

CAPITOLO X
MECCANICA DEL TERRENO

1. La curva intrinseca delle terre.

Le *terre sciolte* si distinguono dalle *rocce* per non avere una forma propria definita. Sui campioni di terre sciolte, prelevati in custodie con apposite attrezzature in superficie o in profondità, si possono eseguire prove in regime triassiale; uno degli svariati apparecchi a ciò adoperati è quello della fig. 9-66.

Dalle prove suddette appare che l'involuppo dei cerchi di crisi (*) può sensibilmente approssimarsi ad una coppia di rette che si intersecano sul-

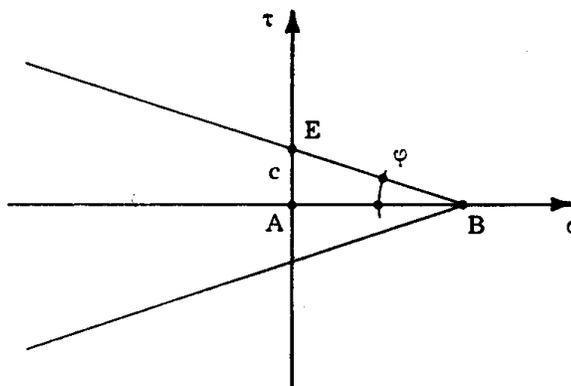


FIG. 10-1

l'asse delle σ (fig. 10-1). L'ordinata A E staccata sull'asse delle τ prende nome di *coesione* c , come già detto; l'angolo φ di inclinazione di ciascuna delle due rette sull'asse delle σ si chiama *angolo di attrito interno*. I due valori di \bar{c} e φ caratterizzano, nella suddetta ipotesi, la curva intrinseca del terreno.

(*) Le prove si eseguono per stati attivi, e cioè in modo che le due tensioni uguali siano in valore assoluto minori della terza; inoltre è indagato solo il campo delle σ negative.

Il criterio di resistenza che così si chiama *criterio di Coulomb*, o *criterio dell'attrito interno*.

Il modo migliore per ottenere c e φ è quello di eseguire più prove triassiali, costruendo i cerchi di crisi e tracciando la coppia di rette che

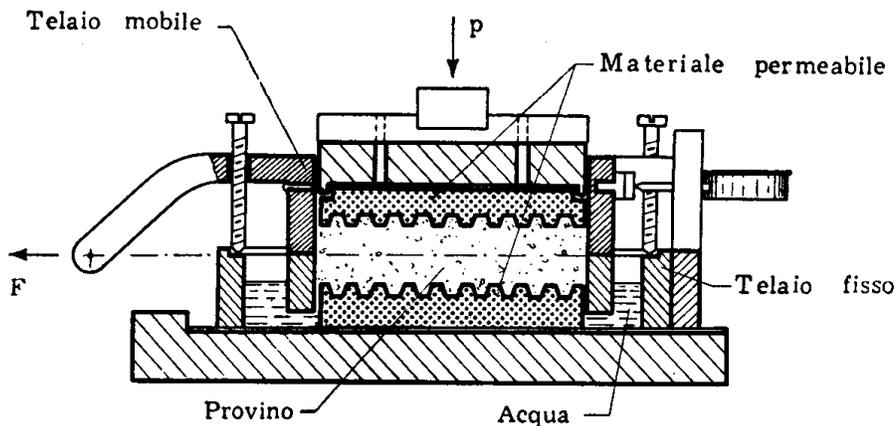


FIG. 10-2

meglio si approssima all'effettivo involucro; il numero minimo di prove è due. Prove particolari, meno consigliabili, sono quelle eseguite con l'ap-

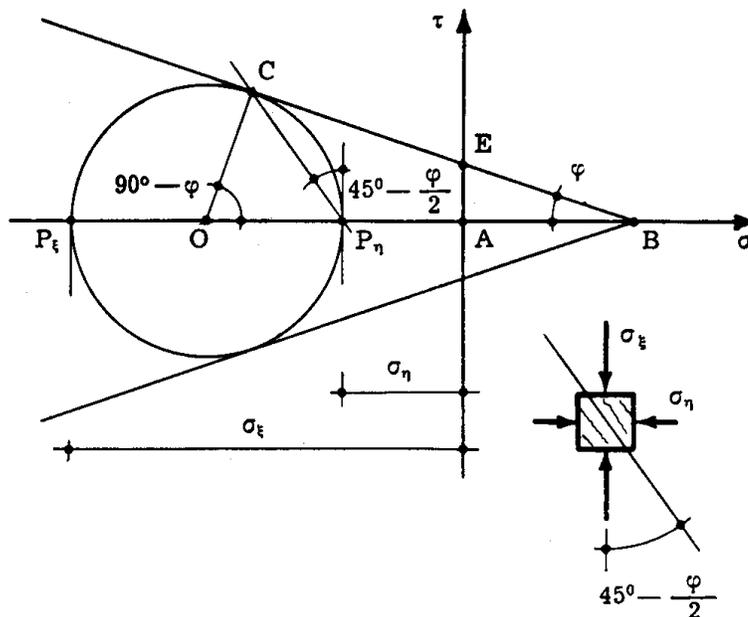


FIG. 10-3

parecchio di *Casagrande* (fig. 10-2); lo stato tensionale è caratterizzato dalla σ , derivante dal peso P che carica verticalmente il telaio superiore

mobile, e dalla τ , derivante dalla forza orizzontale F , i cerchi di crisi quindi intersecano sempre l'asse delle τ . Anche delle suddette prove il numero minimo è due.

Ci si può limitare anche ad una sola prova triassiale, se ci si contenta di una minore approssimazione; rilevando infatti la direzione dei piani di crisi (fig. 10-3), dal punto P_n si tira la parallela a tale direzione; la tangente in C al cerchio di crisi è una delle due rette cui si approssima la curva intrinseca.

Nelle sabbie l'angolo φ è notevole, e nulla la coesione; nelle argille invece φ è basso, e c rilevante. Le due curve intrinseche nei casi estremi sono quelle delle fig. 10-4 a e 10-4 b. L'angolo di attrito è tanto maggiore

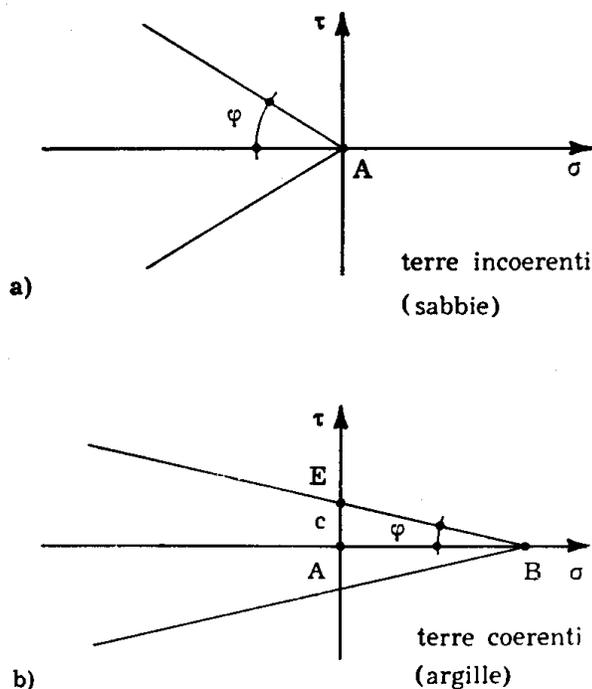


FIG. 10-4

quanto più elevata è la resistenza del materiale al taglio; esso cresce quindi con le dimensioni dei grani. La coesione invece — e da ciò deriva il suo nome — deriva dalla capacità del materiale di sopportare sforzi di trazione (e quindi in presenza di coesione il cerchio di Mohr relativo alla trazione semplice deve essere finito), ed è tanto maggiore quanto più forte è l'adesione reciproca delle particelle del terreno.

I valori medi dell'angolo di attrito e della coesione per le varie terre sono riportati nella tabella che segue:

TABELLA 10-1

	φ	c (Kg/cm ²)
Ghiaia	34° ÷ 37°	0
Sabbia	30° ÷ 35°	0,01
Marna	16° ÷ 30°	0,02
Limo	20° ÷ 27°	0,10
Argilla sabbiosa	16° ÷ 22°	0,02 ÷ 0,05
Argilla plastica	11° ÷ 17°	0,10
Argilla solida	10° ÷ 12°	0,50 ÷ 1
Argilla molto tenace	0	1 ÷ 10

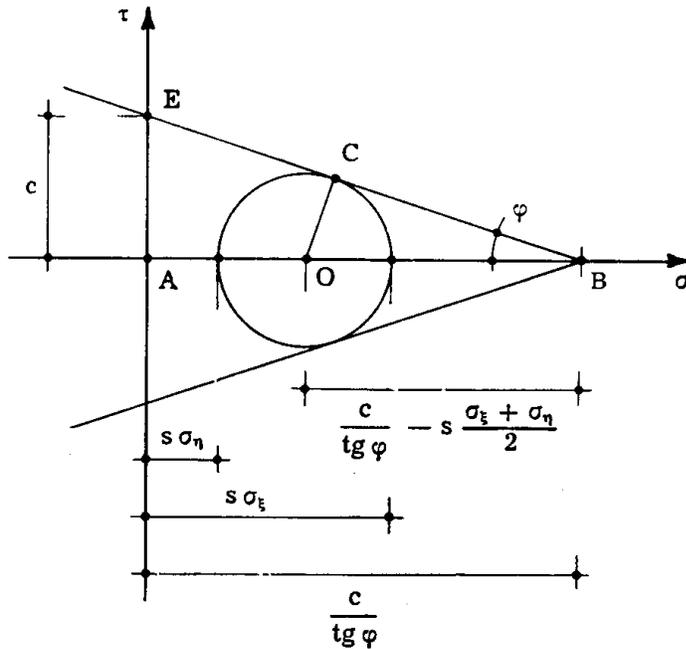


FIG. 10-5

In funzione delle due tensioni principali estreme la condizione di plasticizzazione deriva (fig. 10-5) dall'eguaglianza

$$OC = BO \text{ sen } \varphi$$

da cui

$$s \frac{\sigma_{\xi} - \sigma_{\eta}}{2} = \left(\frac{c}{\text{tg } \varphi} - s \frac{\sigma_{\xi} + \sigma_{\eta}}{2} \right) \text{ sen } \varphi$$

e ancora

$$s [\sigma_{\xi} - \sigma_{\eta} + (\sigma_{\xi} + \sigma_{\eta}) \operatorname{sen} \varphi] = 2c \cos \varphi \quad (\text{a})$$

$$s = \frac{2c \cos \varphi}{\sigma_{\xi} - \sigma_{\eta} + (\sigma_{\xi} + \sigma_{\eta}) \operatorname{sen} \varphi} \quad (1)$$

Dalla (a) si trae, ponendo $s = 1$, $\sigma_{\xi} = -\sigma_{\eta} = \tau_0$,

$$\tau_0 = c \cos \varphi ; \quad (2)$$

inoltre è pure

$$\sigma'_0 = 2c \frac{\cos \varphi}{\operatorname{sen} \varphi + 1} \quad (3)$$

$$\sigma''_0 = 2c \frac{\cos \varphi}{\operatorname{sen} \varphi - 1} .$$

2. Stati limiti di equilibrio dei terreni.

Si comincia a studiare il caso ideale di un terreno omogeneo semi-indefinito, limitato superiormente da un piano orizzontale di traccia AB (fig. 10-6) e soggetto alla sola forza di gravità; sul piano AB agisca inol-

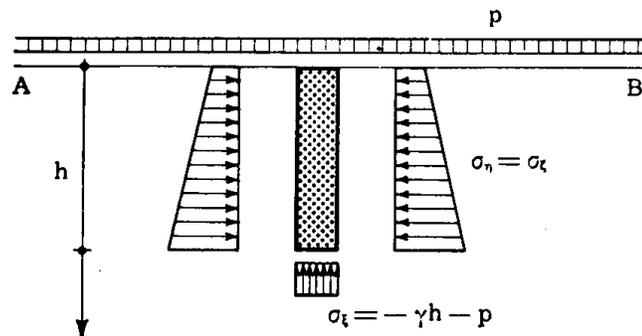


FIG. 10-6

tre il sovraccarico p uniformemente distribuito; le dimensioni di p sono Ft^{-2} . Il sovraccarico p è positivo se agente verso il basso.

Si consideri un cilindro di sezione unitaria e di altezza h (le quote sono prese a partire dal piano AB); alla base si ha una tensione di compressione pari a

$$\sigma_{\xi} = -\gamma h - p \quad (4)$$

dove γ è il peso specifico del terreno. Per simmetria sulla base non esiste tensione tangenziale, e perciò σ_{ξ} è una tensione principale. Le altre due tensioni principali alla quota h sono contenute nel piano orizzontale di

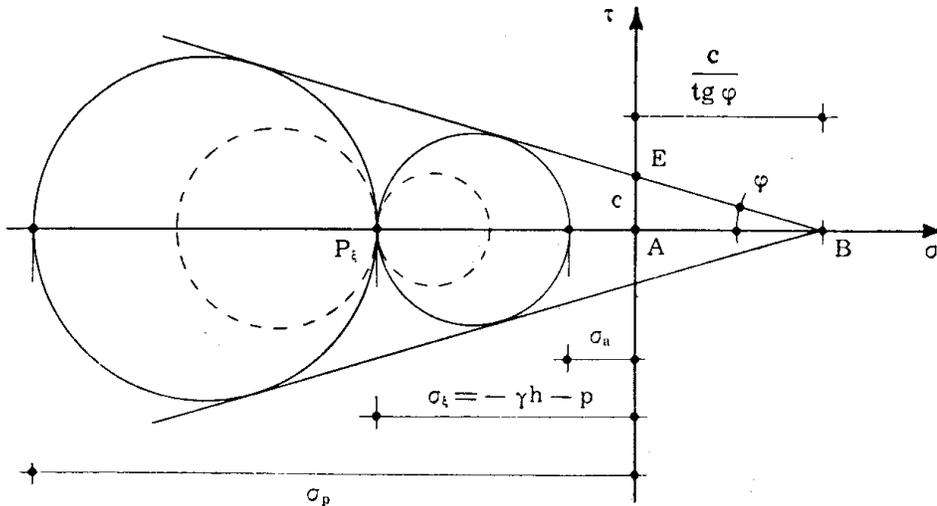


FIG. 10-7

quota h ; i loro valori devono essere per simmetria uguali (perciò ogni retta orizzontale è direzione principale) e compresi (fig. 10-7) tra i due estremi

$$\sigma_a = \sigma_{\xi} \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) + 2c \operatorname{tg} \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \quad (5)$$

$$\sigma_p = \sigma_{\xi} \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) - 2c \operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right).$$

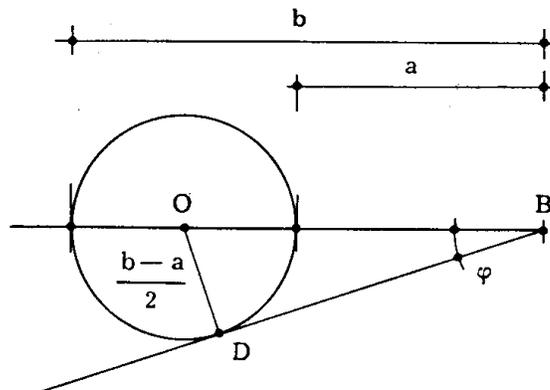


FIG. 10-8

Le relazioni (10-5) si ricavano dall'esame della curva intrinseca come segue. Dalla fig. 10-8 si trae, considerando il valore assoluto, di φ ,

$$\left(a + \frac{b-a}{2}\right) \operatorname{sen} \varphi = \frac{b-a}{2}$$

da cui

$$(a+b) \operatorname{sen} \varphi = b-a$$

$$\begin{aligned} b &= a \frac{1 + \operatorname{sen} \varphi}{1 - \operatorname{sen} \varphi} = a \frac{\operatorname{sen} 90^\circ + \operatorname{sen} \varphi}{\operatorname{sen} 90^\circ - \operatorname{sen} \varphi} = \\ &= a \frac{2 \operatorname{sen} \frac{90^\circ + \varphi}{2} \cos \frac{90^\circ - \varphi}{2}}{2 \cos \frac{90^\circ + \varphi}{2} \operatorname{sen} \frac{90^\circ - \varphi}{2}} = a \frac{\operatorname{tg} \frac{90^\circ + \varphi}{2}}{\operatorname{tg} \frac{90^\circ - \varphi}{2}} = \\ &= a \frac{\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right)}{\operatorname{tg} \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right)} = a \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right) = \frac{a}{\operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right)}. \end{aligned} \quad (b)$$

Nel caso in esame, con riferimento alla σ_a si ha (fig. 10-7)

$$a = -\sigma_a + \frac{c}{\operatorname{tg} \varphi}$$

$$b = -\sigma_\xi + \frac{c}{\operatorname{tg} \varphi}$$

da cui, per la (b),

$$\sigma_a = \sigma_\xi \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right) + c \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right)}{\operatorname{tg} \varphi}.$$

Poichè è

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

risulta

$$\frac{2 \operatorname{tg} \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right)}{1 - \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right)} = \operatorname{tg} (90^\circ - \varphi) = \frac{1}{\operatorname{tg} \varphi}$$

da cui

$$\frac{1 - \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right)}{\operatorname{tg} \varphi} = 2 \operatorname{tg} \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right)$$

e quindi

$$\sigma_a = \sigma_\xi \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) + 2c \operatorname{tg} \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right). \quad (c)$$

Con riferimento alla σ_p è invece

$$a = -\sigma_\xi + \frac{c}{\operatorname{tg} \varphi}$$

$$b = -\sigma_p + \frac{c}{\operatorname{tg} \varphi}$$

da cui

$$\sigma_p = \sigma_\xi \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) + c \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right)}{\operatorname{tg} \varphi}.$$

Dalla relazione

$$\frac{2 \operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right)}{1 - \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right)} = \operatorname{tg} (90^\circ + \varphi) = -\frac{1}{\operatorname{tg} \varphi}$$

si trae

$$\frac{1 - \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right)}{\operatorname{tg} \varphi} = -2 \operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right)$$

e quindi

$$\sigma_p = \sigma_\xi \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) - 2c \operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right). \quad (d)$$

Alla (b) si può pure pervenire con considerazioni esclusivamente geometriche; dalla fig. 10-9 si trae infatti, considerando il valore assoluto di φ ,

$$BH = BF \operatorname{tg} \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right)$$

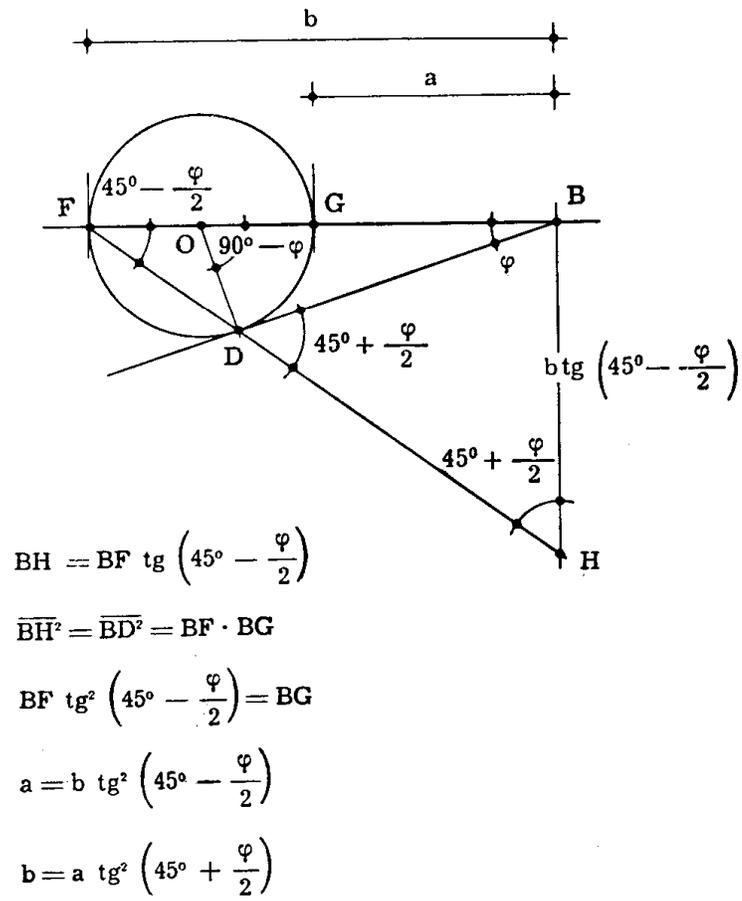


FIG. 10-9

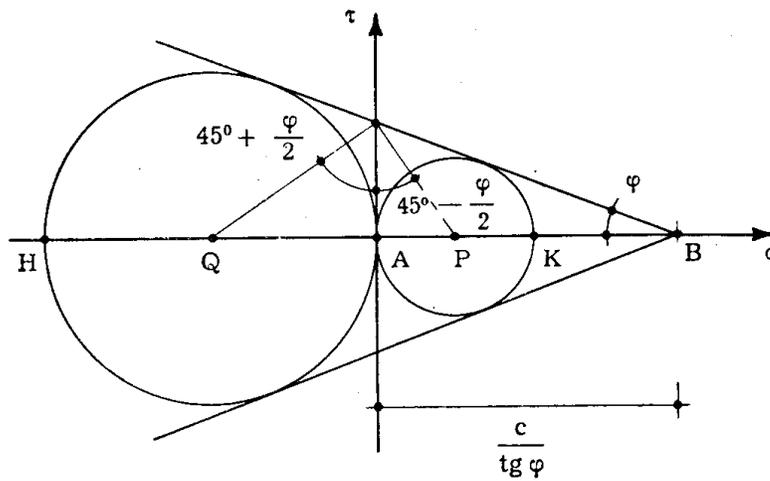


FIG. 10-10

$$\overline{BD}^2 = \overline{BH}^2 = \mathbf{BF} \cdot \mathbf{BG}$$

$$\mathbf{BF} \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) = \mathbf{BG} .$$

Poichè come già visto è (fig. 10-7)

$$a = -\sigma_a + \frac{c}{\operatorname{tg} \varphi}$$

$$b = -\sigma_\xi + \frac{c}{\operatorname{tg} \varphi}$$

risulta

$$\sigma_a = \sigma_\xi \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) + \frac{c}{\operatorname{tg} \varphi} \left[1 - \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \right] . \quad (\text{e})$$

Dalla fig. 10-10 si trae, per la (b),

$$\mathbf{BK} = \mathbf{BA} \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) = \frac{c}{\operatorname{tg} \varphi} \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right)$$

$$\mathbf{AK} = \frac{c}{\operatorname{tg} \varphi} \left[1 - \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \right]$$

$$\mathbf{AK} = 2 \mathbf{AP} = 2 c \operatorname{tg} \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right)$$

e quindi dalla (e) si ha

$$\sigma_a = \sigma_\xi \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) + 2 c \operatorname{tg} \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) .$$

Analogamente dalla

$$\sigma_p = \sigma_\xi \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) + \frac{c}{\operatorname{tg} \varphi} \left[1 - \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) \right]$$

e dalle relazioni

$$\mathbf{HB} = \frac{c}{\operatorname{tg} \varphi} \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right)$$

$$\mathbf{HA} = -\frac{c}{\operatorname{tg} \varphi} \left[1 - \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) \right]$$

$$HA = 2c \operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right)$$

si trae

$$\sigma_p = \sigma_\xi \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) - 2c \operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right).$$

Nel terreno si introducano due diaframmi verticali paralleli, coincidenti con i piani di tracce AC e BD (fig. 10-11), senza nulla variare del suo stato tensionale. Si isoli poi la parte compresa tra i due diaframmi, e questi si facciano allontanare in modo che si conservino paralleli e ver-

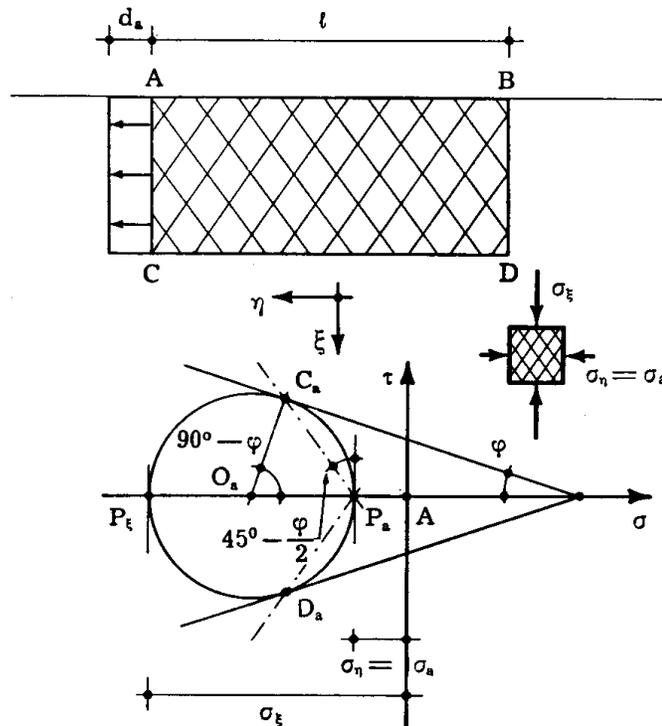


FIG. 10-11

ticali; la tensione normale sui piani paralleli ai diaframmi diminuisce in valore assoluto se di compressione, aumenta se di trazione. Tale tensione è sempre, per simmetria, esclusivamente normale, e quindi principale; quindi la direzione η normale ai diaframmi è una direzione principale. La tensione σ_ξ rimane invariata; quindi la tensione σ_η può giungere fino al valore σ_a (fig. 10-7); a questo punto il terreno entra in crisi, e si frattura secondo i piani ortogonali al piano $\xi\eta$ e le cui tracce, su tale piano, sono le parallele alle rette $P_a C_a$ e $P_a D_a$, inclinate di $45^\circ - \varphi/2$ sulla verticale.

Il terreno è in stato plastico di equilibrio, e tale stato — derivante da

allungamenti orizzontali — è chiamato *stato attivo di Rankine* o *stato di equilibrio limite inferiore*. Con la posizione

$$\lambda_a = \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) < 1 \quad (6)$$

la tensione $\sigma_\eta = \sigma_a$ è fornita (10-5) da:

terreni incoerenti senza sovraccarico $\sigma_a = -\lambda_a \gamma h$ (7)

terreni incoerenti con sovraccarico $\sigma_a = -\lambda_a (\gamma h + p)$ (8)

terreni coerenti senza sovraccarico $\sigma_a = -\lambda_a \gamma h + 2c \sqrt{\lambda_a}$ (9)

terreni coerenti con sovraccarico $\sigma_a = -\lambda_a (\gamma h + p) + 2c \sqrt{\lambda_a}$ (10)

La costante λ_a prende nome di *coefficiente di equilibrio limite inferiore* o *coefficiente di spinta attiva*, e dipende esclusivamente dall'angolo di attrito interno.

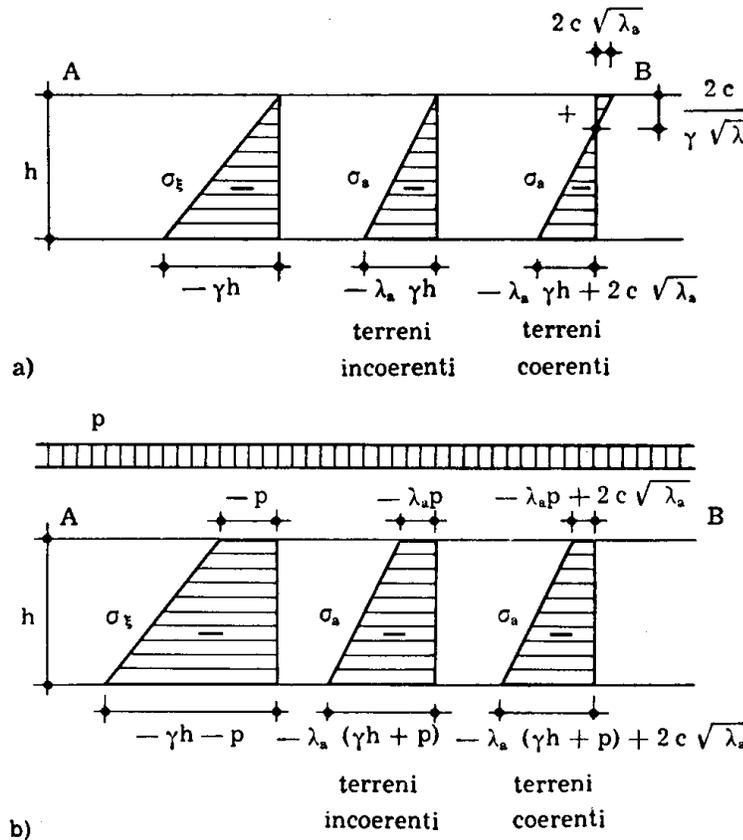


FIG. 10-12

I diagrammi delle σ_a sono riportati nella fig. 10-12; la terza tensione principale σ_xi è intermedia tra σ_z e $\sigma_\eta = \sigma_a$.

Si osserva che i diagrammi $\sigma_{\xi}(h)$ e $\sigma_a(h)$ sono lineari; l'inclinazione $d\sigma_a/dh$ è in ogni caso la stessa, e minore di quella $d\sigma_{\xi}/dh$; mentre la prima infatti è pari a $-\gamma$, la seconda è data da $-\lambda_a \gamma$, e λ_a è sempre minore di uno. In assenza di coesione σ_a è sempre di compressione; per $h=0$ è $\sigma_a=0$ in assenza di sovraccarico, $\sigma_a=-\lambda_a p$ in presenza di sovraccarico. Se il terreno è coerente, si può avere per una certa altezza a partire dalla quota zero una σ_a di trazione; per $h=0$ infatti è

$$(\sigma_a)_{h=0} = -\lambda_a p + 2c \sqrt{\lambda_a}$$

che è sempre positiva per $p=0$, e lo rimane fino al valore

$$p = \frac{2c}{\sqrt{\lambda_a}} \quad (11)$$

Dalla (10-10) ponendo $\sigma_a=0$ si ha l'altezza della zona in cui σ_a è di trazione:

$$h_0 = \frac{2c}{\gamma \sqrt{\lambda_a}} - \frac{p}{\gamma} \quad (12)$$

La h_0 è l'altezza limite consentita ad uno sbancamento a scarpa verticale senza opere provvisorie di sostegno; essa in pratica deve essere adottata con un opportuno coefficiente di sicurezza. In terreni incoerenti la h_0 risulta sempre nulla o negativa, e quindi non è possibile in tali terreni eseguire tagli a scarpa verticale.

Il diagramma σ_a è nel caso più generale sovrapposizione di un diagramma triangolare

$$\sigma_a = -\lambda_a \gamma h \quad (f)$$

e di due diagrammi rettangolari

$$\begin{aligned} \sigma_a &= -p \lambda_a \\ \sigma_a &= 2c \sqrt{\lambda_a}; \end{aligned} \quad (g)$$

il diagramma risultante è in generale trapezio. Si osserva dalle (g) che la coesione equivale ad un sovraccarico fittizio

$$p_{ca} = -\frac{2c}{\sqrt{\lambda_a}} \quad (13)$$

pari al valore (10-11); agli effetti delle σ_a , mentre il sovraccarico le incrementa, la coesione le decurta.

Alcuni autori consigliano di tener conto della coesione assimilando il terreno ad un materiale incoerente e maggiorando nello stesso tempo l'angolo di attrito; è appena necessario dire che così facendo si ottiene un diagramma di forma ed inclinazione molto lontani dal vero, e tutto ciò senza giustificazione alcuna.

Dai diagrammi della fig. 10-12 si deduce come sia scorretta la pratica corrente di contenere con opere provvisionali di sostegno solo la parte superiore di una scarpa, onde avere alla base spazio libero per effettuare lavori di trincea o altro (fig. 10-13 a); invece la zona da armare è proprio quella inferiore, ove più elevate sono le spinte del terreno (fig. 10-13 b).

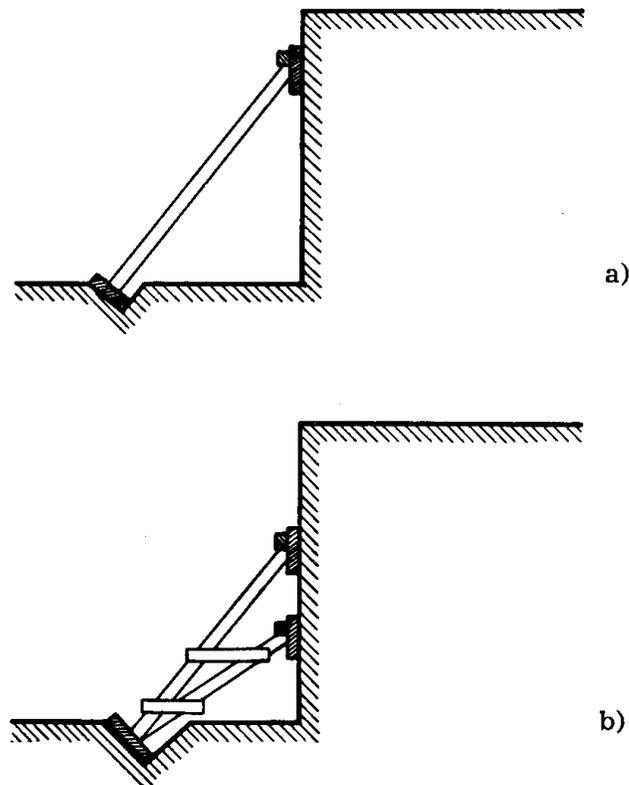


FIG. 10-13

Se i due diaframmi AC e BD si avvicinano (fig. 10-14) la tensione σ_η nella direzione η aumenta in valore assoluto se di compressione, diminuisce se di trazione; la σ_ξ rimane invariata, la σ_η è principale, e può giungere (fig. 10-7) fino al valore σ_p . A tale punto il terreno entra in crisi, e si frattura secondo i piani ortogonali al piano $\xi\eta$ e le cui tracce, su tale piano, sono le parallele alle rette $P_p C_p$ e $P_p D_p$, inclinate di $45^\circ + \varphi/2$ sulla verticale.

Il terreno è in stato plastico di equilibrio, e tale stato — derivante da

accorciamenti orizzontali — è chiamato *stato passivo di Rankine* o *stato di equilibrio limite inferiore*. Ponendo

$$\lambda_p = \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) > 1 \quad (14)$$

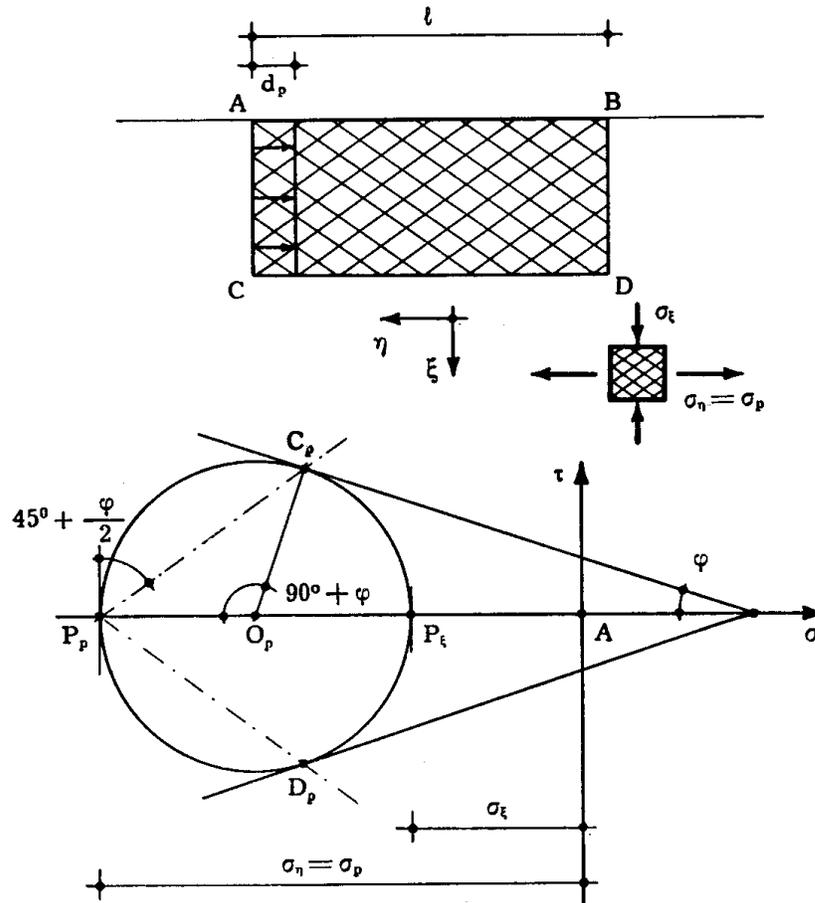


FIG. 10-14

dalla seconda delle (10-5) si trae

$$\text{terreni incoerenti senza sovraccarico} \quad \sigma_p = -\lambda_p \gamma h \quad (15)$$

$$\text{terreni incoerenti con sovraccarico} \quad \sigma_p = -\lambda_p (\gamma h + p) \quad (16)$$

$$\text{terreni coerenti senza sovraccarico} \quad \sigma_p = -\lambda_p \gamma h - 2c \sqrt{\lambda_p} \quad (17)$$

$$\text{terreni coerenti con sovraccarico} \quad \sigma_p = -\lambda_p (\gamma h + p) - 2c \sqrt{\lambda_p} \quad (18)$$

La costante λ_p è il *coefficiente di equilibrio limite superiore* o *coefficiente di spinta passiva*, e dipende solo dall'angolo di attrito interno.

3. La spinta delle terre.

Si prenda in esame il caso in cui il diaframma della fig. 10-11 sempre indefinito nel senso dell'asse ζ , sia limitato al tratto AC, e ruoti verso l'esterno intorno ad una retta normale al piano $\xi\eta$ e di traccia C

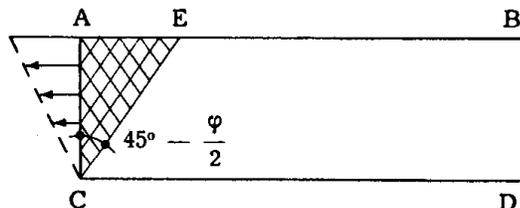


FIG. 10-16

(fig. 10-16). Nel bordo A l'allungamento raggiunga il valore di crisi, pari al valore d_a/l , ove d_a è lo spostamento relativo tra i due diaframmi AC e BD della fig. 10-11 al momento della crisi.

Una possibile soluzione è che la crisi si abbia su tutta l'altezza AC, purchè la larghezza secondo η della parte di terreno interessata alla crisi sia proporzionale agli spostamenti di AC, e cioè alla distanza da C; in tal caso infatti gli allungamenti sono uguali su tutta l'altezza, e pari a quello di crisi. E cioè il terreno che entra in crisi è il prisma la cui sezione retta è un triangolo AEC di vertice C.

L'apertura di tale triangolo in C è $45^\circ - \varphi/2$, perchè tale è l'inclinazione dei piani di crisi nell'equilibrio limite inferiore.

Lo stato tensionale nella zona ACE è nelle ipotesi fatte quello della condizione di equilibrio limite inferiore, ed è fornito quindi dalle (10-7) ... (10-10).

Si osservi che il movimento del diaframma con rotazione intorno allo spigolo inferiore è caratteristico dei muri di sostegno, che in genere cedono per eccesso di sollecitazione sul terreno al bordo esterno dello zoccolo.

Si badi pure che da quanto sopra emerge che la scarpa naturale di un terreno con superficie di separazione orizzontale — una volta superata l'altezza critica h_0 (10-12), se il terreno è coerente — è inclinata di $45^\circ + \varphi/2$ sull'orizzontale, quale che sia la coesione.

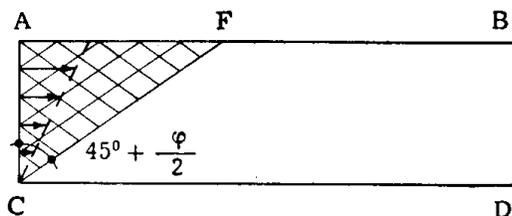


FIG. 10-17

Se il diaframma AC ruota intorno a C verso l'interno (fig. 10-17) si possono ripetere i ragionamenti precedenti; la zona AFC interessata dallo

stato di equilibrio limite superiore è il triangolo di apertura, in C, $45^\circ + \varphi/2$, e lo stato tensionale è fornito dalle (10-15) ... (10-18).

Il suddetto movimento del diaframma è caratteristico nei cedimenti

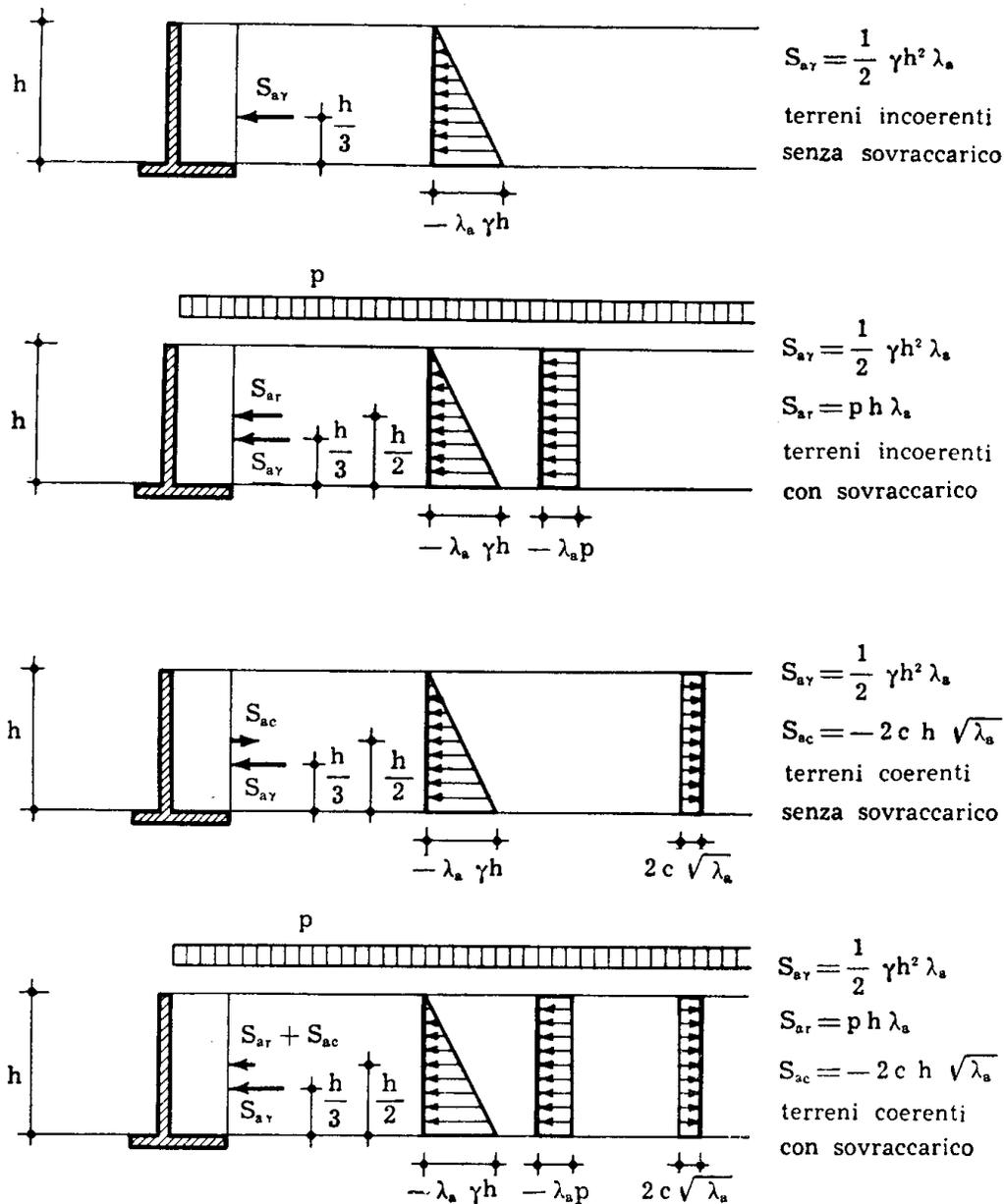


FIG. 10-18

delle spalle dei ponti ad arco, dove il suolo è in genere più sollecitato al bordo della fondazione più lontano dal manufatto.

Si è ora in grado di calcolare le spinte esercitate dal terreno sui manufatti o viceversa. Nel caso del muro di sostegno si è nello stato di

equilibrio limite inferiore; infatti se il muro cede, ruota verso l'esterno, e lo stato tensionale tende a quello limite inferiore, cui perciò il muro va proporzionato. Se il terreno è privo di coesione, e non ha sovraccarico, la spinta è fornita (fig. 10-18), per una larghezza del muro unitaria, da

$$S_{ar} = \frac{1}{2} \gamma h^2 \lambda_a \quad (20)$$

ed è applicata ad $h/3$ dalla base.

Il sovraccarico p genera una spinta

$$S_{ar} = p h \lambda_a \quad (21)$$

applicata ad $h/2$ dalla base; la coesione genera a sua volta una spinta

$$S_{ac} = -2 c h \lambda_a \quad (22)$$

applicata anch'essa ad $h/2$ dalla base, e diretta verso il terreno. Dalle (10-20), (10-21) e (10-22) si osserva che il sovraccarico può aggravare di molto le condizioni statiche del muro, anche perchè la spinta ad esso inerente è applicata più in alto di quella dovuta al terreno, mentre la coesione le migliora notevolmente, per le stesse ragioni.

Se il terreno è coerente, è consigliabile, nel calcolo delle spinte, trascurare le σ_a di trazione; secondo *Terzaghi*, poi, nel calcolo della spinta negativa dovuta alla coesione è bene assumere per c un valore pari ai $3/4$ di quello sperimentale, perchè la coesione diminuisce in condizioni di moto incipiente.

Nel caso della spalla di una struttura spingente si è nello stato di equilibrio limite superiore; infatti la spalla cede, ruota verso l'interno del terrapieno, e lo stato tensionale tende a quello limite superiore.

Per terreno privo di coesione e senza sovraccarico, la spinta è fornita (fig. 10-19), per una larghezza unitaria, da

$$S_{pr} = \frac{1}{2} \gamma h^2 \lambda_p \quad (23)$$

ed è applicata ad $h/3$ dalla base.

Il sovraccarico p genera una spinta

$$S_{pr} = p h \lambda_p \quad (24)$$

applicata ad $h/2$ dalla base; la coesione una spinta

$$S_{pc} = 2 c h \sqrt{\lambda_p} \quad (25)$$

applicata anch'essa ad $h/2$ dalla base.

Sia il sovraccarico che la coesione incrementano la spinta passiva.

Si tenga presente che, prima che siano attinti i valori della spinta attiva o passiva, il diaframma rappresentante l'opera spinta o spingente

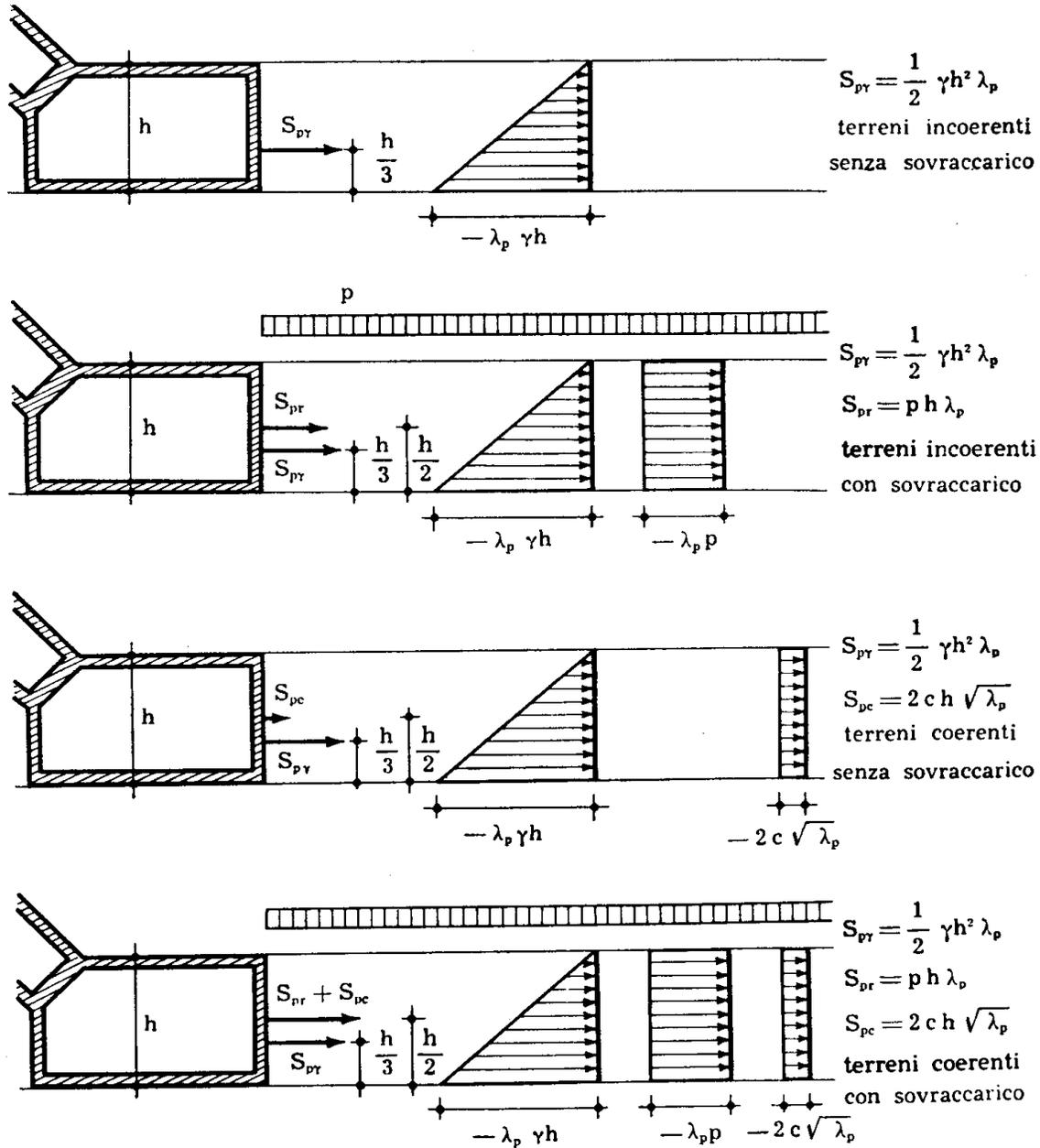


FIG. 10-19

deve presentare notevoli spostamenti; è prudente perciò, nei casi in cui si esegue un'opera per la quale si tollerano solo piccoli spostamenti — per esempio nelle opere in conglomerato armato, nelle quali oltre tutto fessurazioni esterne possono portare alla corrosione delle armature — tener conto di ciò incrementando opportunamente λ_a e decurtando λ_p .

quadrata 1×1 , e l'area della faccia EF ; poichè $1/\cos \varepsilon$ è l'area della faccia EF , si ha

$$t_n = (-\gamma h - p) \cos \varepsilon . \quad (l)$$

Infatti sulle due facce CE e DF agiscono due forze uguali e contrarie, per il principio di ripetizione.

Dalla (l) si trae

da cui

$$\left. \begin{array}{l} t_{no} = 0 \\ t_{on} = 0 \end{array} \right\} \quad \underline{t_{ne} = t_{en}}$$

e cioè le tensioni sulle facce GE e HF sono parallele al piano limite.

Sull'elemento EF parallelo al piano limite è

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_n = (-\gamma h - p) \cos^2 \varepsilon \\ \tau_{ns} = (-\gamma h - p) \cos \varepsilon \sin \varepsilon \end{array} \right. \quad (m)$$

$$\tau_{nt} = 0 ;$$

per il punto P_e di coordinate $\sigma_n \tau_{ns}$ (con i segni che competono ad esse secondo le convenzioni di Mohr) deve passare il cerchio di Mohr di qualsiasi stato tensionale relativo ad ogni punto a quota h , perchè sull'elemento EF le tensioni sono, in qualsiasi stato di equilibrio, sempre le (m). Il cerchio passante per P_e e tangente a destra di P_e alle due rette della curva intrinseca del terreno definisce lo stato limite attivo. Lo stato tensionale sull'elemento verticale è fornito dalle coordinate (con i segni che ad esse competono secondo le convenzioni classiche) del punto P_a intersezione del cerchio con la retta passante per P_e e parallela alla traccia del piano limite; e infatti, se si suppone conosciuto tale stato, ed il punto P_a ad esso relativo si assume come polo del cerchio (se cioè si suppone la traccia dell'elemento verticale diretta secondo l'asse delle τ), la parallela ad EF (e cioè ad s) per P_a deve intersecare il cerchio nel punto P_e di coordinate σ_n e τ_{ns} .

Sono così definite le direzioni delle tracce dei piani di crisi $P_a C_a$ e $P_a D_a$, nel riferimento in cui la verticale coincide con l'asse delle τ , nonchè le direzioni principali ξ ed η . Se σ_a e τ_a sono le coordinate di P_a , poichè

$$\frac{\sigma_a}{\tau_a} = \operatorname{tg} \varepsilon = \frac{\sigma_n}{\tau_{ns}} ,$$

si deduce che la retta $P_e P_a$ passa per l'origine A .

Dalla (10-29) si trae che basta calcolare il valore di t_a per due quote, per esempio sul piano AB e ad una quota h generica, per ottenere il diagramma completo delle t_a (fig. 10-22) su un piano verticale.

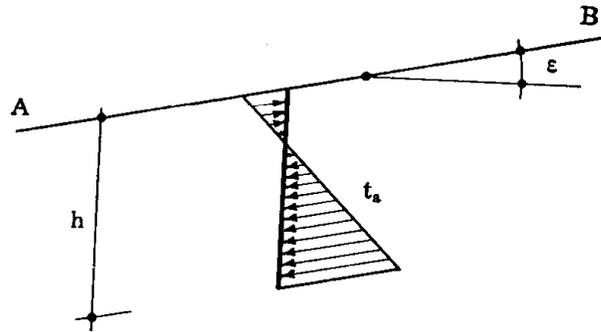


FIG. 10-22

Dalla fig. 10-21 si ha che la massima pendenza che può attingere un piano indefinito che limiti il terreno è data dall'angolo di attrito interno

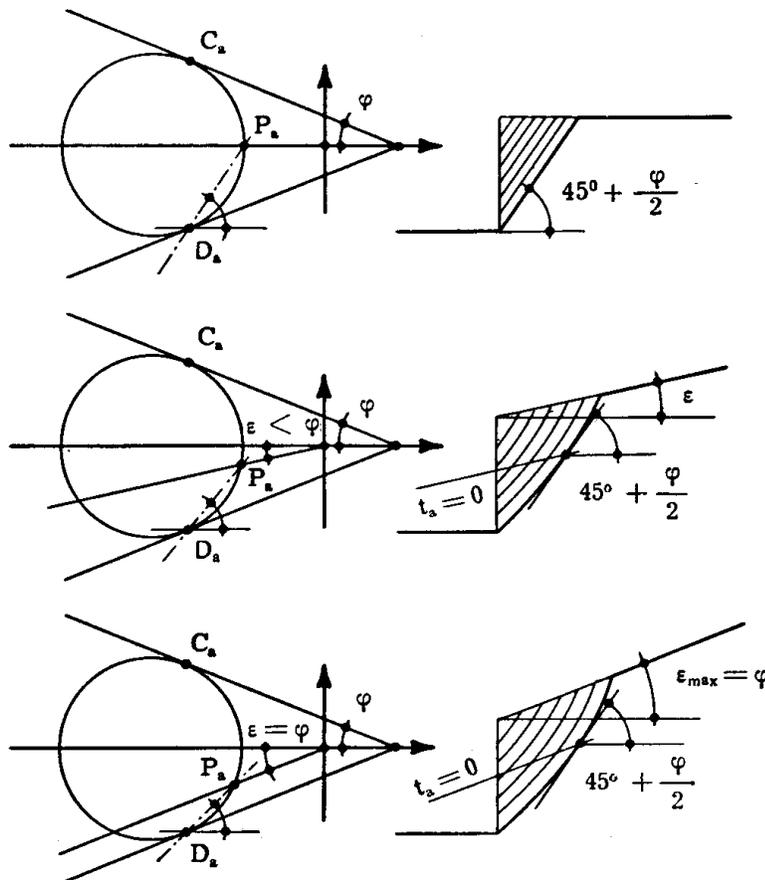


FIG. 10-23

ϕ , per qualsiasi valore della coesione del terreno; infatti il punto P_s , quale che sia il valore di h , non può trovarsi fuori della zona compresa

tra le due rette cui si assimila la curva intrinseca. Ciò non è in contraddizione con il fatto che la pendenza della zona che si distacca in stato attivo quando si esegue una scarpa verticale di altezza $h > h_0$ (10-12) è pari a $45^\circ + \varphi/2$ (e quindi maggiore di φ) per $\varepsilon = 0$, e minore di $45^\circ + \varphi/2$, ma sempre maggiore di φ , per $\varepsilon > 0$ (fig. 10-23); infatti in tal caso la superficie limite del terreno è composta, a smottamento avvenuto, da due superfici distinte. Si osserva che la possibilità di una scarpa con pendenza superiore a φ quando il terreno è inclinato di $\varepsilon = \varphi$ è dovuta alla presenza della coesione; per $c = 0$ (fig. 10-24) risulta, per $\varepsilon = \varphi$, $P_a = D_a$, e quindi il cuneo di distacco ha pendenza pari a φ .

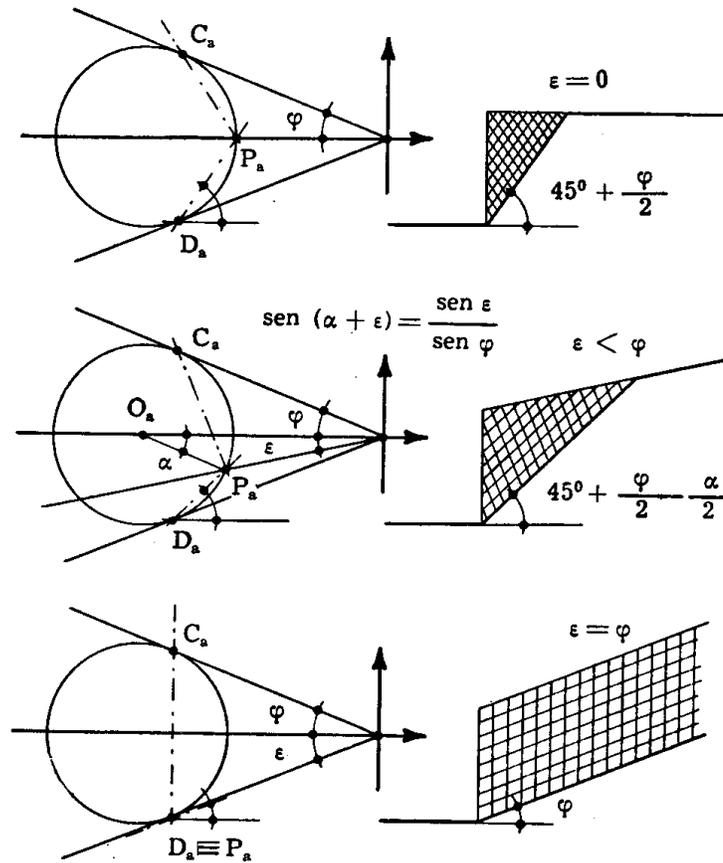


FIG. 10-24

E' immediato il tracciamento delle tensioni relative ad un piano qualsiasi simmetrico rispetto alla direzione di massima pendenza, e la cui traccia CE sia inclinata di un angolo β sulla verticale (fig. 10-25); alla quota generica h , tracciato il segmento AP_e ed il cerchio relativo allo stato attivo passante per P_e , da P_a si tira la parallela a CE, e si interseca il cerchio in P_{na} ; le coordinate di P_{na} sono σ_{na} e τ_{na} .

Ottenuti σ_{na} e τ_{na} in due punti, per esempio sul piano di separazione

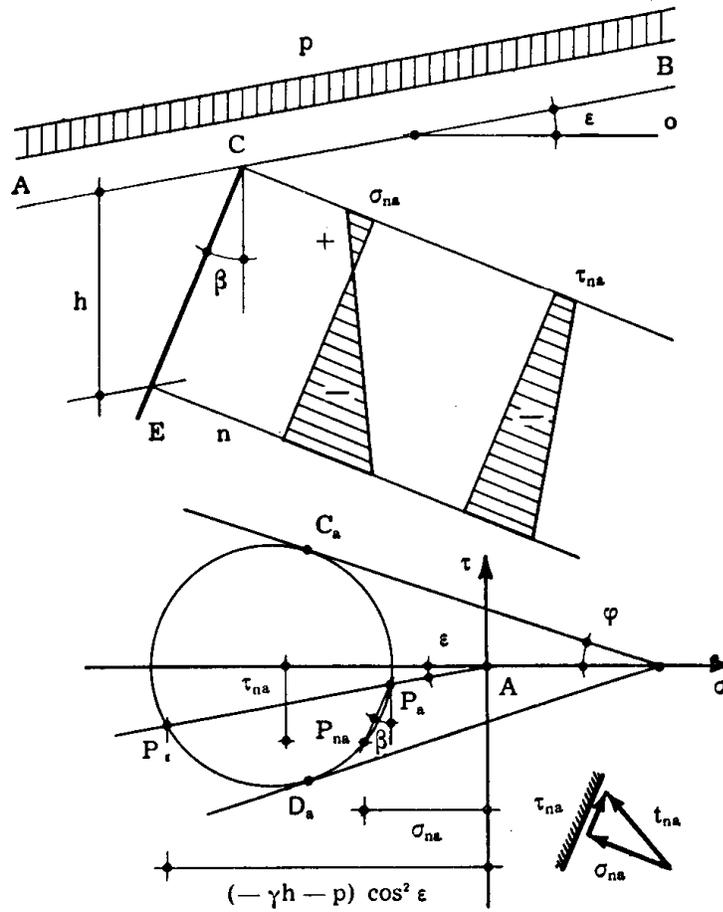


FIG. 10-25

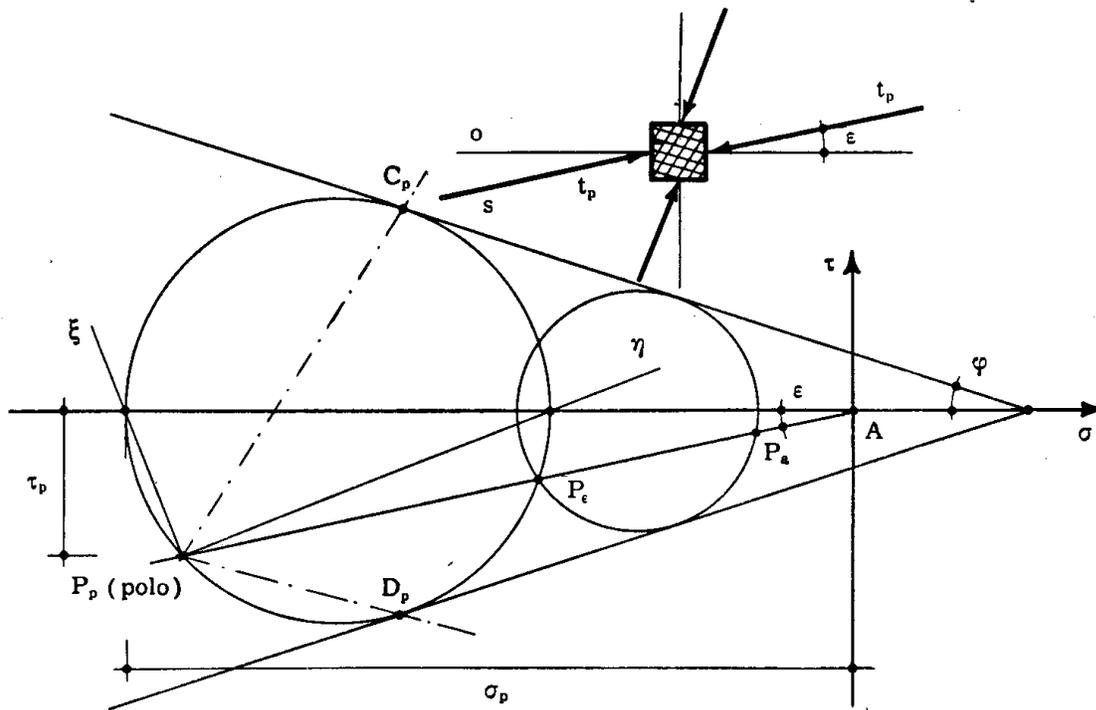


FIG. 10-26

e alla quota h generica, poichè i diagrammi σ_{na} e τ_{na} sono lineari con h , si può passare senz'altro al loro tracciamento (σ_n e τ_n su un qualsiasi ele-

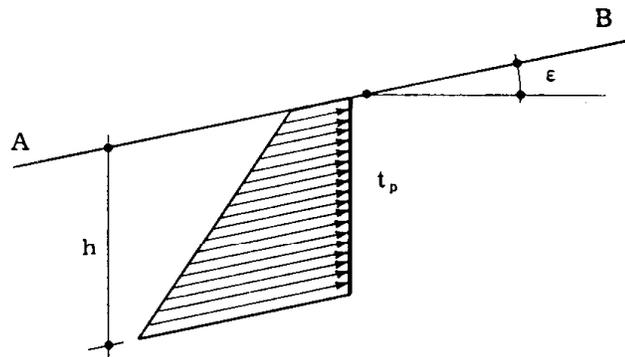


FIG. 10-27

mento piano di giacitura prefissata variano linearmente con le componenti

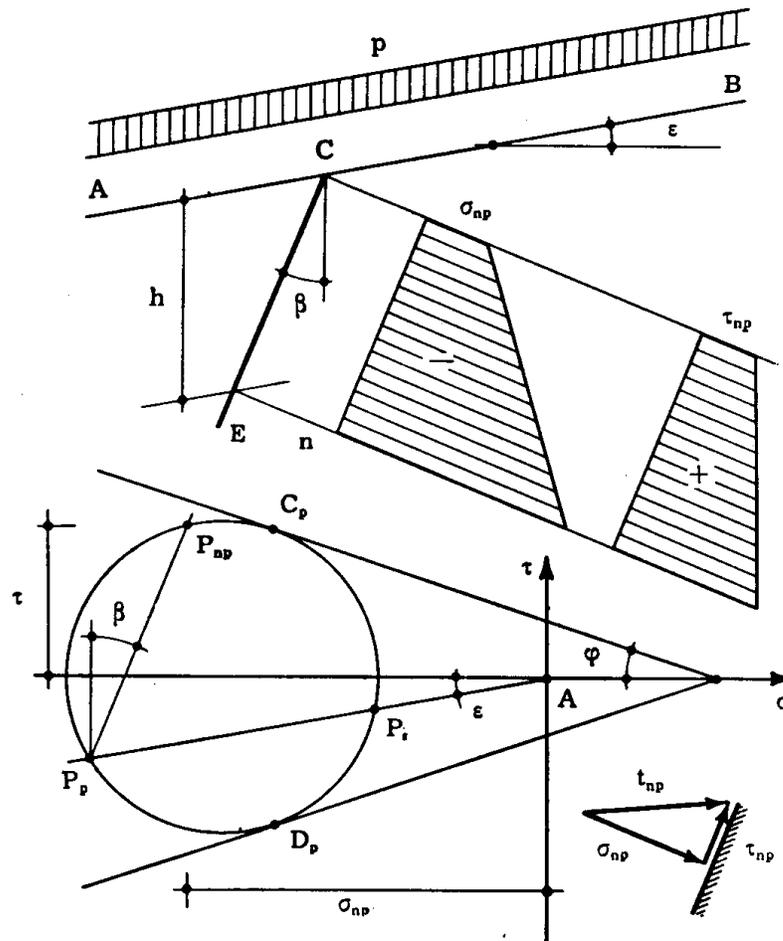


FIG. 10-28

di tensione σ_a , σ_e , τ_a , τ_e , e quindi con h).

Le considerazioni fatte finora in relazione allo stato attivo sono imme-

diatamente estensibili allo stato passivo. Nella fig. 10-26 è riportato il cerchio relativo a tale stato; esso passa sempre per P_ϵ , ed è tangente alla bilatera intrinseca a sinistra di P_ϵ , in C_p e D_p . Le coordinate del punto P_p ove AP_ϵ interseca il cerchio, prese con il segno che loro compete secondo la convenzione classica, sono la σ_p e la τ_p sull'elemento verticale; le rette $P_p C_p$ e $P_p D_p$ sono le direzioni di crisi.

Il diagramma delle tensioni t_p su un piano verticale (fig. 10-27) è definito una volta avute le t_p a due quote generiche.

Se il piano CE su cui si desiderano le tensioni è inclinato di β sulla verticale (fig. 10-28), la costruzione della t_{np} ad una quota generica si effettua disegnando prima il punto P_ϵ , funzione di h , poi il cerchio dello stato limite passivo, quindi P_p ; da questo si tira la parallela a CE, che interseca il cerchio in P_{np} . Le coordinate di P_{np} sono le σ_{np} e τ_{np} alla quota h .

Ottenute le σ_{np} e τ_{np} a due quote diverse, si tracciano i diagrammi completi delle σ_{np} e τ_{np} , poichè questi sono lineari.

5. Superficie limite del terreno di forma qualsiasi.

Il terreno sia limitato da una superficie cilindrica avente per direttrice una curva AB qualsiasi (fig. 10-29). Se la superficie limite nell'am-

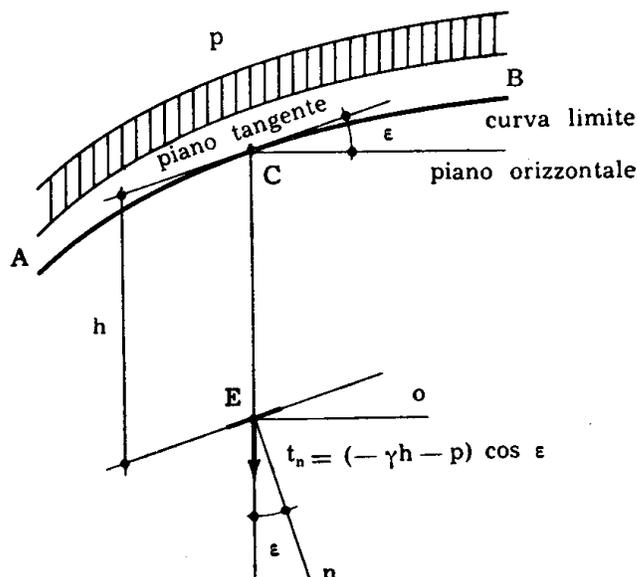


FIG. 10-29

bito delle dimensioni della quota h non presenta forti scostamenti dal piano tangente, si può supporre che lungo un piano verticale CE parallelo

alle generatrici della superficie limite lo stato tensionale sia lo stesso che si avrebbe in presenza di un terreno con superficie limite piana inclinata di ε , ove ε è l'inclinazione della superficie limite sull'orizzontale in corrispondenza del piano in esame. Valgono perciò in tal caso, con riferimento ai piani verticali, tutti i risultati del paragrafo 10-4. Su un piano sempre parallelo alle generatrici della superficie limite, ma inclinato di β sulla verticale, la variazione delle σ_n e τ_n non è più lineare; perciò i diagrammi delle σ_n e τ_n vanno tracciati calcolando i valori punto per punto.

Si tenga presente comunque che l'ipotesi $t_{no} = 0$ non è in contraddizione con le condizioni di equilibrio.

6. La spinta delle terre in presenza di superficie limite del terreno qualunque, e di manufatto con parete non verticale.

Nel § 10-3 si sono forniti i valori della spinta attiva e passiva nel caso più semplice di manufatto con parete verticale e di terreno limitato da un

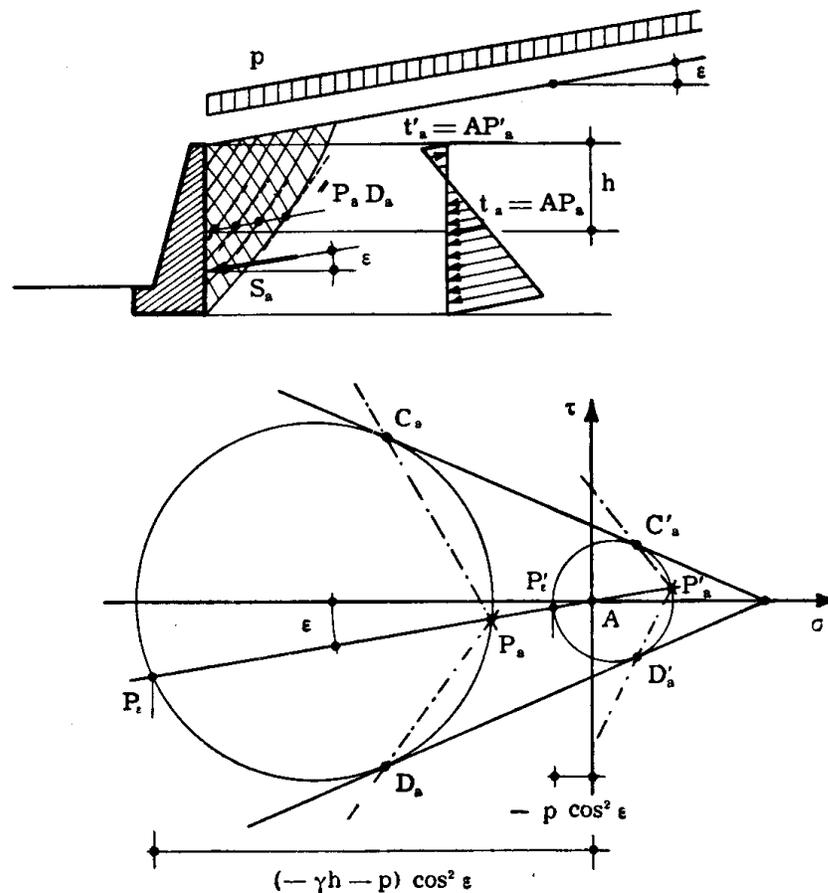


FIG. 10-30

piano orizzontale. Le considerazioni dei paragrafi 10-4 e 10-5 consentono di calcolare i valori della spinta attiva e passiva e le curve di distacco

una quota h generica fornisce i diagrammi σ_{na} e τ_{na} , da cui si traggono le componenti della S_a normale e parallela alla parete, e quindi la S_a . Se la parete interna del muro è curva (fig. 10-32) la costruzione della

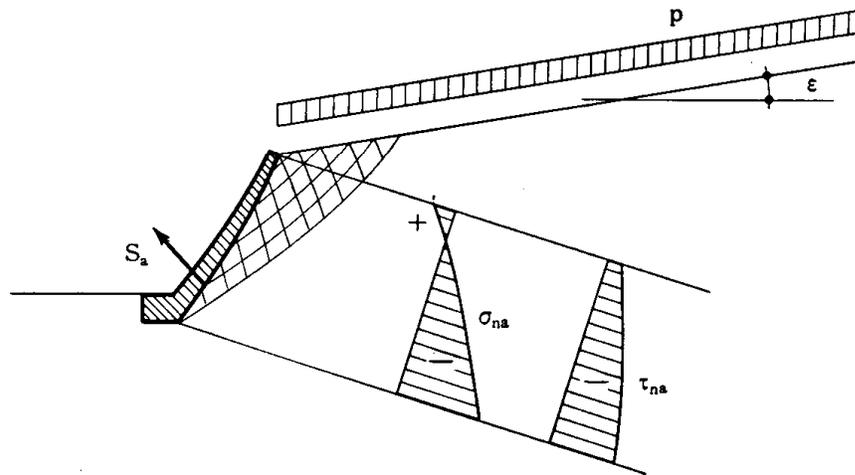


FIG. 10-32

fig. 10-25 deve essere ripetuta alle varie quote, perchè i diagrammi delle σ_{na} e τ_{na} non sono più lineari, essendo variabile l'inclinazione della retta $P_a P_{na}$. Se infine la superficie limite del terreno non è piana (fig. 10-33),

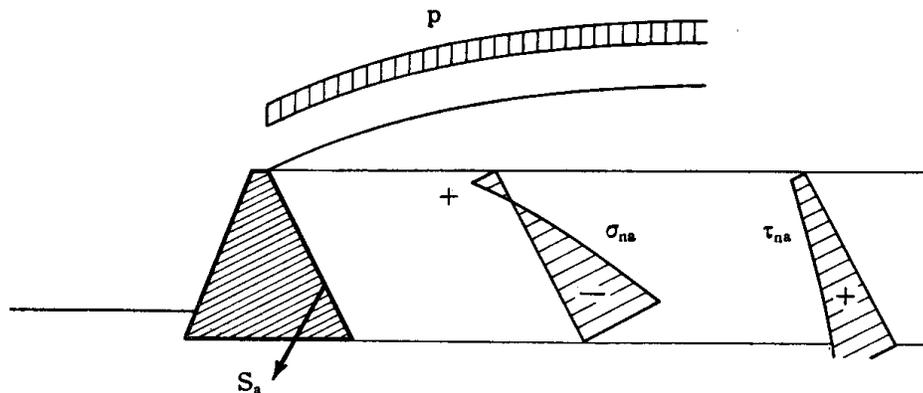


FIG. 10-33

la costruzione della fig. 10-25 va eseguita, anche se la parete è piana, alle varie quote, perchè i diagrammi delle σ_{na} e τ_{na} non sono più lineari, per la variabilità di ϵ .

Si noti che se la parete è inclinata rispetto alla verticale di un angolo il cui segno sia quello della fig. 10-34, conviene ridursi nel calcolo della spinta al caso della fig. 10-31, con ϵ pari al valore dell'inclinazione della

superficie limite in corrispondenza del muro; non si attinge infatti maggiore precisione prolungando idealmente la curva di separazione al di là del muro.

In presenza di stato passivo il calcolo della spinta passiva S_p e della

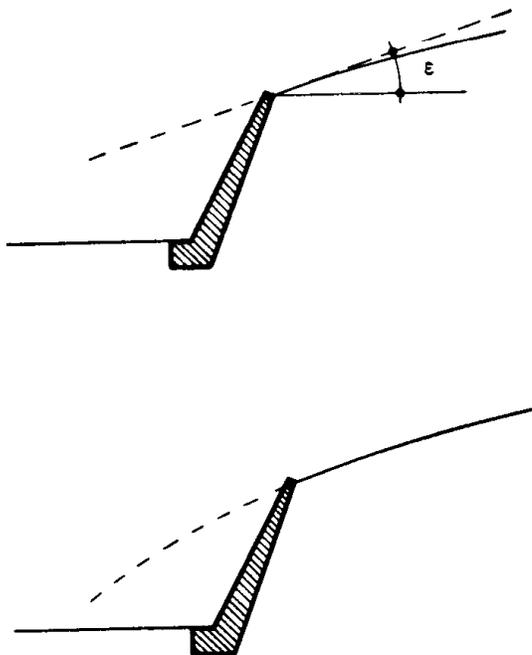


FIG. 10-34

zona di terreno interessata si svolge in maniera del tutto analoga a quanto già eseguita in presenza di stato attivo.

7. Influenza dell'attrito tra muratura e terreno.

Molti autori ritengono debba tenersi conto del fatto che, durante la rotazione del manufatto, il terreno aderente alla parete scorre lungo questa, verso il basso nello stato attivo e verso l'alto nello stato passivo; ciò comporta delle azioni tangenziali la cui risultante T , pur senza spostare il punto d'applicazione della spinta S in corrispondenza della parete, ne fa variare l'inclinazione e l'intensità. Se l'angolo d'attrito fra il terreno e la muratura ha il valore δ , si può ammettere, nel caso di parete piana, che la risultante R di S e T debba sempre essere inclinata dell'angolo δ sulla verticale alla parete (fig. 10-35); se il terreno è ubicato a destra del manufatto, e l'angolo δ si considera positivo se R è ruotata in senso antiorario sulla normale n , δ è positivo in genere nello stato attivo, e negativo in quello passivo.

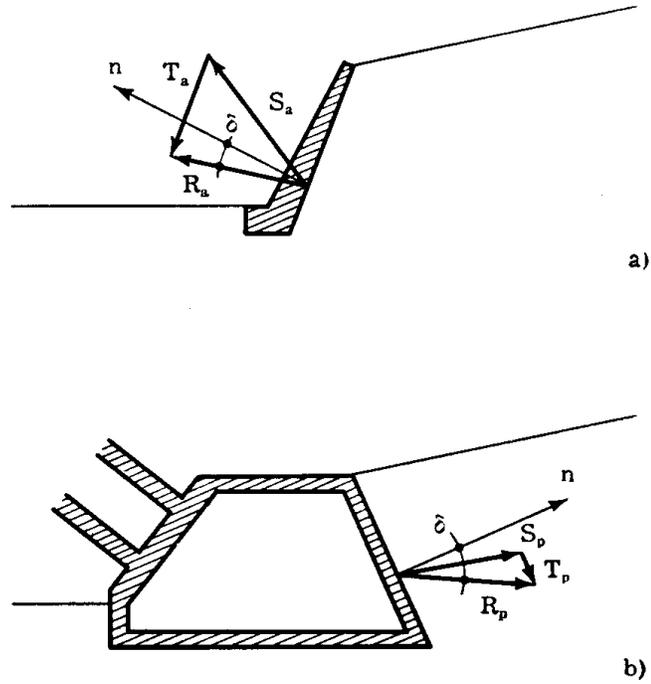


FIG. 10-35

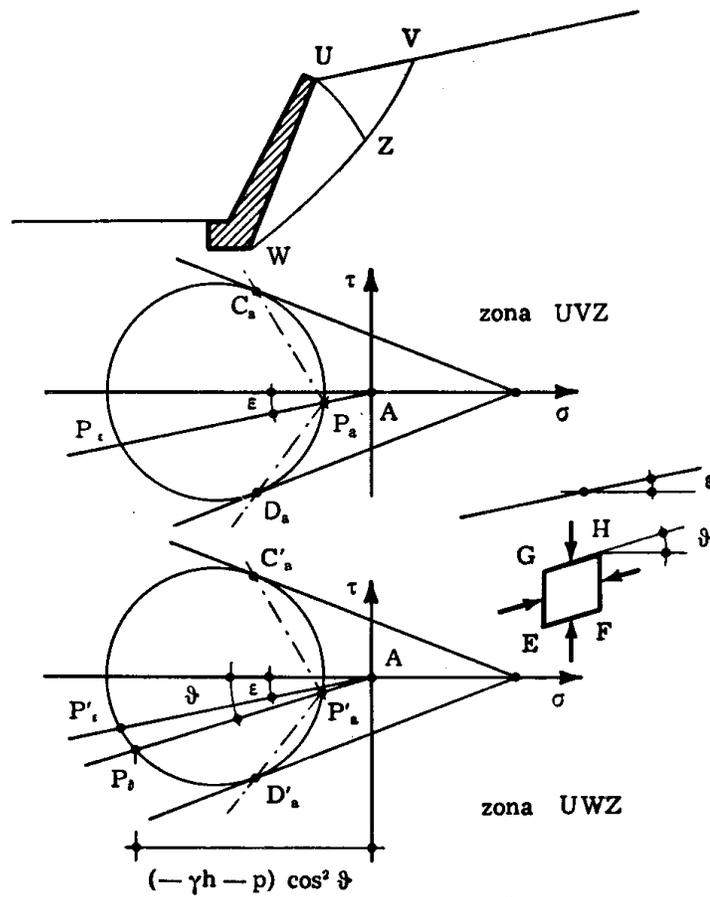


FIG. 10-36

Quanto sopra permette di ottenere immediatamente T ed R, una volta conosciuti S e δ .

Le linee di frattura si determinano nel caso della spinta attiva con la costruzione della fig. 10-20 nella zona UVZ dove non si risente più l'effetto dell'attrito tra terreno e parete (fig. 10-36); nella zona UWZ, ove invece tale influenza esiste, le linee sono da determinarsi come se ε fosse variabile. L'andamento delle linee nella seconda zona si può prevedere in base alla seguente osservazione. In un punto generico della zona UWZ la costruzione della fig. 10-20 cade in difetto, perchè sulla faccia verticale HF dell'elemento esiste un τ supplementare, dovuta all'influenza del-

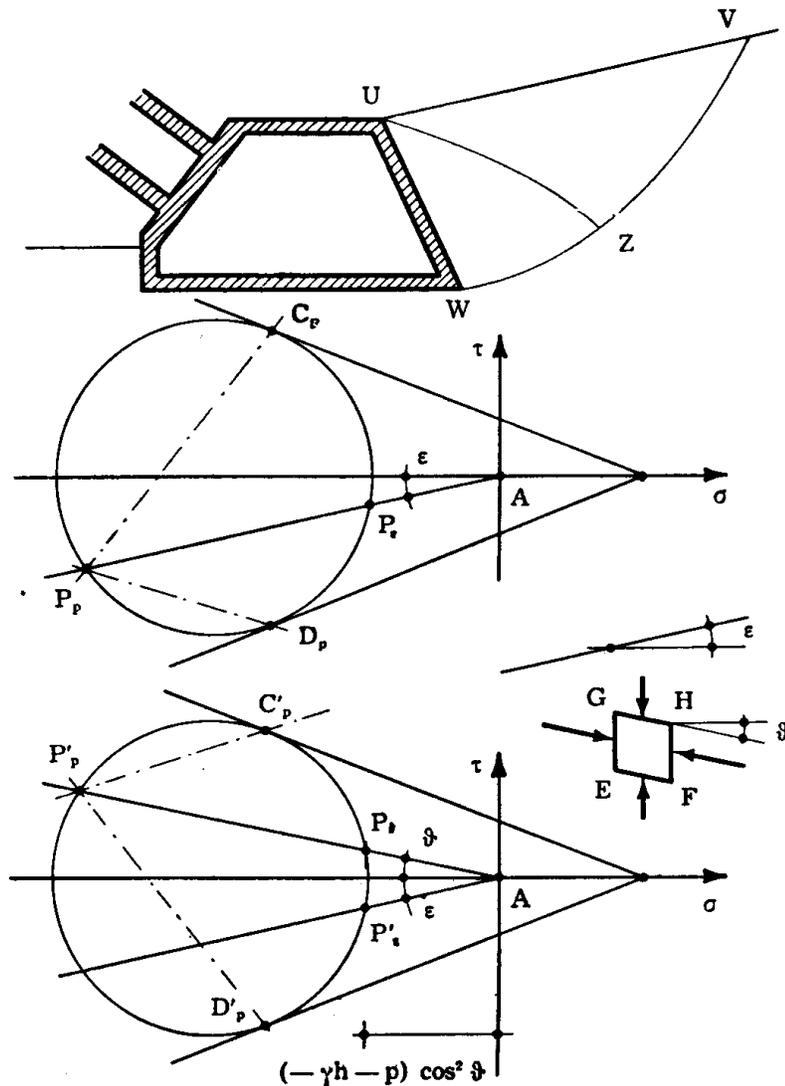


FIG. 10-37

l'attrito fra terreno e parete, che nello stato attivo è diretta verso il basso; la tensione sulla faccia HF è perciò inclinata di un angolo ϑ maggiore

di ε sull'orizzontale. Quindi la faccia GH su cui la tensione è verticale è la faccia inclinata di ϑ sull'orizzontale, e il punto P_1 ad esso relativo è ubicato sulla retta passante per A ed inclinata di ϑ sull'asse delle σ (fig. 10-36). Poichè ϑ è maggiore di ε , la retta $P'_a D'_a$ è più inclinata della $P_a D_a$ sulla verticale, e la retta $P'_a C'_a$ è meno inclinata della $P_a C_a$ sulla verticale. L'angolo ϑ ad una certa quota h varia con la distanza dalla parete, da un massimo pari a δ in corrispondenza della parete al valore ε sulla linea UZ. La linea UZ si può determinare con la costruzione della fig. 10-30, a partire da V.

Nel caso della spinta passiva la costruzione che fornisce le linee di frattura nella zona UZV ove non si risente l'influenza dell'attrito parete-terreno è quella della fig. 10-26. Nella zona UWZ ove la suddetta influenza esiste (fig. 10-37) occorre tener presente che sulla faccia verticale HF dell'elemento la τ supplementare è diretta verso l'alto; la tensione sulla stessa faccia è perciò inclinata sull'orizzontale di un angolo ϑ che è minore di ε , e può invertirsi di segno rispetto ad ε . L'angolo ϑ varia con la distanza dalla parete da un massimo che è pari a δ , e quindi negativo, al valore ε (positivo) sulla linea UZ. Nella fig. 10-38 è riportata l'anda-

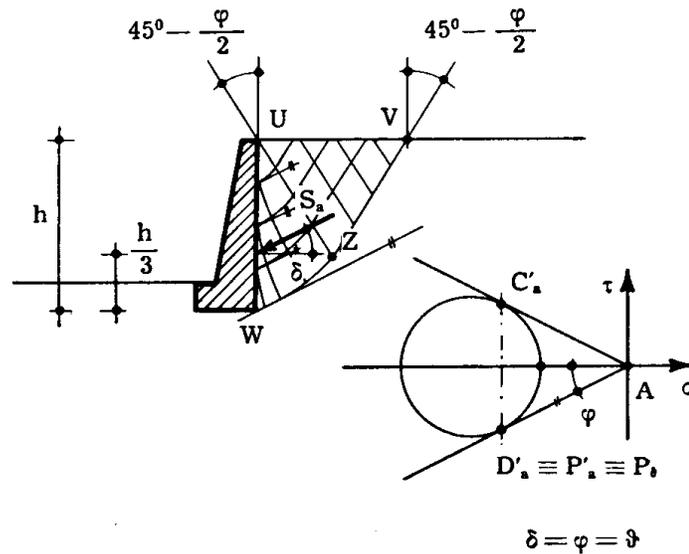


FIG. 10-38

mento delle linee di frattura in stato attivo per un terreno sabbioso ($c=0$) nel caso di parete verticale e piano limite orizzontale, e nell'ipotesi $\delta=\varphi$; in corrispondenza della parete, ove $\vartheta=\delta$, le linee di frattura sono verticali, o inclinate di φ sull'orizzontale.

Nella fig. 10-39 è riportato lo stesso caso in stato passivo; le linee di frattura in corrispondenza della parete sono verticali, o inclinate di $-\varphi$ sull'orizzontale.

Lo stesso accade, nello stato passivo, se la componente di attrito fra manufatto e terreno supera la somma del peso del manufatto e della componente verticale delle altre forze che su di esso insistono (fig. 10-41).

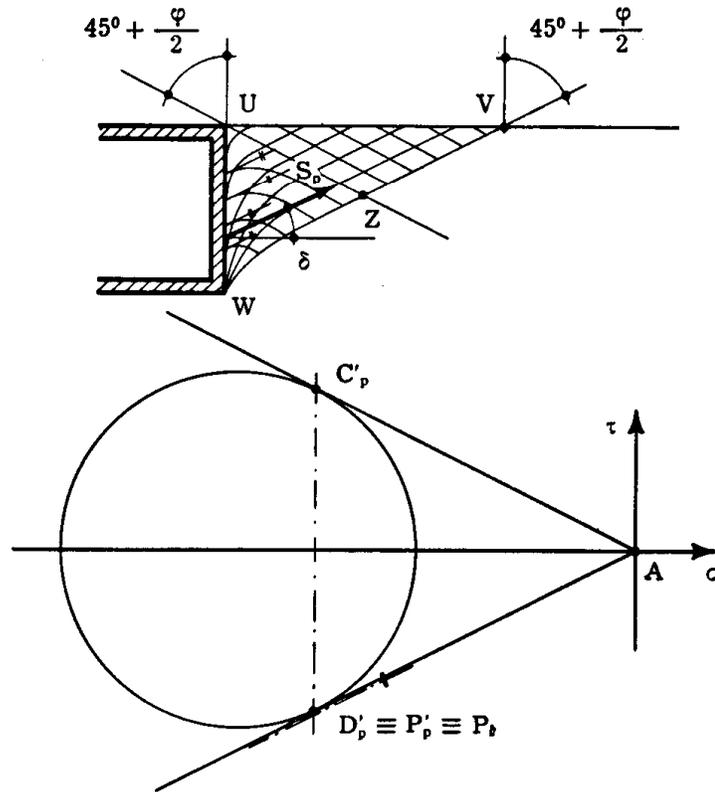


FIG. 10-41

La determinazione sperimentale dell'angolo di attrito fra muratura e terreno è molto laboriosa ed incerta; comunque è assodato che δ è sempre inferiore all'angolo φ di attrito interno del terreno. Alcuni autori consigliano di assumere

$$\delta = \frac{3}{4} \varphi$$

in assenza di sovraccarico, e

$$\delta = \frac{1}{2} \varphi$$

in presenza di sovraccarico; altri autori consigliano

$$\delta = \frac{2}{3} \varphi .$$

Si tenga presente però che molto spesso il terreno e la parete sono separati da un drenaggio; inoltre l'attrito fra terreno e muratura può entrare in gioco solo se si induce tra essi un movimento relativo, solo quindi se il muro presenta spostamenti tali da consentire tale movimento. Poichè in genere l'introduzione dell'angolo δ migliora le condizioni statiche, è opportuno tener conto di δ solo nei casi in cui l'azione dell'attrito si esercita senza ombra di dubbio.

8. Effetto di falda.

Se il terreno è umido per capillarità, la determinazione della spinta si esegue come detto nei paragrafi precedenti, adottando come peso specifico quello della terra umida; infatti l'acqua di capillarità non esercita spinte sulla parete. Se invece si è in presenza di acqua di falda, occorre tener in conto sia la diminuzione di peso dovuta all'acqua, che la pressione esercitata da questa, e pari a

$$-\gamma_w h_f$$

ove γ_w è il peso specifico dell'acqua ($\sim 1 \text{ t/m}^3$) ed h_f la quota relativa al livello di falda.

Il peso specifico del terreno immerso in acqua è pari a

$$\gamma_t = \gamma_s (1 - n) + \gamma_w n$$

dove n è la porosità, e γ_s il peso specifico medio dei costituenti solidi.

Si ricorda che si definisce *porosità* il rapporto

$$n = \frac{V_v}{V} \quad (30)$$

tra il volume dei vuoti ed il volume totale, ed *indice dei vuoti* il rapporto

$$e = \frac{V_v}{V - V_v} \quad (31)$$

tra il volume dei vuoti ed il volume della sostanza solida. Si verificano le relazioni

$$e = \frac{n}{1 - n} \quad (o)$$

$$n = \frac{e}{1 + e} \quad (p)$$

Se il terreno fosse idealmente costituito da sfere dello stesso diametro, n varierebbe dal 26 % al 47 %. Nelle terre reali, n si aggira sul 20 % per ghiaia e sabbie, sul 30 % per argille molto magre, sul 50 % per argille magre, sul 60 % per argille grasse, ed arriva all'80 % per il limo e la torba; per sabbie di granulometria uniforme n varia dal 30 % al 50%.

Se definisce *contenuto in acqua* w il rapporto tra il peso dell'acqua ed il peso della sostanza solida contenute nello stesso volume; esso si esprime in percentuale.

Si definisce *grado di saturazione* il rapporto

$$S_r = 100 \frac{e_w}{e} \quad (32)$$

dove e_w è il volume occupato dall'acqua per volume unitario di sostanza solida; anch'esso si esprime in percentuale.

Il *peso specifico del terreno* γ (o *peso specifico apparente o densità*) è il peso della sostanza solida e dell'acqua (ed eventualmente anche gas) contenuti nell'unità di volume; il *peso specifico medio dei costituenti solidi* γ_s (*peso specifico assoluto*) è il peso della sola sostanza solida rapportata al proprio volume.

Per $S_r = 0$ il peso specifico γ (*densità secca*) è fornito da

$$\gamma_d = (1 - n) \gamma_s ; \quad (32)$$

per $S_r = 100$ % il peso specifico γ (*densità satura*) è dato da

$$\gamma_t = (1 - n) \gamma_s + n \gamma_w \quad (33)$$

o anche da

$$\gamma_t = \gamma_s - n (\gamma_s - \gamma_w) .$$

Il peso specifico γ varia, a seconda del contenuto in acqua (di capillarità o di falda) da γ_d a γ_t ; esso può assumere i seguenti valori

Ghiaia asciutta	1,8 ÷ 2,0 t/m ³
» umida	1,9 ÷ 2,1 »
Sabbia asciutta	1,7 ÷ 2 »
» umida	1,9 ÷ 2,1 »
» bagnata	2,1 ÷ 2,3 »
Argilla sabbiosa	1,8 ÷ 2,2 »
» grassa	1,7 ÷ 2,3 »
Torba	1 »

Se il terreno è immerso nell'acqua di falda, al suo peso specifico deve sottrarsi, agli effetti della pressione σ_E , l'alleggerimento idrostatico; nell'espressione della σ_n deve perciò porsi, al posto di γ ,

$$\gamma' = \gamma_t - \gamma_w = \gamma_s (1 - n) + \gamma_w n - \gamma_w$$

e cioè

$$\gamma' = (\gamma_s - \gamma_w) (1 - n) . \quad (34)$$

La quantità γ' prende nome di *peso specifico del terreno sommerso*.

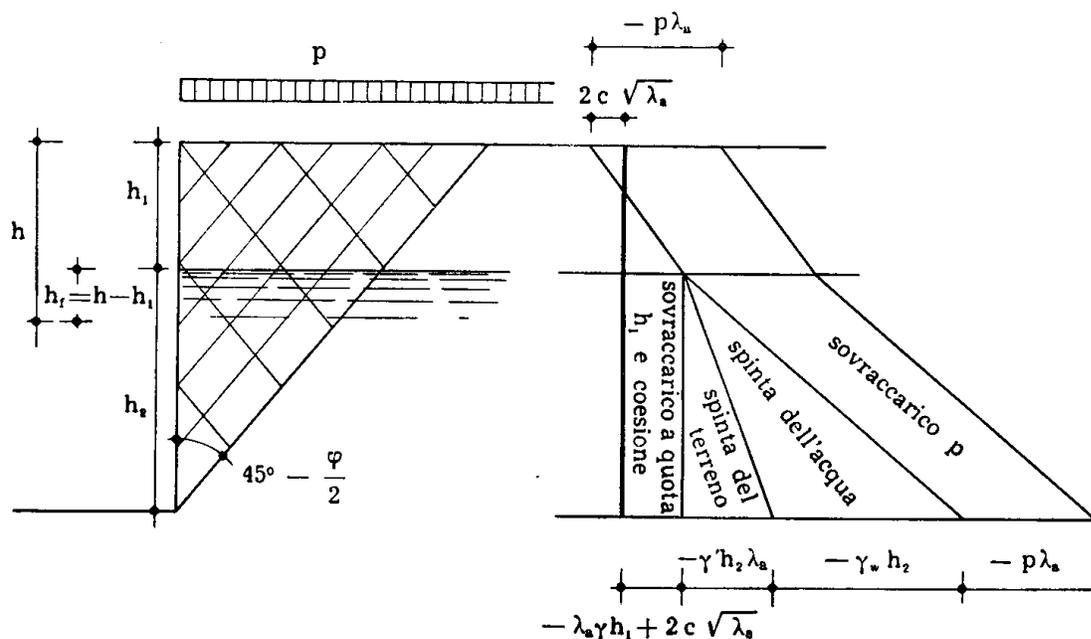


FIG. 10-42

Nel caso di piano limite orizzontale, e di falda a quota h_1 (fig. 10-42), per $0 \leq h \leq h_1$ è

$$\sigma_a = -\lambda_a (\gamma h + p) + 2c \sqrt{\lambda_a} ; \quad (35)$$

il tratto $h > h_1$ si considera come soggetto al sovraccarico $p + \gamma h_1$ agente a quota h_1 , e quindi in esso è

$$\sigma'_a = -\lambda_a [\gamma' (h - h_1) + p + \gamma h_1] + 2c \sqrt{\lambda_a} . \quad (36)$$

Alla σ'_a deve essere sommata la σ''_a dovuta alla spinta idrostatica

$$\sigma''_a = -\gamma_w (h - h_1) .$$

Secondo alcuni autori, se la falda ha un livello tale da interessare la zona ove $\sigma_a > 0$ in assenza di sovraccarico (fig. 10-43), si deve tener

conto che in tale zona il sovraccarico p è trasmesso alla parete dall'acqua, e quindi il termine σ_a ad esso corrispondente è pari a $-p$.

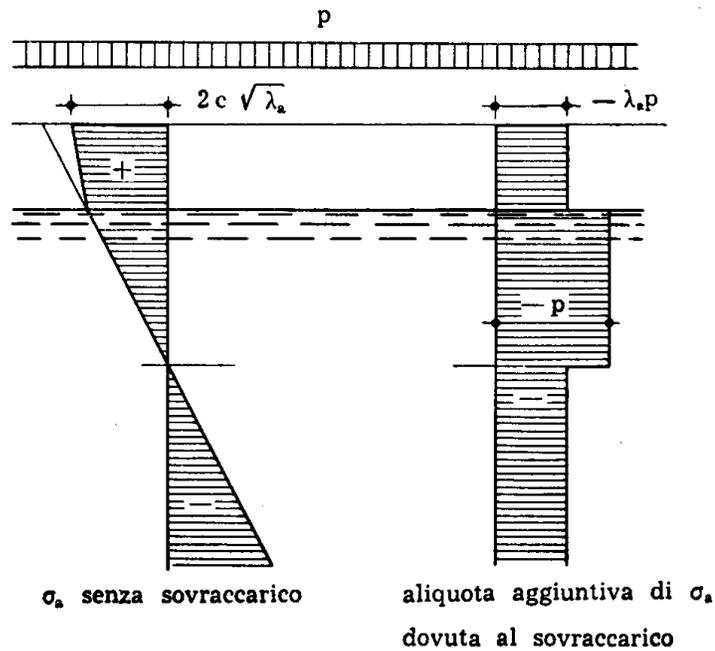


FIG. 10-43

Il calcolo delle σ_p è analogo a quello delle σ_a .

9. Terreni stratificati.

Se il terreno si presenta a strati orizzontali di diversa natura (e quindi

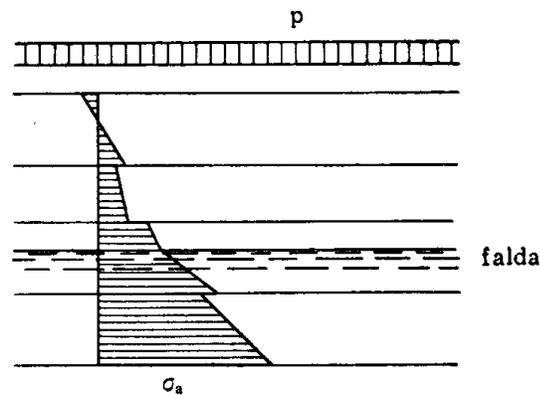


FIG. 10-44

con diversi φ e c), in presenza eventualmente di sovraccarico e di falda

attivo in BC, ove il terreno scende rispetto alla sua quota originaria, passivo in AB, ove il terreno sale.

Dato il cerchio, si assegna a k un primo valore k_1 di tentativo; in base a questo si calcolano le σ_{ξ} , e quindi gli stati tensionali limiti sulla curva ABC, e le tensioni tangenziali. Se il momento M_{rib} del peso del muro, del peso del terreno e del sovraccarico $k_1 p$ è uguale al momento M_{res} delle tensioni tangenziali limiti, le forze agenti sulla zona contenuta al disopra della superficie AB si fanno equilibrio, e verificano la condizione di plasticità lungo la superficie ABC; quindi k_1 è il coefficiente di sicurezza relativo al cerchio in esame.

Se invece M_{rib} non coincide con M_{res} , occorre tentare con un altro valore k_2 di k ; si tracciano poi le due curve $M_{res}(k)$ ed $M_{rib}(k)$, che sono due rette (fig. 10-46); l'intersezione delle due rette fornisce il coefficiente

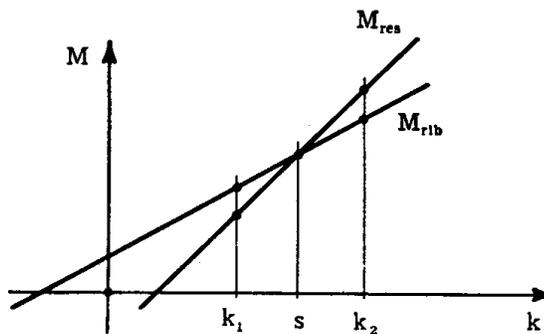


FIG. 10-46

di sicurezza s relativo al cerchio in esame. Occorre ripetere il suddetto calcolo per più cerchi, ed adottare per coefficiente di sicurezza il valore più basso degli s .

Lo stesso procedimento ora adottato si può adoperare per il calcolo dei rilevati in terra stabilizzata, delle dighe in terra, ed in genere per qualsiasi fenomeno di slittamento; inoltre il moltiplicatore k può interessare anche il solo peso del terreno, o il terreno come il sovraccarico, ottenendosi così i corrispondenti coefficienti di sicurezza.

11. Il caso della curva intrinseca qualsiasi.

I procedimenti esposti nei paragrafi precedenti presuppongono tutti una curva intrinseca approssimata alla Coulomb, costituita cioè da una bilatera; essi però restano tutti integralmente validi se si opera sulla curva intrinseca reale.

Basta in tal caso condurre i due cerchi passanti per P_{ξ} (fig. 10-7) o per

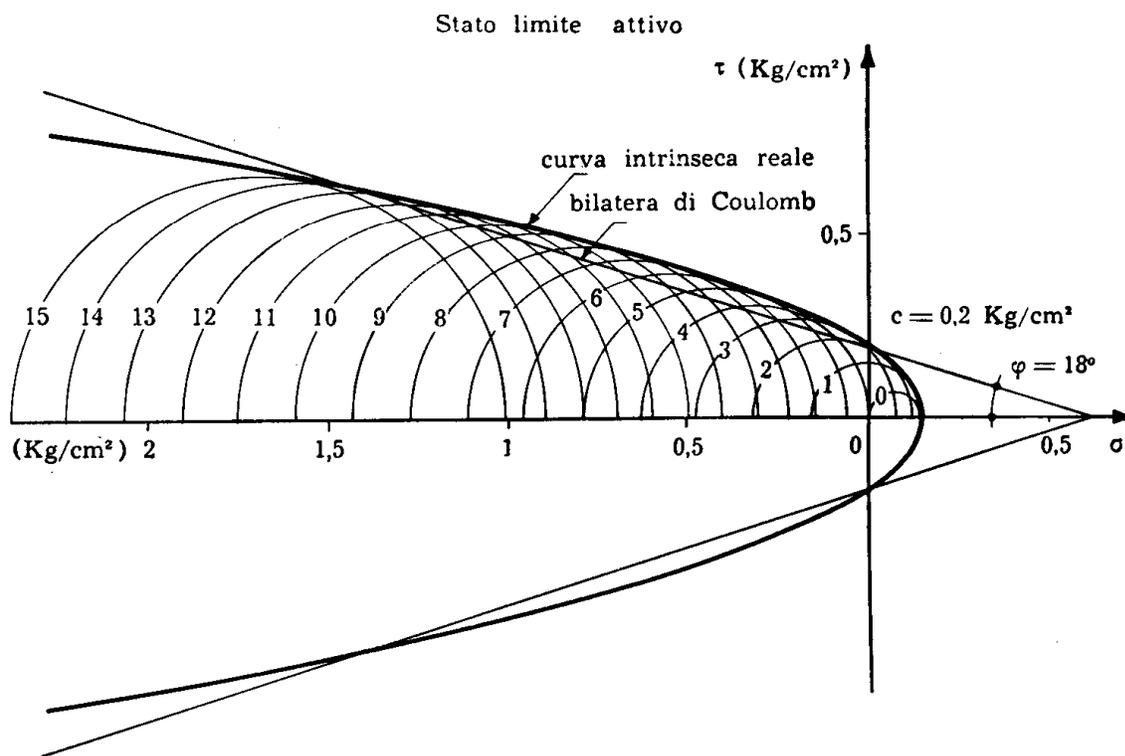


FIG. 10-47 a

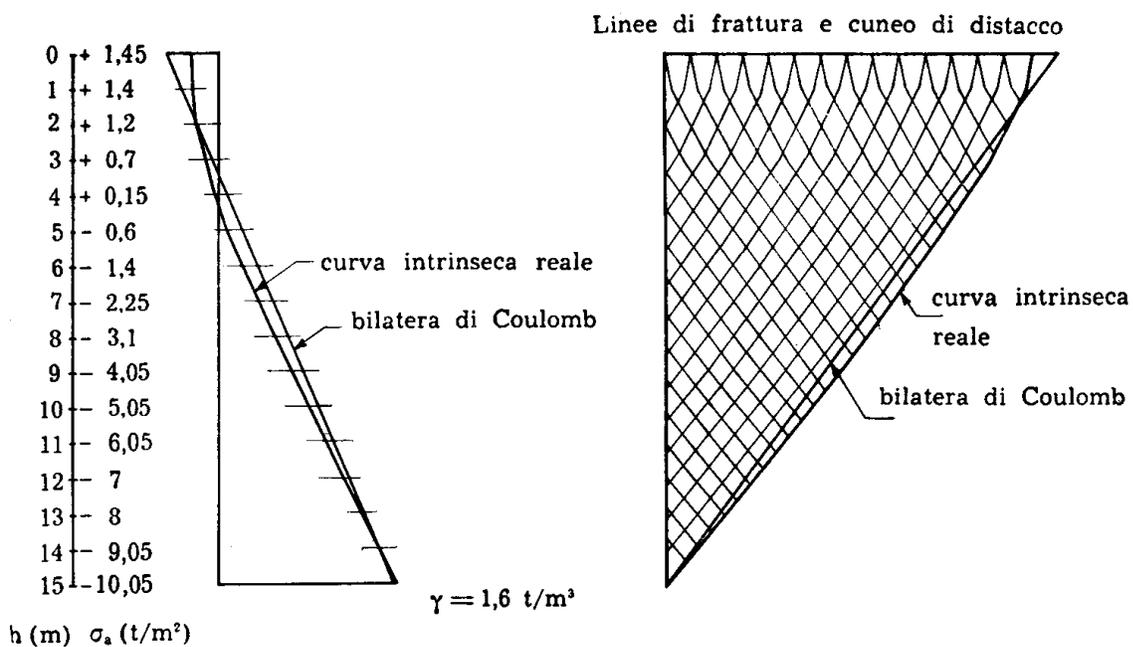


FIG. 10-47 b

Stato limite passivo

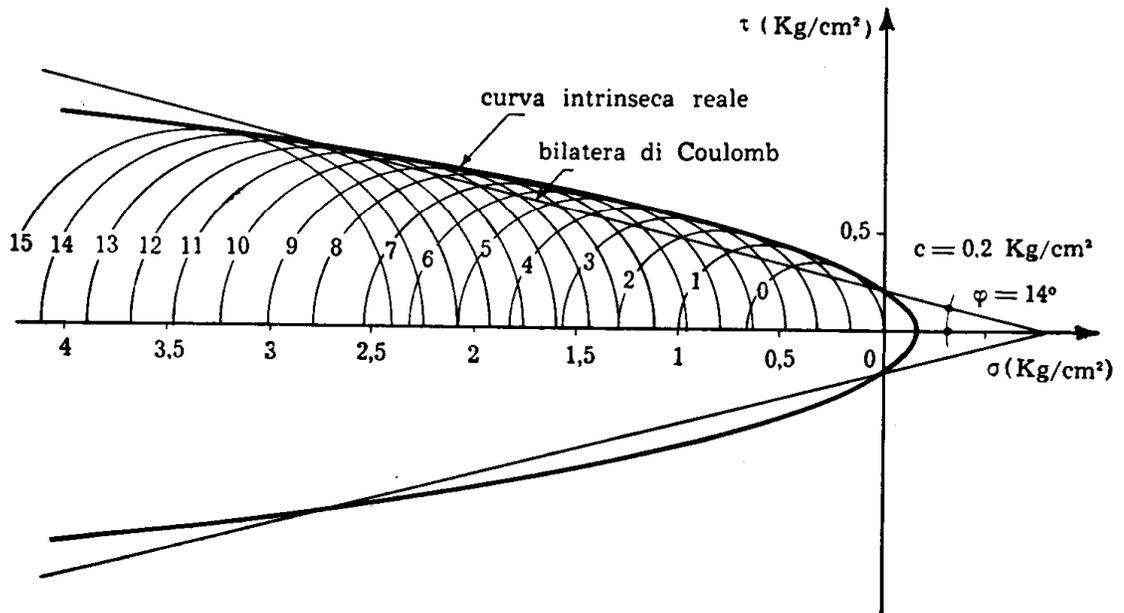


FIG. 10-48 a

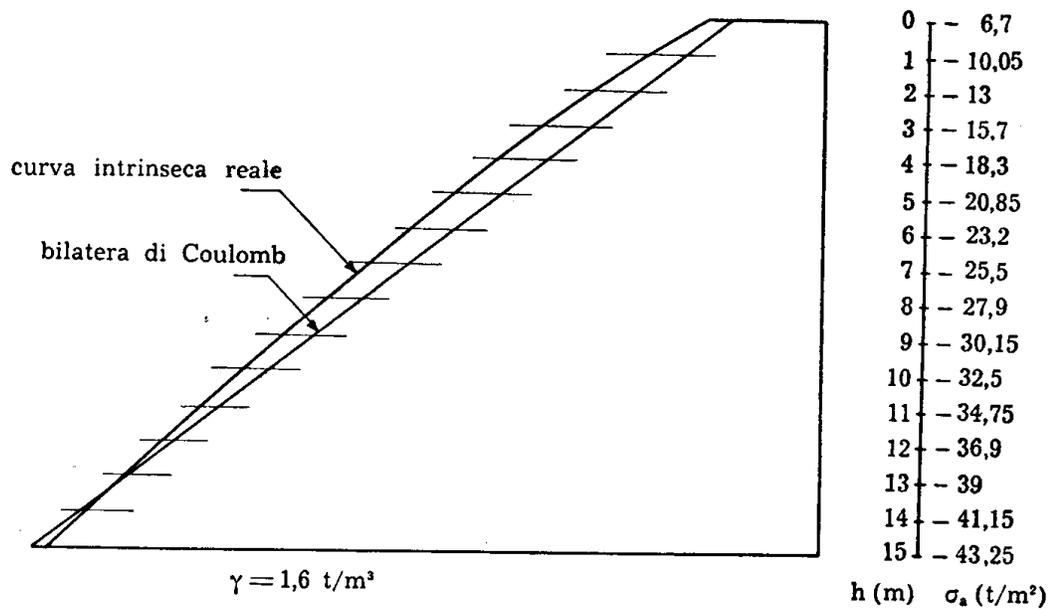


FIG. 10-48 b

P_e (fig. 10-20) e tangenti alla curva intrinseca effettiva per definire gli stati limiti attivo e passivo. Nelle figg. 10-47 e 10-48 sono riportati i dia-

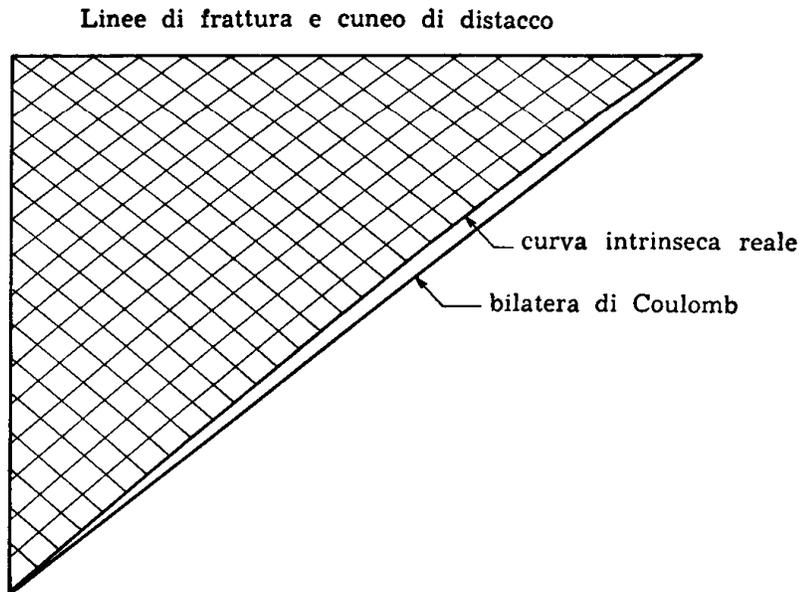


FIG. 10-48 c

grammi delle σ_n attive e passive e le zone di dissesto nel caso di piano limite orizzontale; per confronto gli stessi diagrammi sono tratti nell'ipotesi di curva intrinseca alla Coulomb.