caratteristica da peso proprio è lo sforzo normale N_g (fig. 11-13). Il peso proprio g

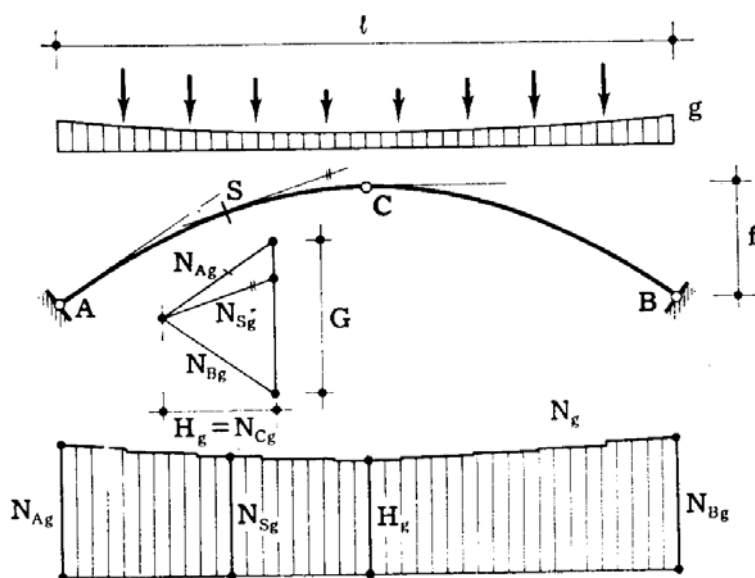


FIG. 11-13

è costituito da quello dell'arco, distribuito, e da quello dell'impalcato, trasmesso come forze concentrate dalle stilate o dai tiranti di collegamento, cui va aggiunto il peso delle stilate stesse. Il peso dell'impalcato è in genere uniforme sulla luce; le stilate però, che giocano non poco sul peso proprio, sono più lunghe e quindi pesano di più man mano che ci si allontana dalla mezzeria; inoltre lo sforzo normale da peso proprio aumenta nella stessa maniera, e con esso l'area della sezione dell'arco, che si proporziona di massima in relazione a tale sforzo; si aggiunga a ciò l'inclinazione del concio generico dell'arco, che induce un ulteriore aumento del carico distribuito sull'orizzontale procedendo dalla mezzeria alle imposte. Se perciò l'asse è funicolare del peso proprio, esso presenta, rispetto

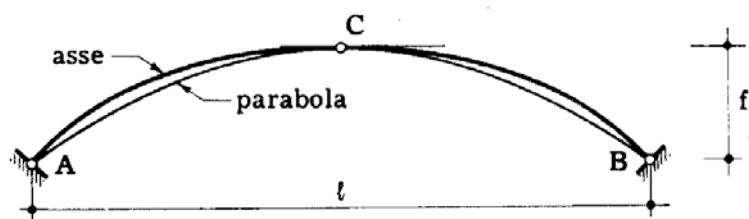


FIG. 11-14

alla parabola quadratica passante per ABC, ordinate maggiori, e curvature tanto più forti (7-49) quanto più si è vicini alle imposte (fig. 11-14); la

presenza dei carichi concentrati si traduce poi in punti angolosi sotto le stilate. Per lo stesso motivo appaiono le discontinuità nel diagramma di N (fig. 11-13).

Un valore approssimato della spinta H_g , e quindi della N_g in chiave, si ha assimilando il peso proprio ad un carico distribuito; si ha così (chiamando G il peso proprio totale)

$$H_g = \frac{gl^2}{8f} = \frac{G}{8} \frac{l}{f} . \quad (10)$$

Si osserva dalla (11-10) come, a parità di luce e peso proprio totale, la H_g cresca al diminuire della monta, e cioè al diminuire della freccia; negli archi molto ribassati sia le fondazioni che l'arco stesso sono fortemente cementati, e ciò prescrive dei limiti inferiori alla monta. D'altro canto spesso la massima monta è imposta, nei ponti a via superiore, da condizioni estranee al progetto, come la quota del piano del ferro o dell'impalcato, il livello di massima piena, le condizioni della roccia alle imposte; ne deriva che a volte si è costretti ad abbandonare lo schema a via superiore, di gran lunga preferibile sul piano estetico sia dal punto di vista dell'osservatore lontano che da quello di chi percorre il ponte, per ripiegare su quello a via inferiore, o sull'altro, economicamente più oneroso, dell'arco telaio, dell'arco-trave o della trave.

L'assenza di M_g e T_g è condizionata dall'ipotesi di piccoli spostamenti; in realtà l'asse presenta accorciamenti per effetto della compressione dovuta al peso proprio, e quindi le ordinate dell'asse diminuiscono (fig. 11-15 a). Se la distanza $AC = a$ diminuisce di Δa , e la freccia f di Δf , si ha:

$$a^2 - f^2 = (a - \Delta a)^2 - (f - \Delta f)^2$$

da cui

$$0 = (\Delta a)^2 - 2a \Delta a - (\Delta f)^2 + 2f \Delta f$$

e trascurando $(\Delta a)^2$ in rapporto a $2a \Delta a$ e $(\Delta f)^2$ in rapporto a $2f \Delta f$ si ha

$$\Delta f = \frac{a}{f} \Delta a . \quad (a)$$

La spinta H_g varia nel rapporto

$$\frac{H_g + \Delta_g H}{H_g} = \frac{f}{f + \Delta f} . \quad (b)$$

La lunghezza ds del generico concio varia (fig. 11-15 b) di

$$dds = \frac{N ds}{EA} = - \frac{H_g ds}{EA \cos \alpha_s} ;$$

la proiezione di dds sulla AC è

$$- \frac{H_g \cos (\alpha_s - \beta) ds}{EA \cos \alpha_s} ;$$

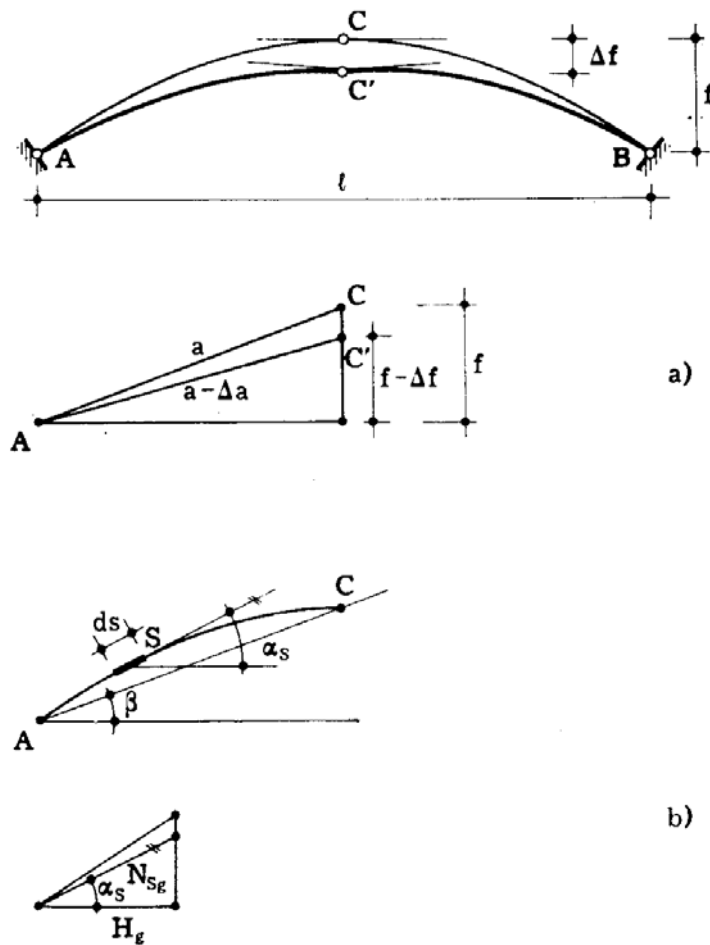


FIG. 11-15

può perciò scriversi

$$\Delta a = - \frac{H_g}{E} \int_0^{l/2} \frac{\cos (\alpha_s - \beta)}{A \cos \alpha_s} ds . \quad (c)$$

Dalla (b) si trae

$$\Delta_g H = - H_g \frac{\Delta f}{f + \Delta f} , \quad (d)$$

e dalle (a) e (c)

$$\Delta_g H = H_g \frac{\frac{a}{f} \frac{H_g}{E} \int_0^{\ell/2} \frac{\cos(\alpha_s - \beta)}{A \cos \alpha_s} ds}{f - \frac{a}{f} \frac{H_g}{E} \int_0^{\ell/2} \frac{\cos(\alpha_s - \beta)}{A \cos \alpha_s} ds} \quad (11)$$

Dalla (11-11) si osserva come l'aumento $\Delta_g H$ di H_g si esalti con il ribassamento. Più che l'aumento $\Delta_g H$ interessano però i momenti M_g che derivano dall'accorciamento assiale. Si supponga che il semiarco AC' (fig. 11-15 a) abbia la stessa curvatura del semiarco AC , e cioè si trascurino le deformazioni flessionali dovute ad M_g . Le ordinate dell'asse del semiarco AC (fig. 11-16) sono, nell'ipotesi di peso proprio distribuito

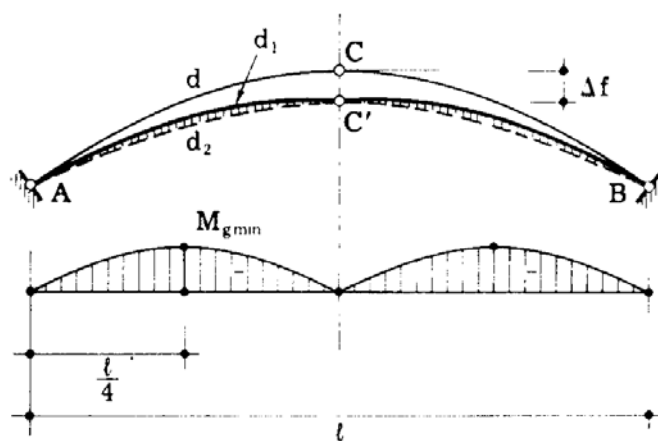


FIG. 11-16

uniformemente e quindi di asse parabolico, fornite da

$$d = \frac{4f}{\ell^2} z (\ell - z) ; \quad (e)$$

le ordinate dell'asse del semiarco AC' sono invece

$$\begin{aligned} d_1 &= d + 2 \frac{\Delta f}{\ell} z = \\ &= \frac{4f}{\ell^2} z (\ell - z) + 2 \frac{\Delta f}{\ell} z . \end{aligned} \quad \left(0 \leq z \leq \frac{\ell}{2} \right)$$

Il poligono funicolare del peso proprio nell'arco deformato è la parabola quadratica che passa per AB e C', e quindi le sue ordinate sono

$$d_2 = \frac{4(f + \Delta f)}{\ell^2} z (\ell - z). \quad (f)$$

Il momento M_g è fornito da

$$M_g = - (H_g + \Delta_g H) (d_1 - d_2) \quad (g)$$

e cioè (fig. 11-16) da

$$M_g = (H_g + \Delta_g H) \frac{\Delta f}{\ell^2} 2z (\ell - 2z). \quad \left(0 \leq z \leq \frac{\ell}{2}\right) \quad (12)$$

Il massimo valore assoluto di M_g (che è negativo) si verifica per $z = \ell/4$; quindi si ha

$$M_{g(\ell/4)} = (H_g + \Delta_g H) \frac{\Delta f}{4}, \quad (h)$$

e cioè ancora

$$M_{g(\ell/4)} = - (H_g + \Delta_g H) \frac{a}{4f} \frac{H_g}{E} \int_0^{\ell/2} \frac{\cos(\alpha_s - \beta)}{A \cos \alpha_s} ds. \quad (13)$$

Se il peso proprio non è distribuito uniformemente, e quindi l'asse non è parabolico, la (11-13) fornisce solo un valore indicativo; un valore più vicino al vero può ottenersi numericamente dalla (g), ponendo per d_1 le ordinate

$$d = 2 \frac{\Delta f}{\ell} z,$$

e per d_2 quelle del poligono funicolare passante per A, B e C'.

Dalla (11-13) si osserva che il momento da peso proprio cresce con il ribassamento.

Il momento da peso proprio può essere ridotto di parecchio costruendo l'arco in modo che, prima che agisca il peso proprio, le ordinate siano quelle d relative al poligono per ABC, incrementate di quelle $2 \frac{\Delta f}{\ell} z$; così si elimina pure il punto angoloso che, ad accorciamenti avvenuti, si evidenzerebbe in C' (fig. 11-16).

c) *Le sollecitazioni da carico accidentale.*

I valori estremi (*massimo e minimo*) che una caratteristica della sollecitazione interna può assumere in una generica sezione S per effetto dei carichi accidentali (massimo e minimo da carico accidentale) si determinano con l'aiuto della linea di influenza relativa a quella caratteristica ed a quella sezione. I carichi accidentali sono definiti da appositi regolamenti (treni regolamentari); molto frequentemente in un arco di grande luce il treno regolamentare può assimilarsi ad un carico a distribuito uniformemente, e comunque segmentabile. In questo caso i sopradetti valori della caratteristica sono forniti dalle aree positiva e negativa della linea d'influenza, moltiplicata per a . Se l'asse è una parabola quadratica, in ogni sezione, come già visto, l'area negativa della linea d'influenza del momento è pari alla positiva; il diagramma dei massimi momenti da carico accidentale e quello dei minimi momenti sono quindi simmetrici.

Nella fig. 11-17 è riportato il diagramma $M_{a \max}$ $M_{a \min}$ da carico accidentale uniforme per asse parabolico quadratico; i valori sono indipen-

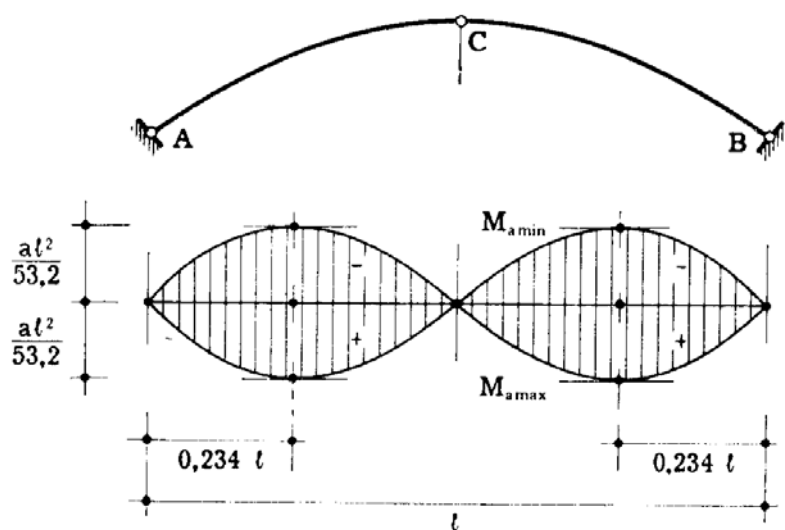


FIG. 11-17

denti dalla freccia; il massimo si verifica nella sezione a distanza

$$z = 0,234 \ell \quad (14)$$

dalle imposte, e vale

$$M_{a \max}^* = - M_{a \min}^* = \frac{at^2}{53,2} \quad (15)$$

Si ha conferma dalla (11-15) di quanto il momento sia notevolmente minore di quello di trave.

Nella fig. 11-18 è riportato in rigore il diagramma $M_{a \max}$ sulla semiluce (Romano).

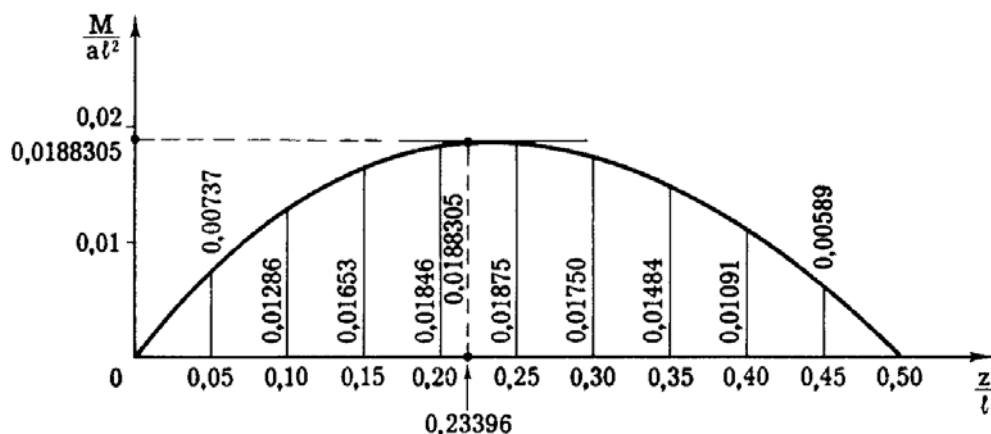


FIG. 11-18

Quanto detto per il momento circa la simmetria del diagramma $M_{a \max}$ $M_{a \min}$ da carico accidentale vale anche per il taglio; è chiaro che in realtà quasi sempre l'asse è funicolare del peso proprio, quindi si discosta dalla parabola quadratica, ed i due diagrammi $M_{a \max}$ $M_{a \min}$ (e $T_{a \max}$ $T_{a \min}$) non sono più simmetrici.

d) *Le sollecitazioni da variazioni termiche uniformi, ritiro e cedimenti delle imposte.*

L'effetto delle variazioni termiche uniformi, del ritiro e del cedimento delle imposte è analogo a quello dell'accorciamento dell'asse per effetto del peso proprio, già esaminato in b).

Se l'arco è soggetto ad una variazione termica uniforme Δt , ed α è il coefficiente di dilatazione termica, la distanza AC (fig. 11-15 a) varia di

$$\Delta a = \alpha a \Delta t$$

e quindi dalle (a), (d) e (h) si hanno le relazioni, analoghe alle (11-11) e (11-13)

$$\Delta_t H = - H_g \frac{\frac{a^2}{f} \propto \Delta t}{f + \frac{a^2}{f} \propto \Delta t} \quad (16)$$

$$M_{t(t/4)} = (H_g + \Delta_t H) \frac{a^2}{4f} \propto \Delta t . \quad (17)$$

Una diminuzione di temperatura induce effetti cospiranti con quelli dell'accorciamento assiale da peso proprio, e cioè un aumento della spinta e momenti flettenti negativi.

Il ritiro del conglomerato cementizio è assimilabile, a termini di regolamento, ad una diminuzione di temperatura.

Un cedimento orizzontale Δl delle imposte, corrispondente in genere ad un allontanamento relativo (e quindi negativo) produce una variazione di freccia data da

$$\Delta f = \frac{l \Delta l}{4 f} . \quad (i)$$

Si ha quindi

$$\Delta_c H = - H_g \frac{\frac{l \Delta l}{4 f}}{f + \frac{l \Delta l}{4 f}} \quad (18)$$

$$M_{c (l/4)} = (H_g + \Delta_c H) \frac{l \Delta l}{16 f} . \quad (19)$$

Gli effetti del ritiro possono essere corretti, così come quelli dell'accorciamento assiale da peso proprio; non altrettanto accade, ovviamente, per le variazioni termiche. Per queste ultime si può al massimo giocare sulla data del getto, o del montaggio, per uguagliare in valore assoluto il salto termico stagionale positivo a quello negativo.

e) La progettazione e la verifica.

I limiti entro cui freccia e luce possono variare sono imposti, come visto, da fattori rigidi; nel rispetto di questi, conviene dal punto di vista economico aumentare quanto possibile la monta. Assegnati freccia e luce, il calcolo di progetto va eseguito per successive verifiche, assumendo come primo valore del peso proprio quello connesso ad una sezione dell'arco calcolata a pressione semplice per un valore del peso proprio di larga massima, e per carico accidentale esteso a tutta la luce. La verifica si esegue tenendo conto di tutte le sollecitazioni di cui si è già fatto cenno. A tale proposito è necessaria una precisazione in ordine ai carichi accidentali. A tale proposito è necessaria una precisazione in ordine ai carichi accidentali. Data una generica sezione S, la stesa di carico cui corrisponde il massimo (o minimo) momento non coincide con quella relativa al massimo

(o minimo) sforzo normale (*) o al massimo (o minimo) taglio. E' possibile ottenere la stesa di carico connessa con la massima (o minima) tensione normale in S, ed il valore di quest'ultime, attraverso le linee d'influenza dei due momenti di nocciolo in S; si osserva (fig. 11-19) che le condizioni di carico da cui derivano la più alta trazione in 1 e la più alta compressione in 2 differiscono poco da quella relativa al massimo momento flettente (baricentrico) in S, e le condizioni di carico che forniscono la più alta compressione in 1 e la più alta trazione in 2 sono molto prossime a quella inerente al minimo momento flettente in S (si badi che le dimensioni della sezione nella fig. 11-19 sono esaltate, per evidenziare la co-

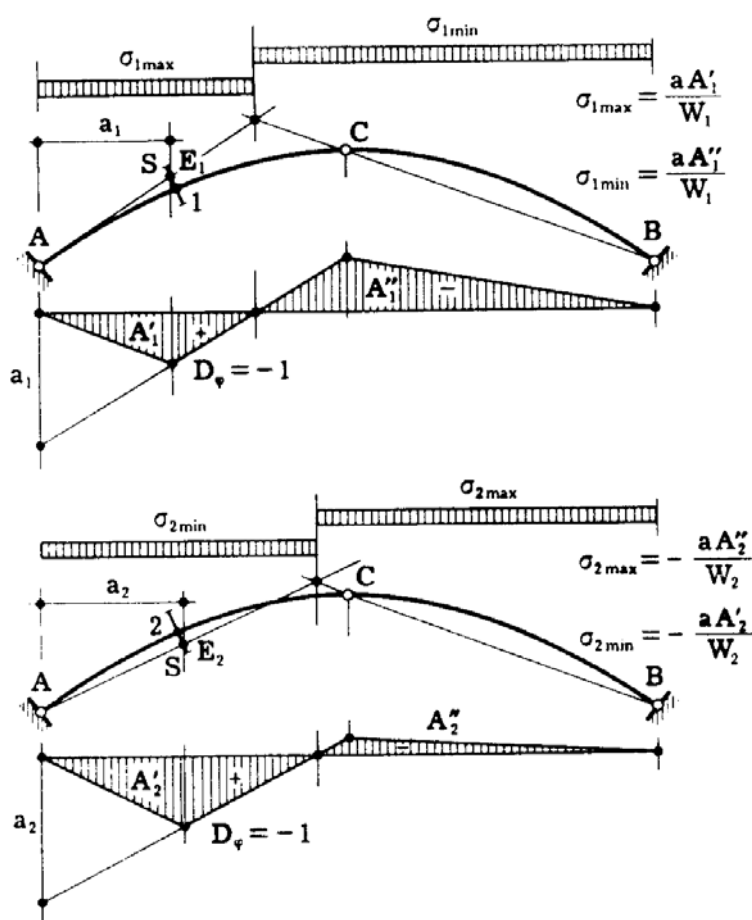


FIG. 11-19

struzione). L'uso della linea d'influenza del momento di nocciolo è valido in ogni caso per gli archi metallici, non altrettanto per quelli in conglomerato armato; se infatti le trazioni da carico accidentale superano

(*) Quest'ultima è relativa a tutta la luce; quindi il diagramma $N_{\max}$ è nullo, e quello $N_{\min}$ coincide con il diagramma degli sforzi normali con tale condizione di carico.

le compressioni da peso proprio, la sezione si parzializza, e il nocciolo varia. Però, per la stessa osservazione fatta poco innanzi circa la non grande differenza tra le stese di carico relative al massimo momento baricentrico e al massimo momento di nocciolo, è lecito anche nel caso della parzializzazione eseguire il calcolo con le stese di carico ricavate dalle linee d'influenza del momento di nocciolo della sezione non parzializzata, o addirittura da quelle del momento baricentrico. Ciò è tanto più vicino al vero quanto più l'arco è sottile e ribassato. Il taglio non influisce gran che sul valore del coefficiente di sicurezza, e quindi il calcolo condotto come sopra è valido anche sotto questo punto di vista.

3. L'arco a due cerniere.

a) Linea d'influenza della spinta.

Poichè la struttura è una sola volta iperstatica, e le linee d'influenza da disegnare sono parecchie, conviene ricavare una volta per tutte la linea d'influenza della iperstatica, per esempio quella h della spinta H , e da essa ottenere tutte le altre per sovrapposizione; il procedimento è analogo a quello già illustrato in tema di archi a tre cerniere (§ 2 a).

Dato un tronco di lunghezza ds finita (in genere basta suddividere l'arco AB in un numero non molto elevato di tronchi) siano d e d' le distanze, dalla congiungente AB , del baricentro elastico del tronco e dell'antipolo della AB rispetto all'ellisse di elasticità del tronco stesso (fig. 11-20). Il baricentro O e l'antipolo T della retta $t = AB$ relativi alla distribu-

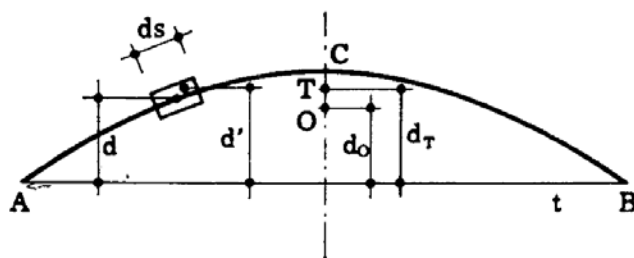


FIG. 11-20

zione dei pesi elastici w dei tronchi si trovano sulla verticale di mezzzeria e le distanze di essi dalla t sono fornite da

$$d_0 = \frac{\sum w d}{\sum w} = \frac{\sum w'}{\sum w} \quad (20)$$

$$d_T = \frac{\sum w' d'}{\sum w'} \quad (21)$$

Se si sceglie $\bar{\lambda}$ coincidente con il segmento che rappresenta $\Sigma w'$, è

$$\bar{\lambda} = \overline{\Sigma w'} = \frac{\Sigma w'}{S_{w'}}$$

$$\eta_{IA} = \frac{\bar{l}}{2}$$

e quindi

$$v_i = H \bar{\eta}_i \Sigma w' S_i$$

$$w_{IA} = H \bar{d}_T \Sigma w' S_i .$$

Per ripristinare le condizioni reali di vincolo occorre imprimere all'arco una rotazione rigida intorno a B, cui si associano spostamenti esclusivamente verticali variabili con legge lineare da zero in B a $-v_{IA}$ in A; le componenti verticali degli spostamenti finali sono perciò fornite dal diagramma η della fig. 11-21:

$$v = H \bar{\eta} \Sigma w' S_i .$$

La linea h è quindi data da

$$h = \frac{v}{w_{IA}} = \frac{\bar{\eta}}{\bar{d}_T} .$$

Si può perciò concludere che, assumendo la base $\bar{\lambda}$ pari al segmento rappresentativo di $\Sigma w'$, il diagramma η è la linea d'influenza h , letta nella scala in cui $d_T = 1$.

b) *Linea delle intersezioni.*

La *linea delle intersezioni* è il luogo dei punti d'incontro delle reazioni R_A ed R_B provocate da una forza F verticale viaggiante (fig. 11-22). L'inclinazione della R_A sull'orizzontale è

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{V_A}{H} = \frac{F \frac{b}{\bar{l}}}{F \frac{\bar{\eta}}{\bar{d}_T}} = \frac{b \bar{d}_T}{\bar{\eta} \bar{l}} .$$