il taglio minimo è dato dalla condizione di carico complementare, ed è espresso da

$$T_{Sa\ min} = -\frac{z^2}{2\ell}\,a\ . \qquad (d)$$

I diagrammi $T_{a\ max}$ e $T_{a\ min}$ sono perciò le parabole quadratiche della

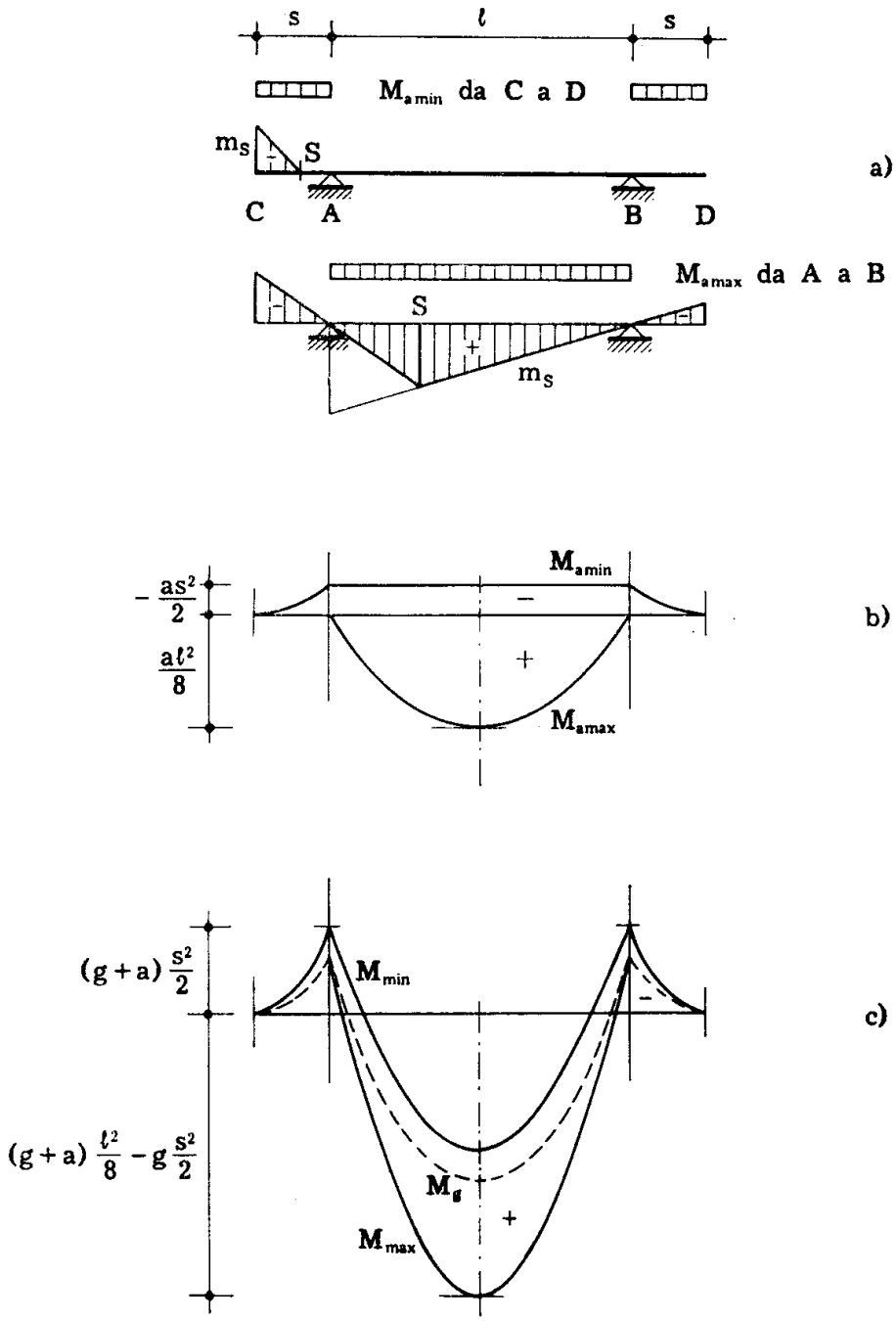


FIG. 10-6

fig. 10-5 b. Si noti che la congiungente i due estremi in A e B è la retta del taglio quando il sovraccarico è esteso su tutta la luce.

I diagrammi M_{max}, T_{max} e T_{min} si hanno per sovrapposizione con i diagrammi M_g e T_g; nelle figg. 10-4 c e 10-5 c sono riportati tali diagrammi, nell'ipotesi che anche g sia uniformemente ripartito.

A volte la trave appoggiata si prolunga con due mensole oltre gli appoggi (*trave contrappesata*); tale soluzione è spesso adottata quando il ponte si innesta, alle estremità, a due rilevati molto alti. In questo caso

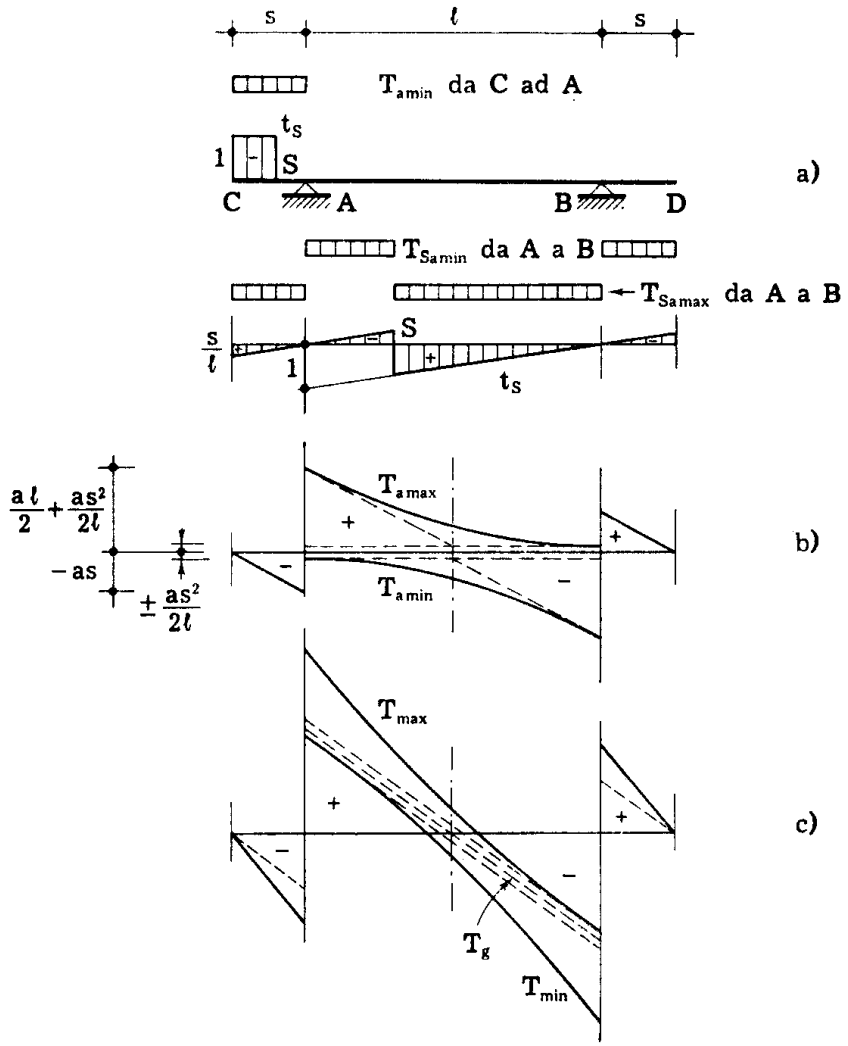


FIG. 10-7

il rilevato si assesta nel tempo, ed il fenomeno è ancora più vistoso in terreni di bonifica, dove oltre tutto sfugge a previsioni attendibili; perciò si preferisce poggiare la struttura su due ritti intermedi, il che aggrava le condizioni della travata sui ritti, mentre le migliora in mezzeria. Nelle figg. 10-6 e 10-7 sono riportati i diagrammi dei massimi e minimi momenti e tagli; si nota che sui ritti, ove il taglio raggiunge i valori più pe-

ricolosi, è presente pure il più basso valore di M_{min}, perciò appare quanto mai opportuno la verifica di cui alla fig. 10-3.

In presenza di treni di carichi concentrati le cose si complicano; il metodo più rapido per il tracciamento dei massimi momenti resta quello cosiddetto « della carta lucida », consistente nell'effettuare più tentativi con l'ausilio di un foglio di carta lucida sul quale sia disegnato un poligono funicolare dei carichi. Molti teoremi abbastanza eleganti, come quello di *Azimont*, servono allo stesso scopo, ma perdono di efficacia perchè limitati al caso in cui nessuna forza, al viaggiare del treno, esca dalla trave o vi entri. Per tutti questi procedimenti si rimanda ai vecchi trattati di Costruzione di ponti, in cui la materia è esposta con compiacimento forse eccessivo, ma con indubbia raffinatezza di stile.

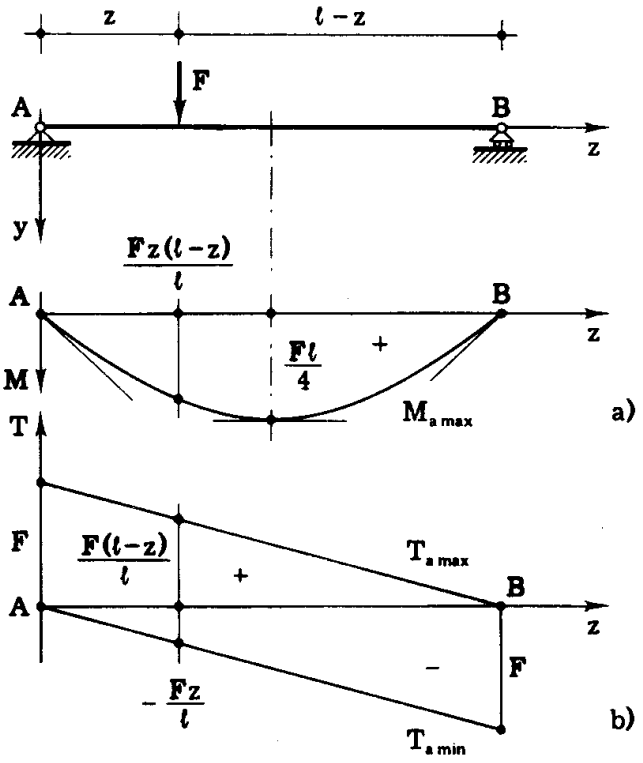


FIG. 10-8

Solo il caso più semplice, quello di un'unica forza viaggiante, si presta a considerazioni immediate (fig. 10-8); si osserva infatti che il massimo momento in una generica sezione si ha quando la forza grava su di essa, ed il massimo e minimo taglio quando la forza è immediatamente a destra o a sinistra della sezione. Perciò il diagramma $M_{a\,max}$ è la curva

$$M_{a\,max} = \frac{F\,z\,(l - z)}{l}$$

e cioè la parabola quadratica di freccia $Fl/4$ (fig. 10-8 a), ed i diagrammi $T_{a\,max}$ e $T_{a\,min}$ sono le due rette parallele passanti per gli estremi A e B ed inclinate di F/l sull'orizzontale (fig. 10-8 b).

4. La trave Gerber.

I due tipi più diffusi di trave Gerber su tre luci sono il *Kentucky*,

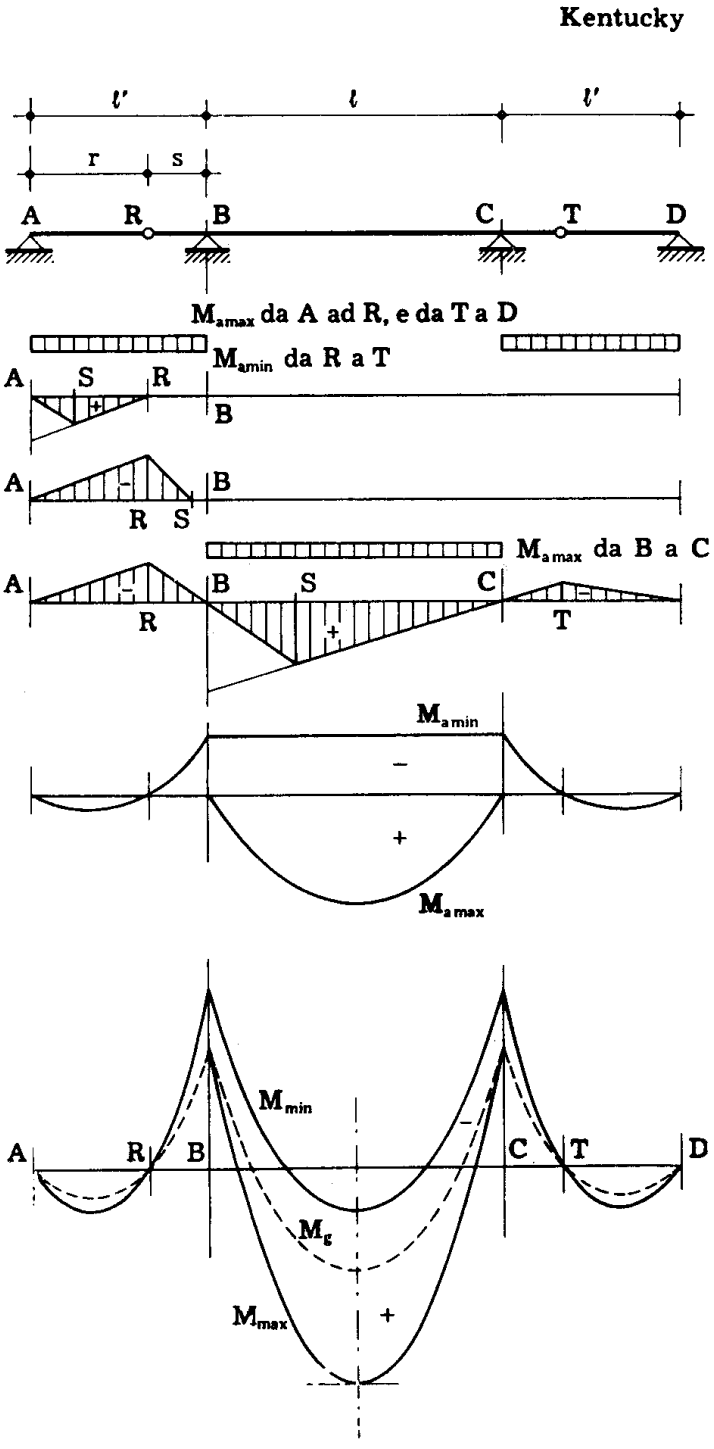


FIG. 10-9

con le due cerniere nelle due campate laterali, ed il *Niagara*, con le due cerniere nella campata centrale.

Il tipo Kentucky (fig. 10-9) è analogo alla trave contrappesata; l'effetto del contrappeso è esaltato dai due elementi appoggiati alle estremità delle mensole. Nella fig. 10-9 sono riportati i diagrammi dei massimi e minimi momenti, nella fig. 10-10 quelli dei massimi e minimi tagli.

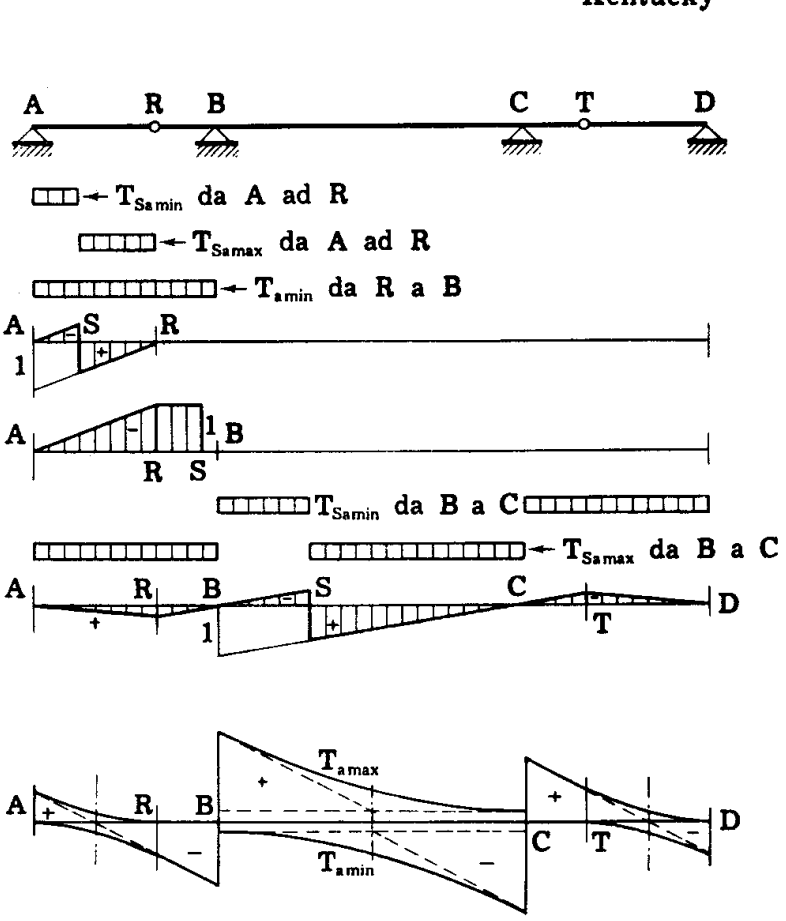


FIG. 10-10

Nel tipo Niagara l'effetto dei contrappesi si risente, invece che sulla campata centrale, sulle due laterali; è su queste infatti che si nota una zona in cui i momenti possono presentarsi con ambedue i segni. Nelle figg. 10-11 e 10-12 sono riportati i diagrammi dei massimi e minimi momenti e tagli per una trave del tipo suddetto.

Niagara

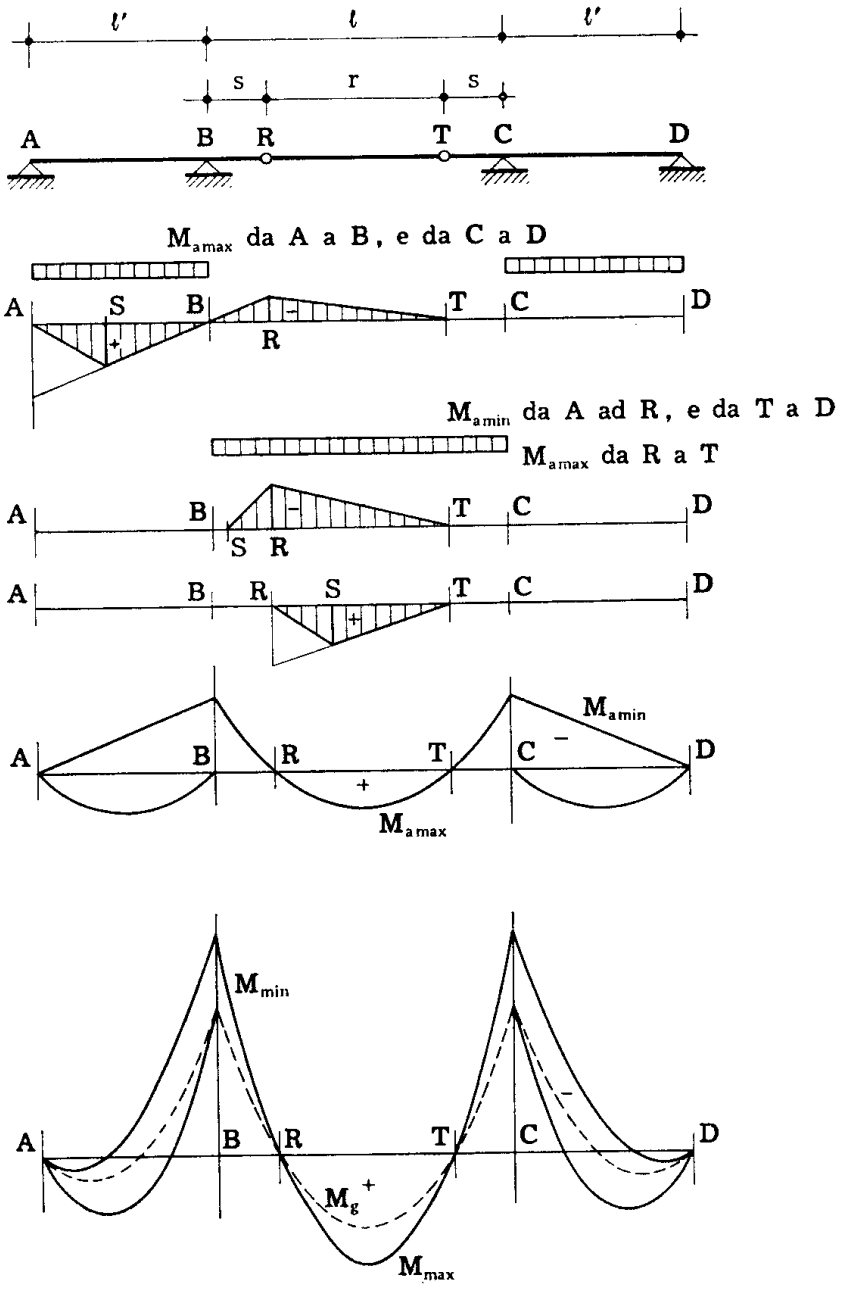


FIG. 10-11

Niagara

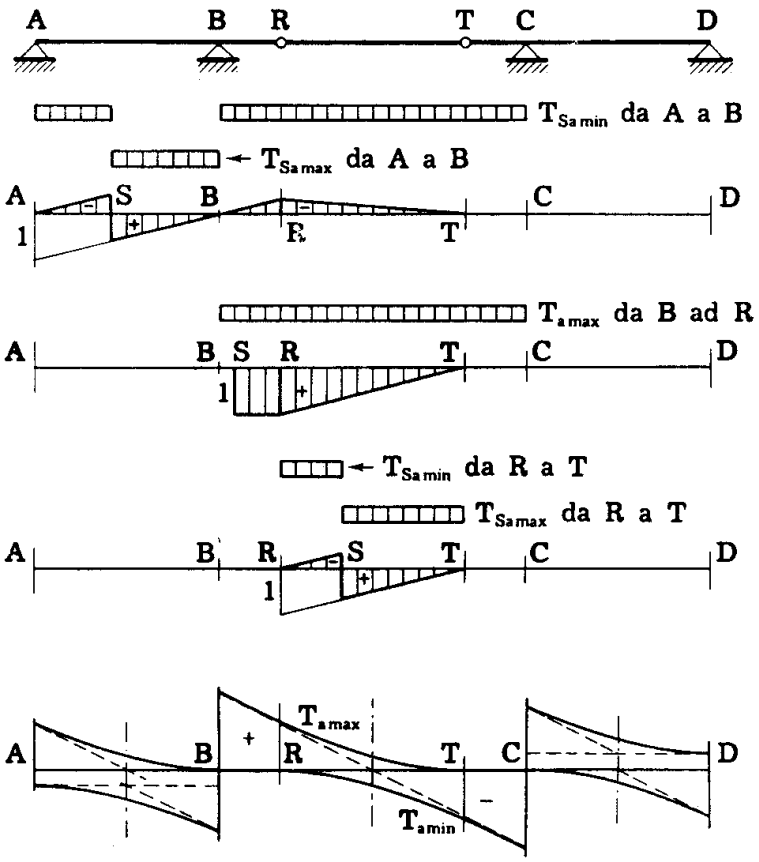


FIG. 10-12

5. La trave continua.

La preferenza da accordare ad una trave continua nei riguardi di una Gerber — e, più in particolare, ad una trave continua solidale con i ritti nei riguardi di una trave continua appoggiata ai ritti stessi — rientra nel più ampio discorso dei vantaggi delle strutture isostatiche sulle iperstatiche e viceversa, discorso di cui si è già fatto un rapidissimo cenno nel § 12-1 del II capitolo.

Si tratta in questo paragrafo del caso più generale della trave da ponte solidale con i ritti, caso già esaminato, sotto il profilo dei carichi permanenti, nel capitolo precedente. La trave continua appoggiata ai ritti è un caso particolare di quella solidale.

La sezione è in genere variabile, per variazione di altezza della sezione stessa, o per variazione di controsoletta; in compenso, i calcoli sono semplificati dalla circostanza che uno degli appoggi di estremità è di solito ancorato alla spalla o al viadotto di accesso, allo scopo di affi-

dare ad essi il complesso delle azioni orizzontali (frenatura, accelerazione, sisma etc.), e perciò il telaio è da considerare a nodi fissi.

Molto utili si presentano, ai fini del calcolo sotto i carichi permanenti come di quello relativo alle linee d'influenza, le tabelle da 8-1 ad 8-8, riportate in appendice; e ciò con qualsiasi metodo si preferisca operare. Questi metodi si sono già esposti; sono quello dei punti fissi (§§ 1-16 e 1-17), quello di Sparacio (§ 9-5), quello di Cross (§§ 9-7 e 9-10). Fra tutti

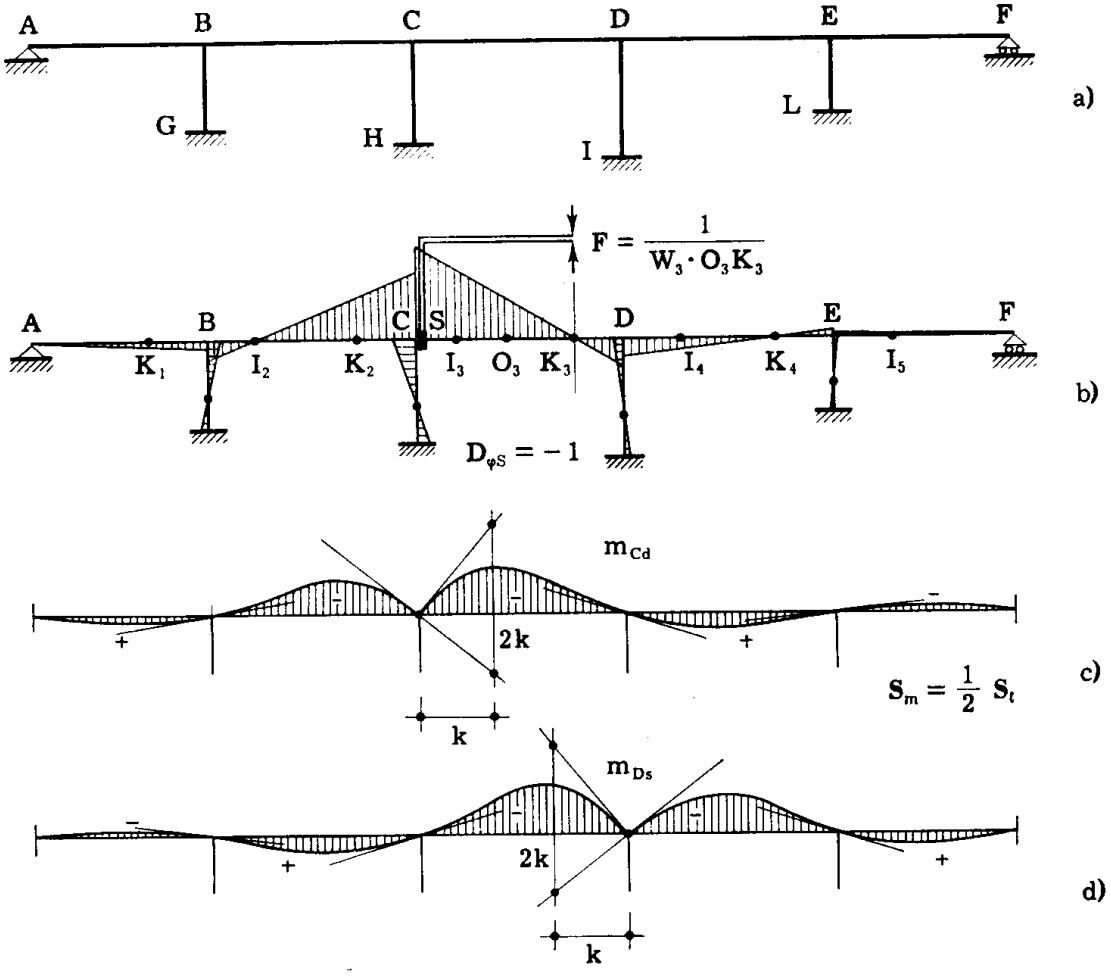


FIG. 10-13

forse è preferibile quello dei punti fissi, perchè la conoscenza di tali punti è necessaria, come si osserverà, se si vuole eseguire il tracciamento approssimato dei diagrammi M_{max} ed M_{min} ; la teoria dei punti fissi si collega poi, come si è visto nel Cap. I, alla teoria della ellisse di elasticità, che è il procedimento elettivo nello studio dei ponti.

Si debba tracciare, con riferimento alla trave della fig. 10-13 a, la linea d'influenza m_{Cd} del momento nella sezione S immediatamente a

destra del nodo C. Siano già noti i punti fissi dei ritti e delle campate, i baricentri elastici ed i pesi elastici di quest'ultime; la loro determinazione è immediata attraverso gli angoli $\alpha_A\, \alpha_B\, \beta$, che in un calcolo preciso si calcolano con la teoria delle travi, in un calcolo approssimato sono forniti dalle già citate tabelle in appendice. Le due forze F verticali uguali e contrarie, che agenti sulle due facce risultanti da un taglio effettuato

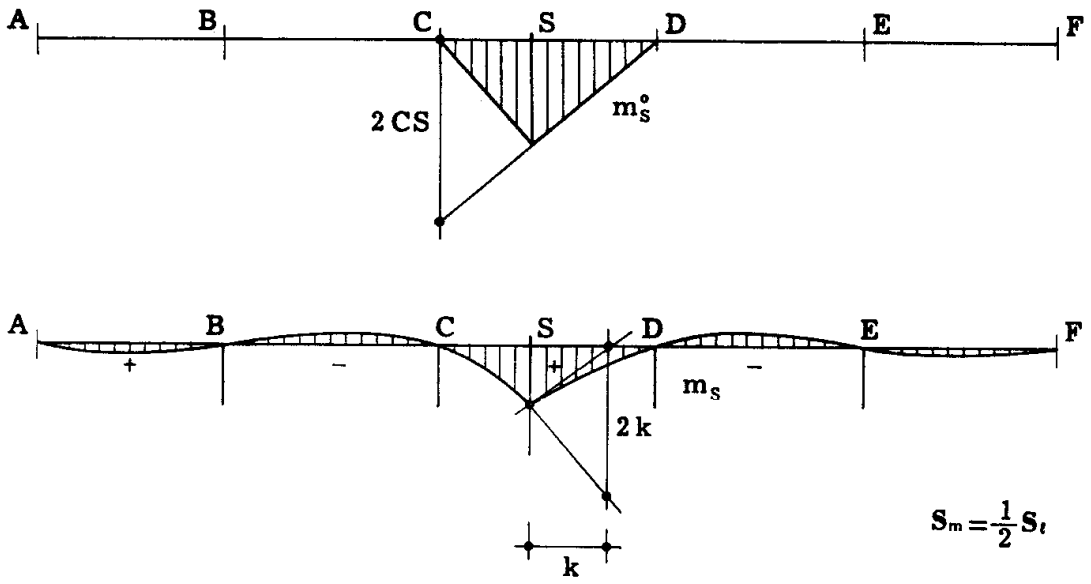


FIG. 10-14

in S imprimono a queste una rotazione relativa intorno al loro baricentro, hanno per retta d'azione l'antipolare di S, e cioè la verticale per K_3 (fig. 10-13 b). L'intensità di F è data dalla 1-3′, tenuto conto che la rotazione relativa deve corrispondere alla distorsione $D_{\varphi S} = -1$:

$$1 = F \cdot W_3 \cdot 0_3 K_3 \; ;$$

da questa si trae

$$F = \frac{1}{W_3 \cdot 0_3 K_3} \; .$$

Il momento in S, e cioè a destra di C, è perciò

$$M_{Cd} = - \frac{CK_3}{W_3 \cdot 0_3 K_3} \; ,$$

e quello a sinistra di D è

$$M_{Ds} = \frac{DK_3}{W_3 \cdot 0_3 K_3} .$$

Questi due momenti si diffondono nelle parti di travi alla sinistra di C ed alla destra di D alla nota maniera (§ 1-17) della teoria dei punti fissi.

Conosciuti i momenti, si traccia la deformata della trave sfruttando i metodi di Saviotti o di Mohr; si osservi che, se nella determinazione di α_A α_B e β si sono tracciate le intere deformate, la deformata che interessa è combinazione lineare delle precedenti. In via di approssimazione, possono seguirsi i dati delle tabelle già citate.

Si ha così la linea d'influenza m_{Cd} del momento nella sezione alla destra di C, per forze verticali viaggianti (fig. 10-13 c).

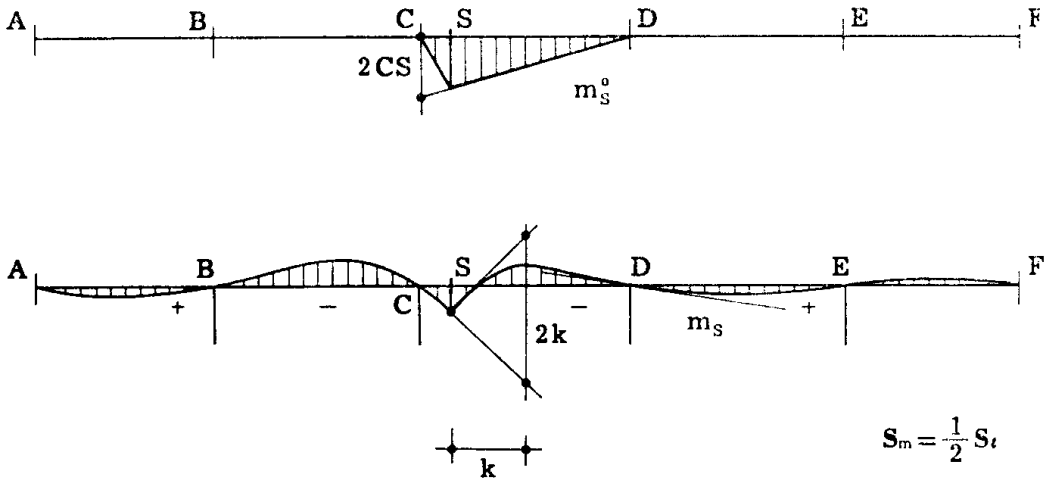


FIG. 10-15

La linea d'influenza m_S del momento o t_S del taglio in una generica sezione S può determinarsi nella stessa maniera; poichè però in genere queste linee sono in numero maggiore delle iperstatiche, conviene seguire il procedimento delle linee d'influenza fondamentali (§ 4-11), scegliendo come tali quelle relative alle sezioni immediatamente a sinistra ed a destra dei nodi. Per il tracciamento di una qualsiasi linea d'influenza relativa ad una generica sezione S appartenente alla campata CD (figg. 10-14, 10-15 e 10-16) è sufficiente conoscere le due linee m_{Cd} (fig. 10-13 c) ed m_{Ds} (fig. 10-13 d).

E' interessante notare che, quale che sia S in CD, le linee d'influenza sono, in ciascuna delle campate alla sinistra di C o alla destra di D, dello stesso segno, ed il segno cambia passando da una campata all'altra.

Le linee t_S (fig. 10-16) cambiano sempre di segno nella campata CD cui S appartiene, fatta eccezione per le sezioni adiacenti ai nodi; si nota, a questo proposito, che nelle campate adiacenti alla CD la t_S è indipendente dalla posizione di S, mentre nella CD le varie t_S differiscono tra di loro della sola traslazione unitaria.

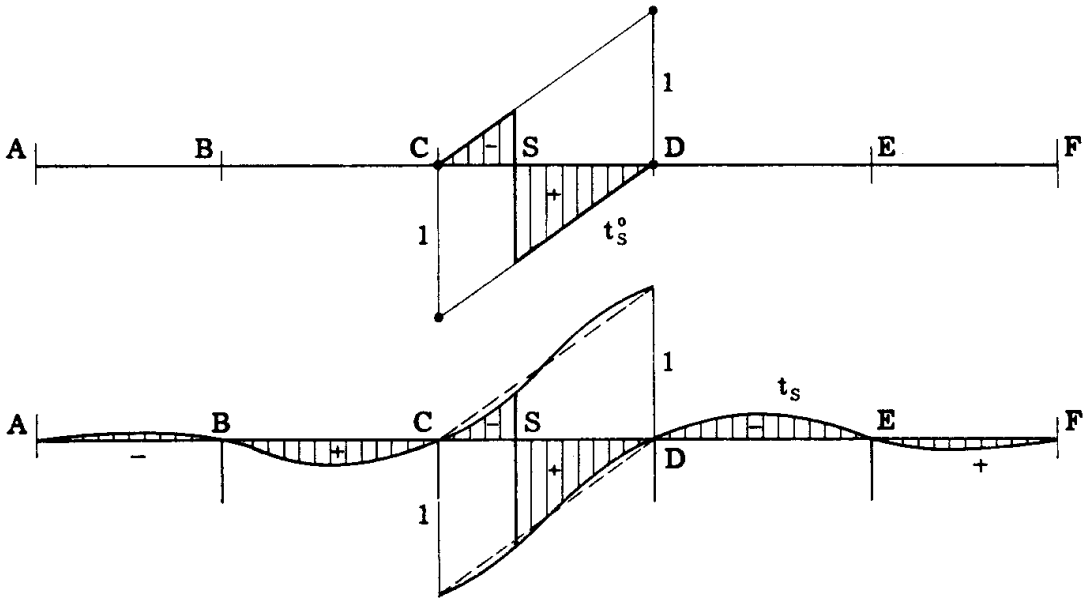


FIG. 10-16

La linea m_S cambia o meno di segno in CD a seconda che S è fuori o dentro il segmento I_3K_3. E infatti se S è dentro tale segmento (fig. 10-14) la antipolare di S è fuori della campata CD, il momento in CD è tutto dello stesso segno, e le rotazioni in C e D sono di segno opposto; se S è su un punto fisso I_3, il momento all'estremo opposto D è nullo, e con esso la rotazione; se S esce fuori dal segmento I_3K_3 (fig. 10-15) la rotazione all'estremo opposto D cambia di segno, ed il diagramma degli spostamenti si intreccia con la fondamentale. Quanto detto vale anche, come caso limite, per le campate di riva, dove I_1 coincide con A e K_5 con F.

Si può dire perciò che le condizioni di carico della fig. 10-17, che impegnano campate intere (e sono perciò ottenibili dalle cinque condizioni di carico relative alle singole compate sovraccaricate per intero una per volta) forniscono i momenti ed i tagli massimi e minimi nelle sezioni adiacenti ai nodi, le reazioni massime e minime sui ritti, nonchè i momenti massimi e minimi nei tratti compresi tra i punti fissi di ogni compata. Per il resto occorre procedere con le linee d'influenza; si ottengono così, sovrapponendo gli effetti del carico accidentale a quelli del peso proprio, i diagrammi M_{max} M_{min} e T_{max} T_{min} riportati nella fig. 10-

18. Si dimostra che nelle travi di sezione costante, e per carichi acci-

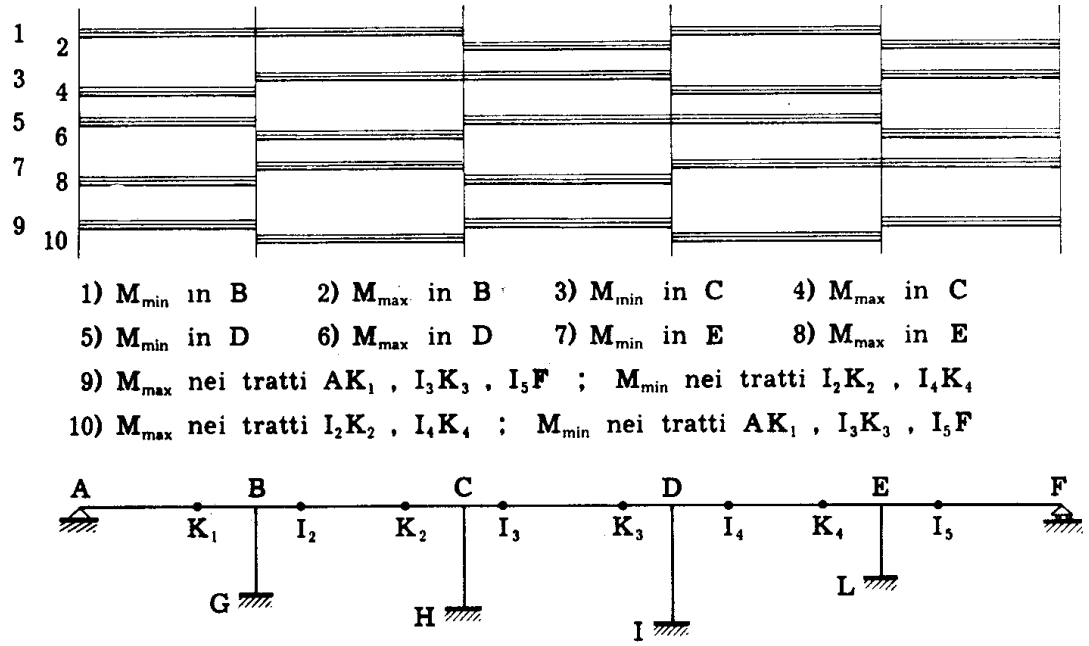


FIG. 10-17

dentali uniformemente distribuiti, i suddetti diagrammi sono delle parabole di quarto grado.

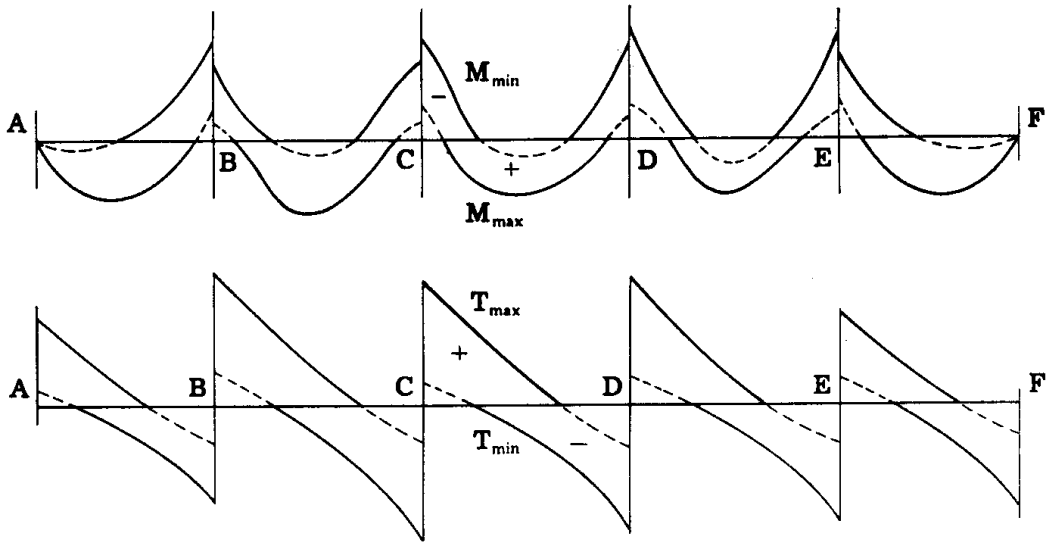


FIG. 10-18

Il *Guidi* e l'*Albenga* consigliano, per le travi di sezione costante, un disegno approssimato dei momenti e tagli massimi, che consiste nel so-

stituire le parabole di quarto grado con parabole quadratiche aventi le stesse tangenti estreme. Nei riguardi del momento (fig. 10-19) le note

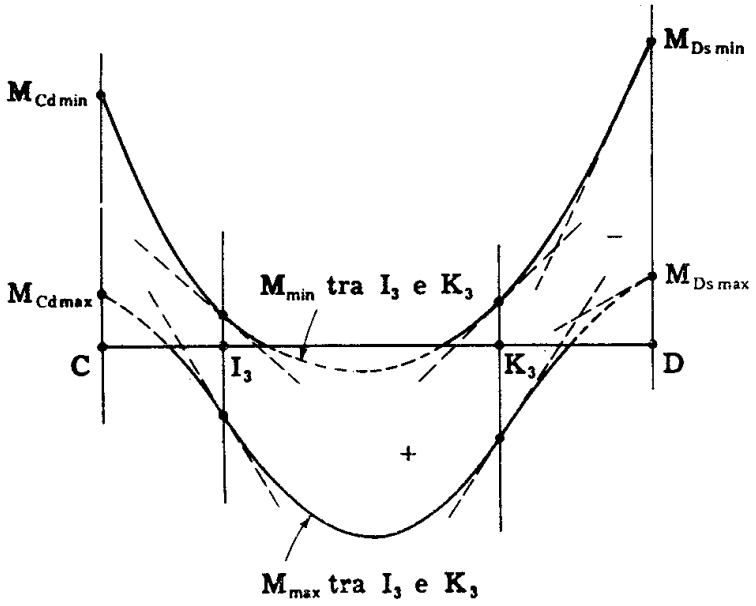


FIG. 10-19

condizioni di carico accidentale, cui va sommato il peso proprio, permettono di ottenere i momenti massimi e minimi agli estremi C e D

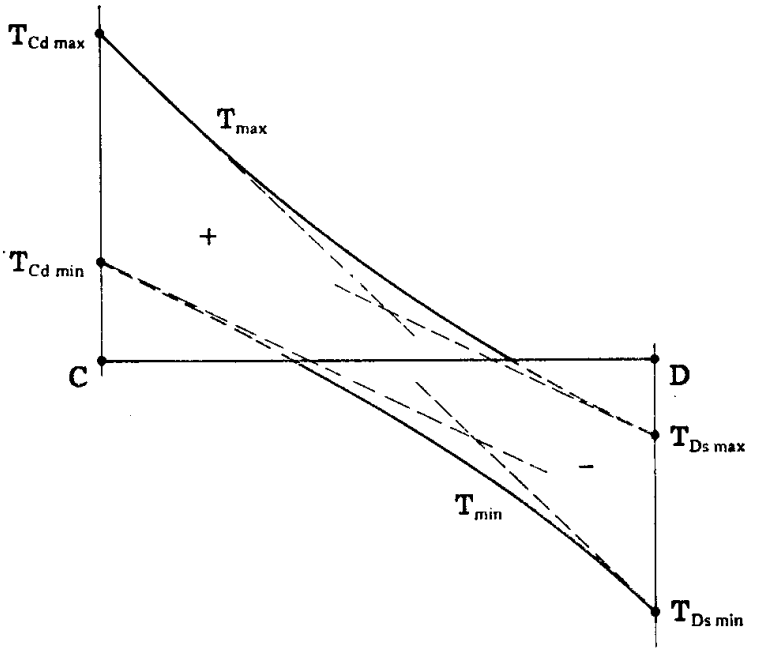


FIG. 10-20

di una campata generica, con le relative tangenti; si può infatti pensare che la stessa condizione di carico fornisca il massimo o minimo mo-

mento in tutto l'intorno di C o di D. Così pure è possibile, dalle condizioni di carico a campate alterne, ottenere i momenti massimi e minimi nel tratto I_3K_3, con le tangenti estreme. Tra ogni coppia di tangenti corrispondenti si inserisce una parabola quadratica; questa però non è ad asse verticale, perchè le due tangenti corrispondenti non si incontrano in genere sulla mezzeria del tratto ad asse relativo. Ciò autorizza ad inserire, come spesso si fa, una curva a maniera.

Per il taglio (fig. 10-20) occorre eseguire la stessa costruzione con riferimento a tutta la campata.

Il procedimento ora illustrato può essere utilizzato anche per travi a sezione variabile, per lo meno in un calcolo di prima approssimazione.

6. L'effetto delle variazioni termiche uniformi e del ritiro; lo schema Flumendosa.

Se la trave è appoggiata sui ritti, l'unico effetto termico che desta tensioni è la variazione di temperatura lungo l'altezza della sezione; la variazione termica uniforme ed il ritiro non generano sollecitazioni. Ciò indurrebbe a preferire tale schema, evitando la solidarizzazione flessionale della trave con i ritti. In questo modo però si abbassano i moltiplicatori critici della struttura, e si è costretti a realizzare l'apparecchiatura di appoggio, che è sempre piuttosto costosa, di funzionamento incerto, e bisognevole di manutenzione; inoltre, e soprattutto, si incrementano le sollecitazioni da carico accidentale.

Nella fig. 10-21 è riportato lo schema di calcolo degli effetti statici di una variazione termica uniforme (e, per analogia, del ritiro) su una trave solidale ai ritti. La trave sia ancorata all'estremo A.

Nell'ipotesi di trave infinitamente rigida, sorgono alle estremità dei ritti dei momenti di incastro perfetto, che per ritti di sezione costante incastrati alla base sono forniti (fig. 10-21 b) da

$$\frac{6\,EI\,\delta}{h^2}\ ;$$

h è l'altezza del ritto, e δ lo spostamento del suo estremo, dovuto alla variazione termica. I suddetti momenti si distribuiscono poi alla Cross, ottenendo i momenti finali; nelle figg. 10-21 c e 10-21 d sono riportati questi momenti nelle due condizioni limiti di trave infinitamente flessibile e trave infinitamente rigida.

Si osserva, innanzitutto, che gli effetti crescono all'aumentare della distanza dall'estremo vincolato. Inoltre, i momenti di incastro perfetto crescono linearmente con l'inerzia della sezione del ritto, e quadratica-

mente al diminuire della sua altezza. Questi momenti sono di segno alterno, come la variazione termica. Essi diminuiscono nella ripartizione tra ritti e trave, ma impegnano anche la trave; a volte risultano, in questa, dello stesso ordine dei momenti da peso proprio e da carico accidentale.

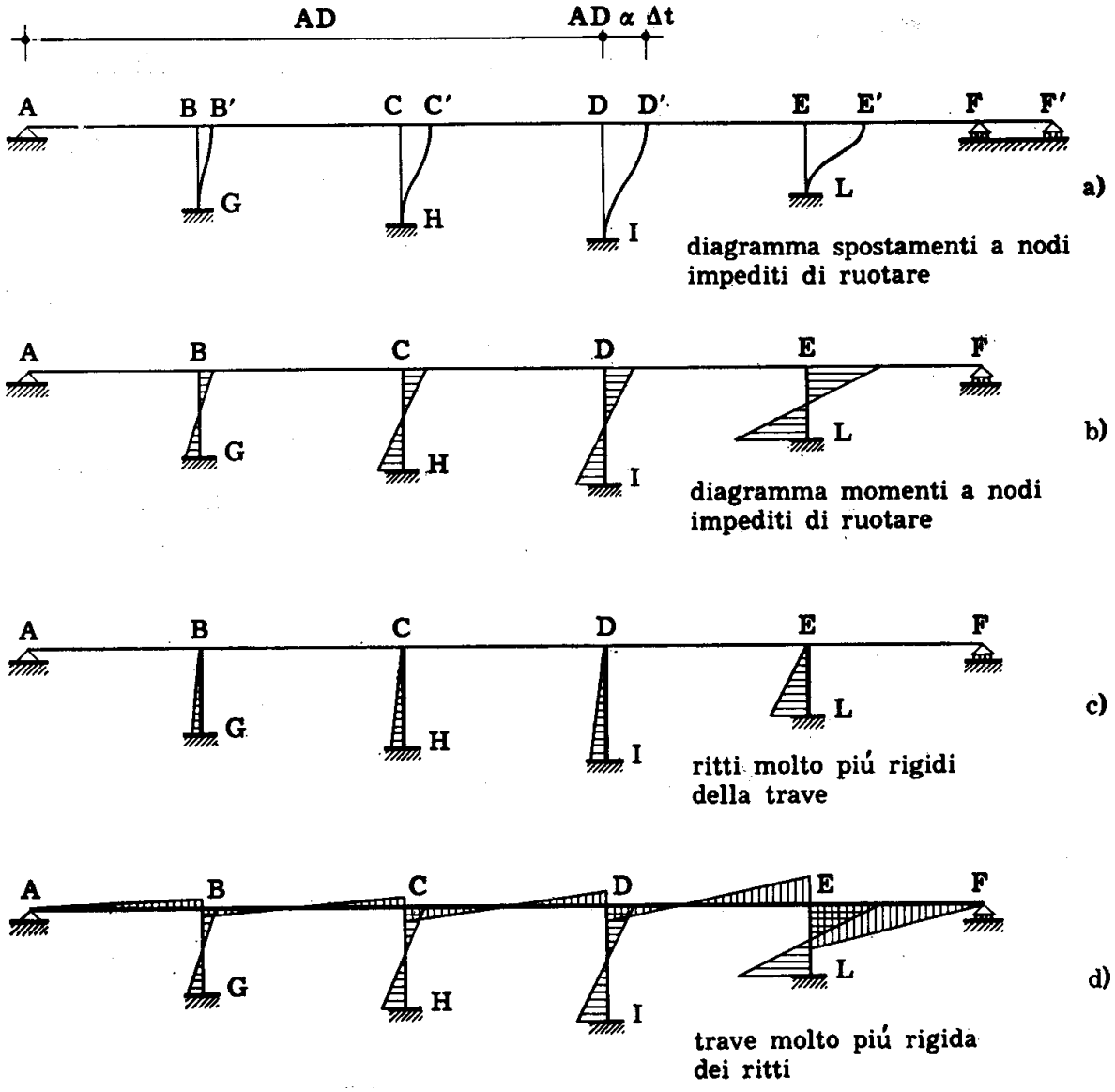


FIG. 10-21

Ai momenti si affiancano gli sforzi normali nella trave, di segno alterno anch'essi. Tutto il suddetto quadro si esalta all'aumentare della rigidità dei ritti.

Il problema si presenta perciò in termini perentori ogni qual volta si è di fronte ad una travata molto lunga nel complesso, e poggiante su ritti molto corti; ciò accade sempre nei terreni di bonifica, ove d'altro canto le cattive condizioni del suolo impongono opere di fondazione one-

rose, mentre le carpenterie della trave sono di esecuzione piuttosto facile, e quindi la lunghezza economica della campata è notevole.

Su forti luci di campata la riduzione delle sollecitazioni da carico accidentale dovuta alla solidarietà con i ritti è appetibile, ed essa è poi anche notevole, per la differenza di lunghezza, e quindi di rigidità, tra campate e ritti. Ma la riduzione suddetta è scontata ad usura per le sollecitazioni indotte dalle variazioni termiche, molto forti proprio per essere i ritti corti; occorrerebbe quindi rinunziare alla solidarietà.

Sorge così, dall'opportunità di sfruttare la rigidità dei ritti nell'ambito dei carichi accidentali, escludendola però nei confronti delle variazioni termiche, la struttura tipo *Flumendosa*; il prototipo fu infatti realizzato nel 1954 dalla Ferrobeton per l'attraversamento a valle della diga del Flumendosa, su progetto Galli-Franciosi-Passaro-Renzulli. Tale struttura è una trave continua che poggia su ciascuna pila mediante un bipendolo ad assi verticali; questo vincolo realizza il collegamento flessionale fra travi e ritti, mentre sono consentite le traslazioni orizzontali relative (fig. 10-22).

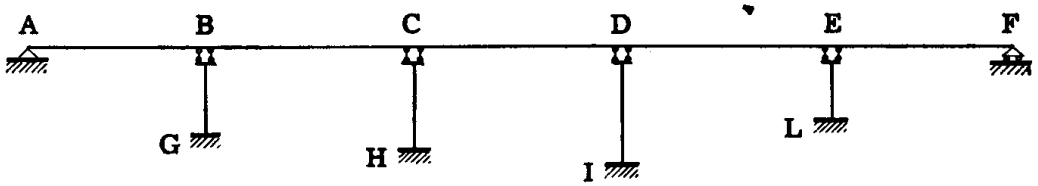


FIG. 10-22

Agli effetti del peso proprio e del carico accidentale la trave si comporta come se i collegamenti con i ritti fossero degli incastri; occorre però tenere presente, nel calcolo delle rigidità dei ritti, che le loro sommità sono libere di traslare, e che quindi il loro comportamento è a mensola. Ciò, nel caso di sezione costante, riduce la loro rigidità da $\frac{4\,EI}{h}$ ad $\frac{EI}{h}$.

Le apparecchiature di appoggio aumentano, rispetto ad una trave appoggiata sui ritti, nel rapporto $\frac{2\,n}{n+1}$, se n è il numero delle campate; ma ciascuna è soggetta a sollecitazione permanente pressochè dimezzata. In genere poi, come si vedrà fra breve, l'interasse tra i due elementi del bipendolo si assume tale da evitare in essi la trazione; ciò significa che la massima compressione nei pendoli è di poco inferiore a quella che si avrebbe in una normale trave appoggiata.

I moltiplicatori critici sono inferiori a quelli della trave solidarizzata con i ritti a mezzo di nodi incastro, ma superiori a quelli della trave semplicemente appoggiata sui ritti stessi.

Il calcolo di ciascun elemento di bipendolo va eseguito ricercando il massimo sforzo di compressione, ed il massimo di trazione. La linea d'influenza della fig. 10-23 è relativa all'elemento di destra del bipen-

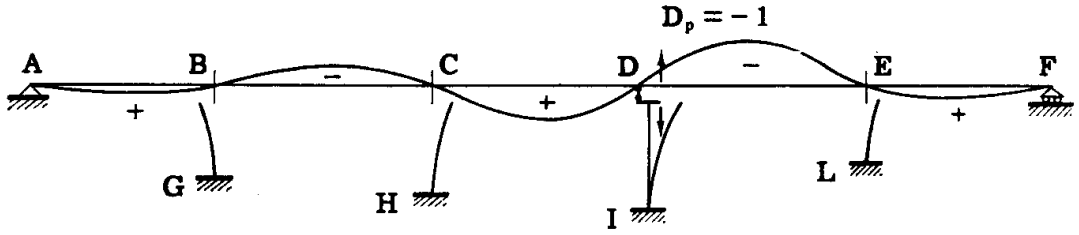


FIG. 10-23

dolo D; si osserva che le due condizioni di carico alterne sono quelle che provocano appunto la massima trazione da carico accidentale. Queste vanno sommate alle compressioni da peso proprio per ottenere il massimo ed il minimo effettivo. Le compressioni da peso proprio, pari in genere alla metà dello scarico di trave (poichè è opportuno annullare i momenti da peso proprio nei ritti) sono indipendenti dall'interasse tra i due elementi del bipendolo; invece si osserva dalla fig. 10-23 che aumen-

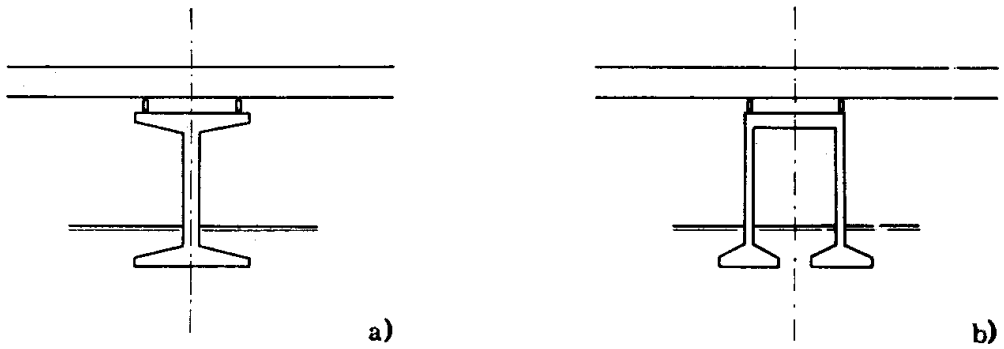


FIG. 10-24

tando tale interasse gli sforzi da carico accidentale diminuiscono in valore assoluto. Può essere opportuno, per ragioni di sicurezza ed economia, evitare che gli elementi dei bipendoli vadano in trazione; basta a ciò, per quanto sopra, distanziarli opportunamente. Per dare questa possibilità, la pila può realizzarsi come in fig. 10-24 a; più economico risulta però il tipo della fig. 10-24 b, costituito da due lastre collegate superiormente da

un traverso, che ha l'ufficio di aumentare (di quattro volte circa) il moltiplicatore critico di ogni lastra. Questo tipo di pila ha un'inerzia di gran

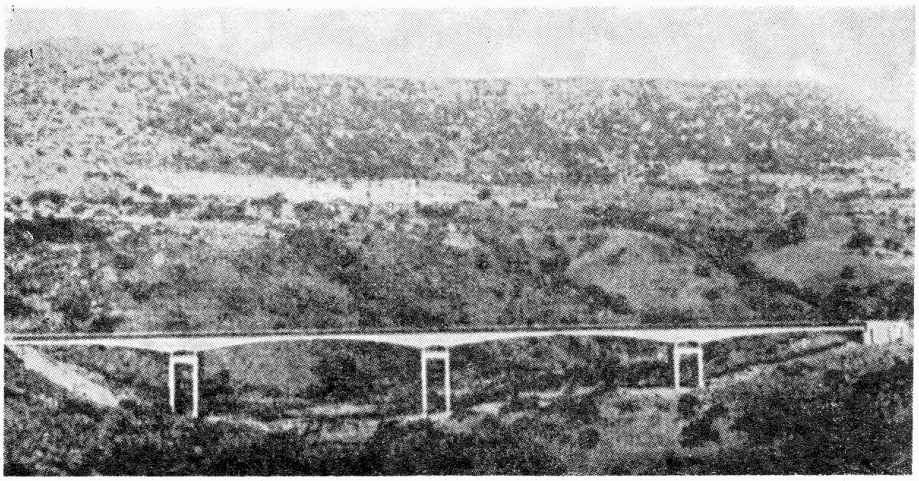


FIG. 10-25

lunga superiore al primo, tanto da essere autorizzati a calcolare ciascuna campata a sè, come perfettamente incastrata; i vantaggi sono grossi, sia

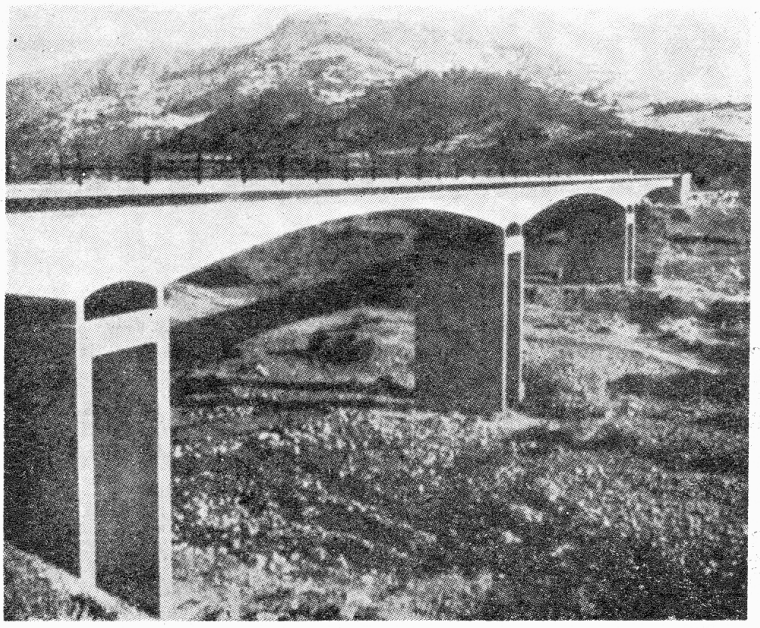


FIG. 10-26

nella riduzione dei massimi e minimi momenti da carico accidentale, sia nello snellimento delle operazioni di calcolo. Per ogni pila occorrono due opere di fondazione; ciascuna, però, è soggetta esclusivamente a sforzo

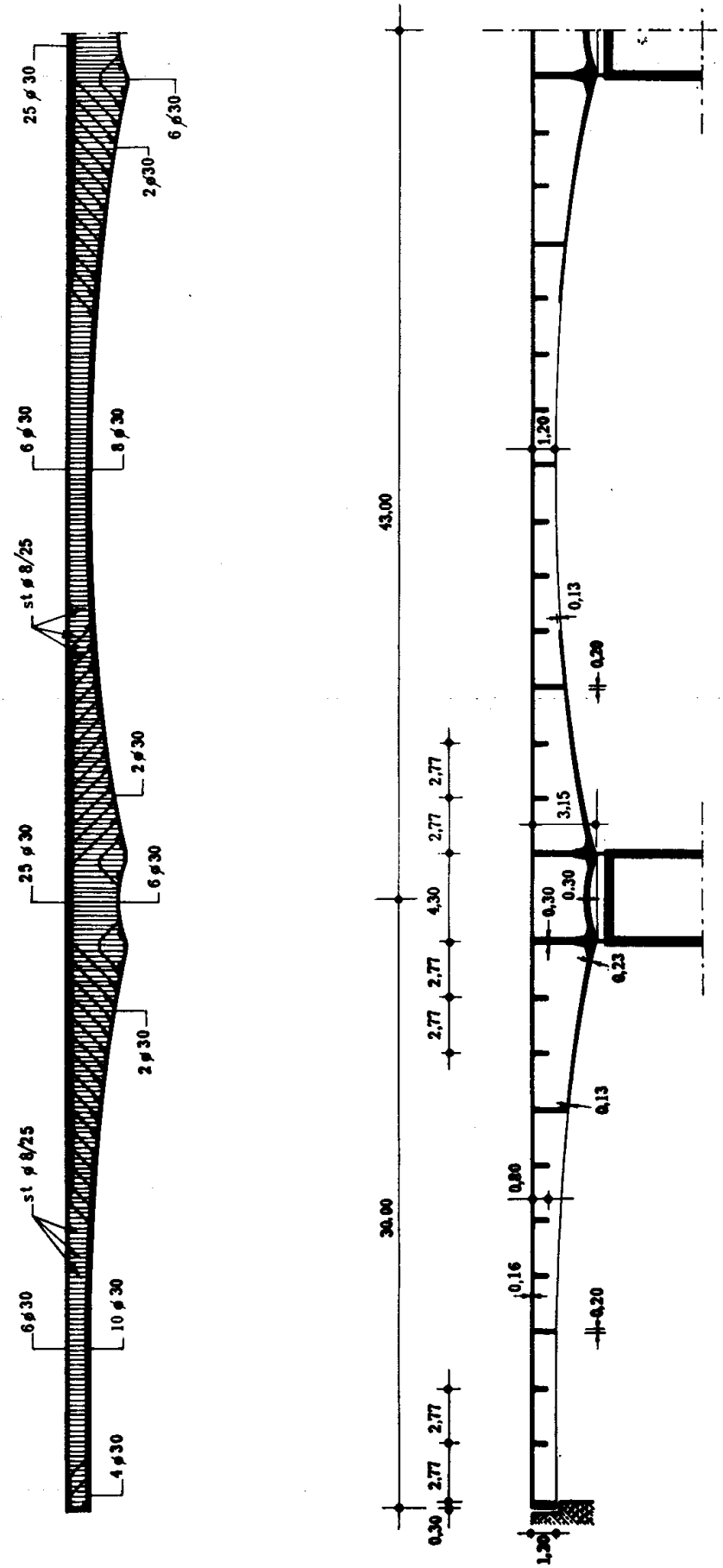

25 ø 30
6 ø 30
2 ø 30
6 ø 30
8 ø 30
st ø 8/25
2 ø 30
25 ø 30
6 ø 30
2 ø 30
st ø 8/25
6 ø 30
10 ø 30
4 ø 30
43.00
30.00
0.30
2.77
2.77
2.77
4.30
2.77
2.77
2.77
1.20
0.13
0.20
3.15
0.30
0.30
0.23
0.13
0.80
0.16
0.20
1.20

FIG. 10-27

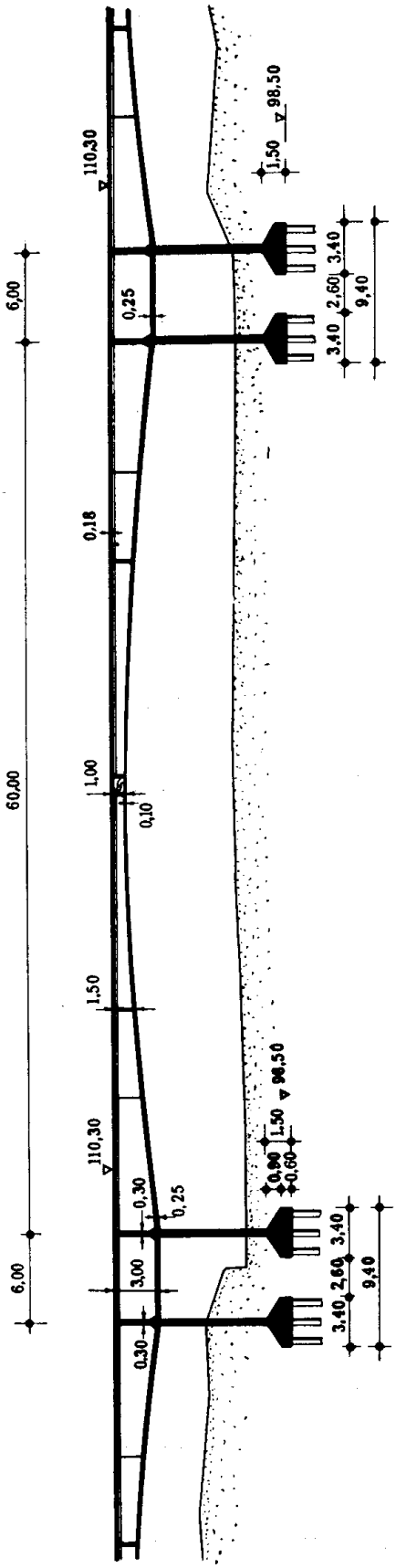
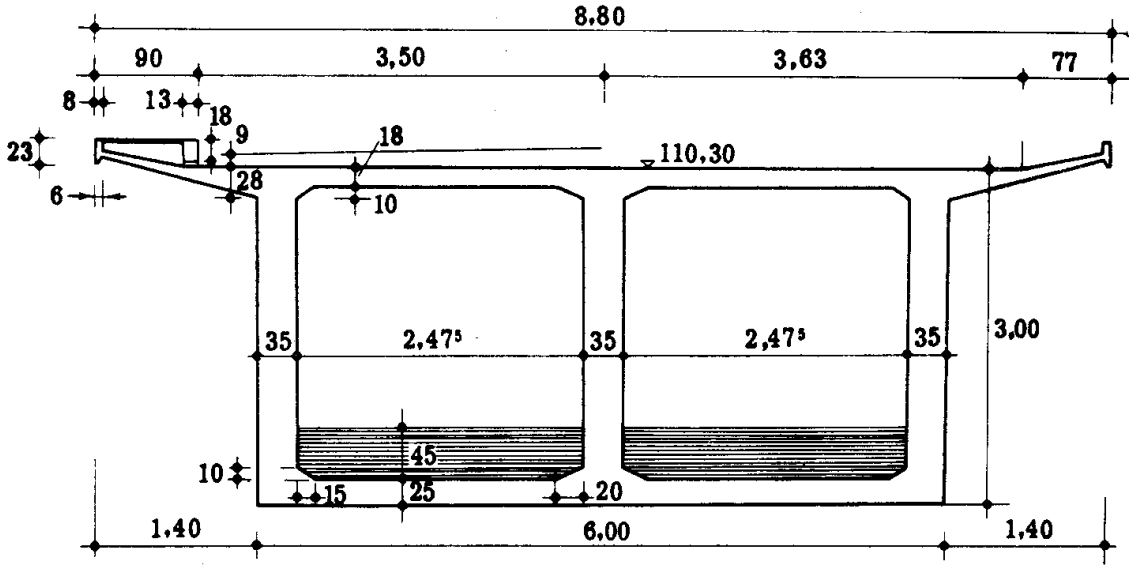

110,30
98,50
1,50
3,40
2,60
3,40
9,40
6,00
0,25
0,18
60,00
1,00
0,10
1,50
110,30
98,50
1,50
0,60
0,60
0,30
0,25
3,00
0,30
6,00
3,40
2,60
3,40
9,40
Sezione longitudinale

FIG. 10-28

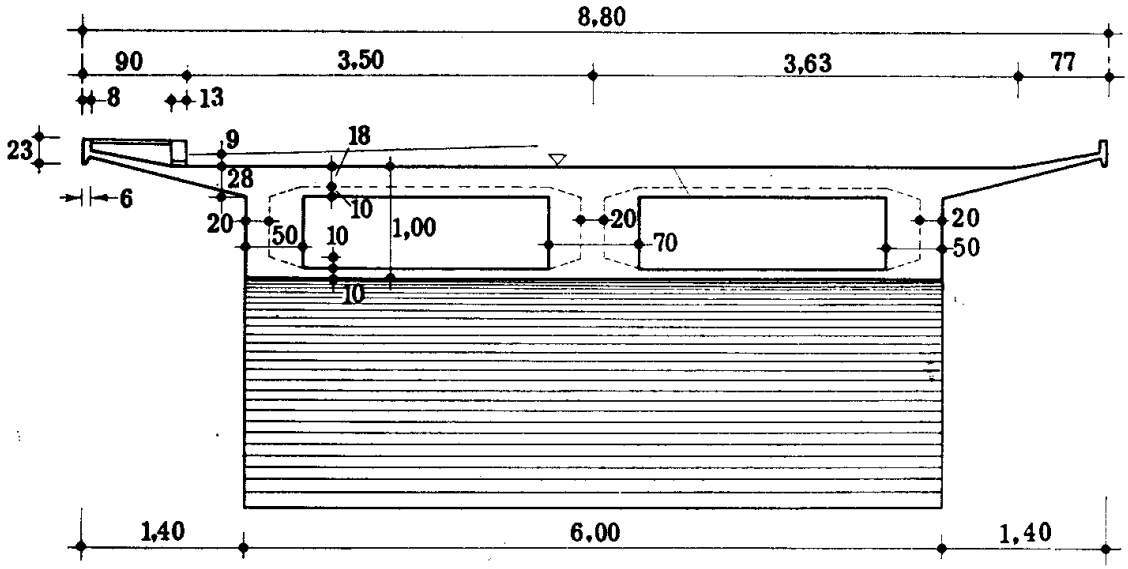
normale, e la sollecitazione permanente è la metà di quella che si avrebbe



Sezione sulla pila

FIG. 10-29

in una trave ordinaria. Nelle figg. 10-25 e 10-26 sono riportate una vista



Sezione in mezzeria

FIG. 10-30

laterale ed una fuga del ponte a valle della diga del Flumendosa; nella fig. 10-27 una sezione longitudinale, con relative armature.

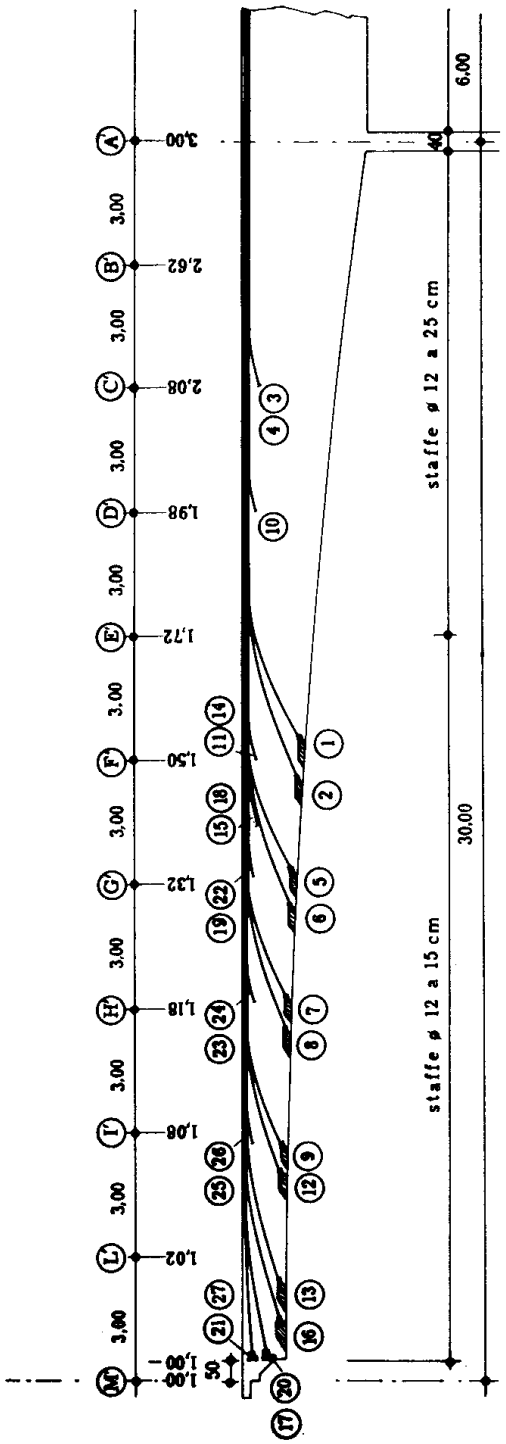

A
B
C
D
E
F
G
H
I
L
M
3,00
2,62
2,08
1,98
1,72
1,50
1,32
1,18
1,08
1,02
1,00
3,00
3,00
3,00
3,00
3,00
3,00
3,00
3,00
3,00
3,00
50
6,00
30,00
staffe ø 12 a 25 cm
staffe ø 12 a 15 cm
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27

FIG. 10-31