II.

IL PIANO INCLINATO
ED IL PRINCIPIO DELLA COMPOSIZIONE DELLE FORZE

PAPPO DI ALESSANDRIA (IV secolo) sembra essere il solo matematico dell'antichità che si sia occupato del problema del piano inclinato.

Nell'ottavo libro delle sue *Συναγωγή* egli prende in esame il caso di una sfera pesante la quale poggi sopra un piano inclinato, e si chiede come si potrebbe mantenerla in equilibrio.

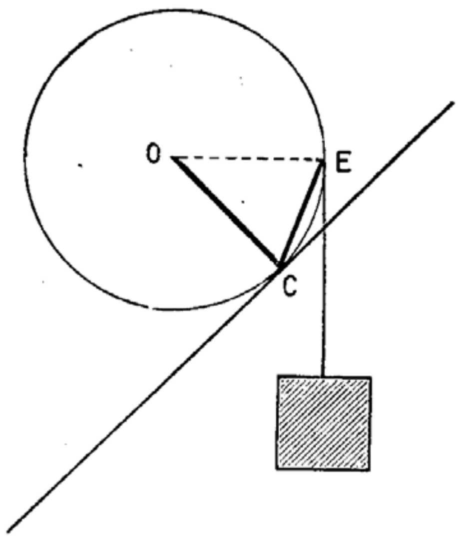


Fig. 17.

È notevole la riduzione che Pappo fa del suo problema a quello di una leva avente il suo fulcro nel punto C (fig. 17) di contatto della sfera col piano: egli osserva che il peso della sfera supposto concentrato nel suo centro O può venire equilibrato da un peso applicato alla estremità E del diametro orizzontale: e dà un valore esatto della grandezza di esso.

Disgraziatamente, sotto la influenza degli errori della dinamica aristotelica cui Pappo naturalmente si ispirava, egli trae da tali giuste premesse una teoria dell'equilibrio sul piano inclinato che è completamente errata. E la cosa è tanto più deplorevole in quanto le conclusioni di Pappo verranno, come avremo occasione di dire fra poco, tenute per buone ed accolte senza discussione assai a lungo nel medio evo.

***

La prima soluzione esatta del problema del piano inclinato fu trovata, per quanto ci consta, da quel medesimo anonimo seguace della scuola di Jordanus de Nemore, di cui abbiamo già riferito un notevole passo relativo al problema della leva angolare.

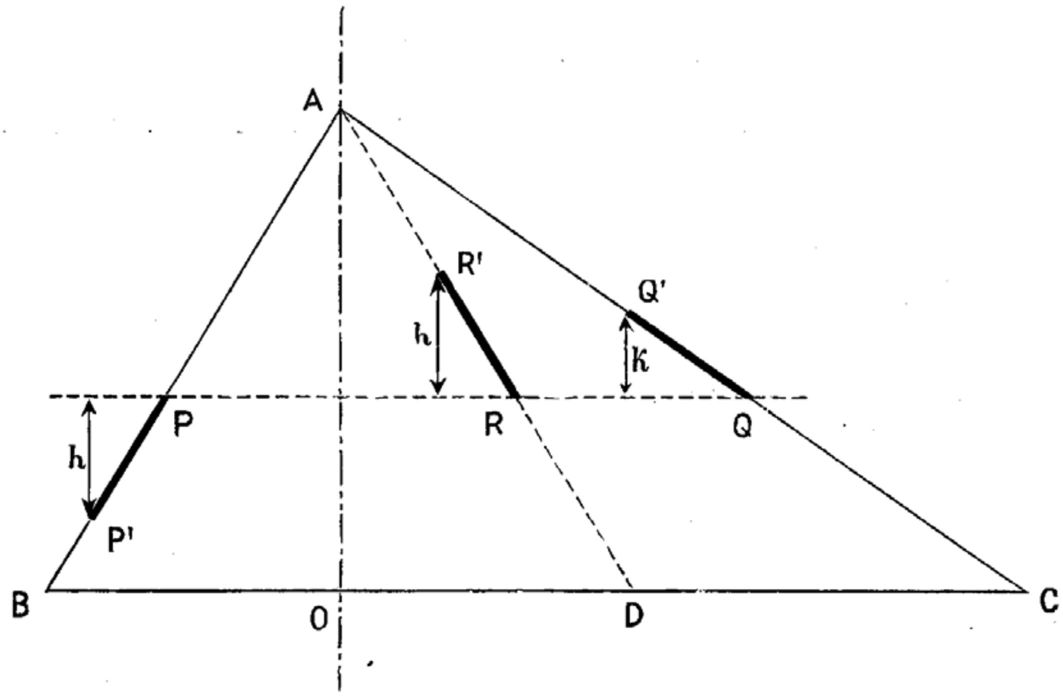


Fig. 18.

In quel medesimo manoscritto di cui abbiamo allora fatto cenno, egli prende infatti a considerare due pesi i quali poggino su due piani diversamente inclinati e che stiano tra loro nel rapporto stesso delle lunghezze AB ed AC misurate sui piani fra una medesima origine A ed un medesimo piano orizzontale BC (fig. 18).

Ammesso che ogni discesa PP′ del peso collocato in P implichi una corrispondente salita QQ′ del peso collocato in Q, così come avverrebbe se i due pesi fossero collegati da un filo di lunghezza invariabile accavallato in A, il nostro anonimo Autore mette in paragone ciò che accade nella sopraindicata ipotesi con ciò che accadrebbe se P discendendo dovesse invece costringere alla salita un peso R ad esso eguale, collocato su di un piano AD simmetrico di AB rispetto alla verticale.

È evidente che in questo secondo caso, a parità di percorsi PP′ ed RR′ sui due piani egualmente inclinati corrisponderebbe un innalzamento verticale h del peso R esattamente eguale all'abbassamento verticale del peso P.

D'altra parte, tra questo dislivello h ed il dislivello k che corrisponde al percorso QQ′ (eguale a PP′) del peso Q corre lo stesso rapporto che corre fra AC ed AD, o, ciò che per ipotesi fa lo stesso, tra Q ed R.

Con un evidente, per quanto non esplicitamente espresso, riferimento alla solita nozione della equivalenza del sollevare Q all'altezza k ovvero R all'altezza h, ogniqualvolta è

$$Q . k = R . h$$

il nostro Autore conclude che come non vi sarebbe ragione perchè il peso P discendesse sollevando di altrettanto il suo eguale R, così non accadrà neppure che egli discenda sollevando Q quando questo peso sta al peso P nel sopraindicato rapporto.

La dimostrazione è così bella e così convincente che avrebbe veramente meritato di essere senz'altro accolta da tutti i contemporanei del suo geniale Autore.

Così non fu: già abbiamo detto che il principio dell'eguaglianza dei lavori, di cui questa dimostrazione si vale, non si impose alle intelligenze se non molto lentamente ed attraverso una lunga e faticosa elaborazione.

Per quanto a conoscenza di questa dimostrazione, Biagio da Parma, al principio del XV secolo, andrà escogitando soluzioni assolutamente insostenibili del problema del piano inclinato: e Guido Ubaldo del Monte, alla fine del secolo XVI, si contenterà ancora della soluzione errata di Pappo, per demolire la quale Galileo dovrà impiegare tutte le risorse della sua dialettica.

Lo stesso Leonardo da Vinci, che si occupò con particolare insistenza del problema del piano inclinato — tanto che la relativa figura si trova con grande frequenza ripetuta qua e là nei fogli che ci restano a perenne testimonianza delle sue meditazioni — non sembra affatto considerare quel problema come risolto. Ed esita, e si riprende, e lo ristudia sotto i più diversi aspetti, senza decidersi mai ad applicare ad esso quel principio della eguaglianza dei lavori che pur aveva sistematicamente applicato con successo in tanti altri casi.

***

Bisogna giungere fino a Galileo Galilei (1564-1642) per vedere di nuovo felicemente affrontato il problema con un elegante e bene appropriato riferimento al problema della leva.

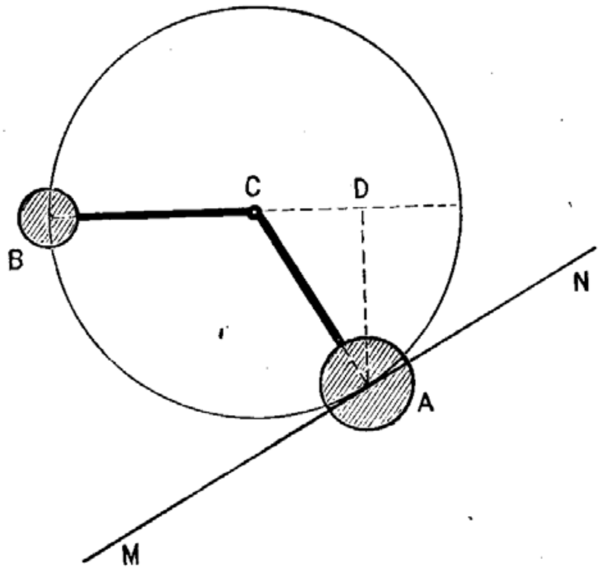


Fig. 19.

Galileo considera infatti una leva ACB (fig. 19) a braccia eguali: l'uno CB orizzontale, l'altro CA comunque inclinato. Ed osserva che col variare dell'inclinazione di CA varia la tendenza che il peso collocato in A ha a discendere — nel senso che varia quello che abbiamo già chiamato il suo momento per rapporto al fulcro — sicchè l'equilibrio è possibile solo in quanto il peso A stia al peso B come CB sta a CD.

Ciò posto, egli considera la tangente MN alla circonferenza descritta da A ed osserva che è indifferente considerare il possibile moto di A lungo l'arco di cerchio che da tal punto si parte, ovvero lungo la relativa tangente: ne deduce che la tendenza che ha il mobile a discendere lungo la retta inclinata MN è eguale a quella che esso ha a discendere lungo quel particolare arco della circonferenza.

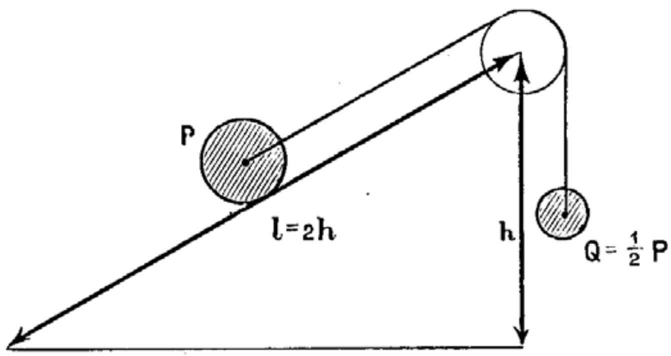


Fig. 20.

Una volta fatta questa audace e feconda affermazione, il problema, s'intende, è completamente risolto. Le più ovvie considerazioni di geometria elementare permettono a Galileo di stabilire che la forza che tende a far discendere un grave lungo un piano inclinato, o che vale a sostenerlo in equilibrio su di esso, sta al peso, come l'altezza h del piano sta alla lunghezza l (fig. 20).

***

Il problema del piano inclinato di cui Galileo aveva così ritrovata la soluzione, veniva quasi contemporaneamente, ma per tutt'altra via, risolto da un matematico olandese, SIMONE STEVIN (1548-1620).

Mente eminentemente matematica, Stevin misconosce completamente le intuizioni primitive e pur così feconde di Aristotile, cui rivolge nei suoi scritti una critica tanto aspra quanto ingiusta.

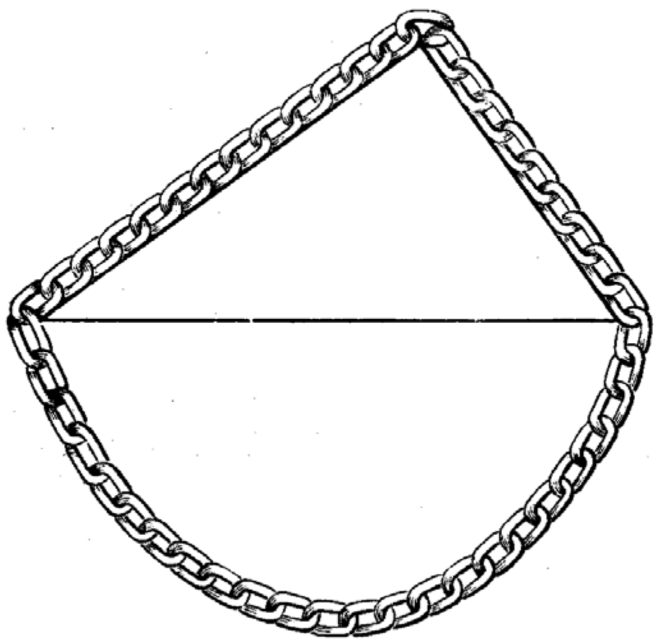


Fig. 21.

Seguace fedele del metodo di Archimede, egli si sforza di costruire una statica in tutto indipendente dalla scienza del movimento, fondata solo su assiomi suggeriti dal senso comune o, ciò che fa poi lo stesso, dalla più elementare e quotidiana esperienza.

Ecco l'originalissimo ragionamento con cui Stevin affronta e risolve il problema del piano inclinato.

Si immaginino due piani diversamente inclinati, rappresentati nella nostra fig. 21 da due segmenti rettilinei escenti da un medesimo punto e discendenti da una parte e dall'altra della verticale per tal punto fino ad incontrare una medesima retta orizzontale. Su questo sistema di due piani immaginiamo appoggiata una fune o una catena senza fine, omogenea e abbastanza lunga perchè dopo averli abbracciati penda liberamente a foggia di catenaria al di sotto della accennata orizzontale.

Prescindiamo da ogni eventuale rigidità della catena e da ogni idea di attrito: supponiamo cioè che la catena sia perfettamente flessibile e scorrevole senza resistenze sui piani inclinati. È ben certo che malgrado ciò la catena non si muoverà affatto: infatti se essa cominciasse spontaneamente a muoversi non vi sarebbe ragione alcuna perchè poi si fermasse, visto che la configurazione del sistema continuerebbe ad essere sempre la stessa; e d'altra parte un simile moto perpetuo sarebbe una assurdità.

Ciò premesso, si osservi che l'arco di catenaria che sta al di sotto della nota orizzontale, deve, data la sua simmetria, esercitare sui due rami rettilinei della catena delle tensioni eguali, tensioni che si trasmetteranno fino al vertice superiore accresciute ciascuna di quel tanto che deriva dal peso del corrispondente tratto di catena.

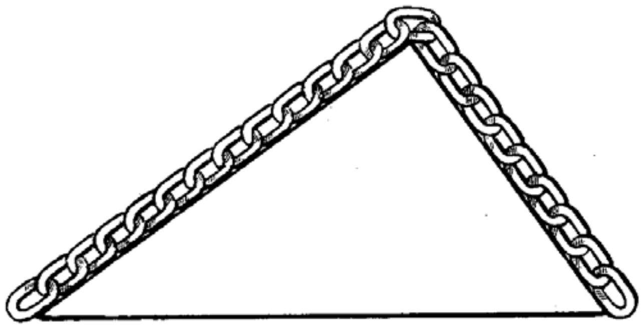


Fig. 22.

Ma l'equilibrio esige che il vertice superiore sia egualmente tirato da entrambe le parti: convien dunque concludere che i due tratti rettilinei di catena si fanno per conto loro equilibrio (fig. 22). E poichè i loro pesi sono proporzionali alle loro lunghezze, se ne deduce che su piani inclinati della medesima altezza pesi eguali agiscono in ragione inversa delle lunghezze dei piani.

Questa la dimostrazione di Stevin, con la sola differenza che egli, invece di una fune o catena omogenea, considerava un filo portante a eguali distanze tante sfere pesanti.

Egli era, e con ragione, così fiero della sua scoperta, da adottare per frontespizio della sua opera " Hypomnemata mathematica „ uno scudo portante al centro un triangolo a base orizzontale con sopra accavallata una collana di 14 perle: un motto fiammingo diceva: " la meraviglia non è più meraviglia „, quasi a significare che in quella figura stava la spiegazione del mistero.

Non v'è dubbio del resto che Stevin fu felicissimo nella scelta della sua dimostrazione: l'ipotesi dell'equilibrio della catena senza fine è in realtà profondamente istintiva: Stevin ha avuto la sensazione (e noi l'abbiamo come lui) di non aver mai osservato in natura alcun fatto che assomigliasse ad un movimento in simili condizioni.

E questa convinzione istintiva — come acutamente rileva il Mach nella sua opera già citata — ha una potenza logica così grande che noi ammettiamo la legge del piano inclinato che da essa deriva assai più volentieri che se Stevin ce l'avesse presentata come il risultato di una esperienza diretta.

Ciò non deve stupire: qualunque risultato sperimentale è affetto da errori dovuti a circostanze accessorie quali gli attriti e simili altri fenomeni praticamente inevitabili: qualunque conseguenza si deduca da esso in ordine alle circostanze determinanti può essere quindi influenzata da quegli errori.

Invece la conoscenza istintiva a cui Stevin ha fatto ricorso in questa occasione è indipendente da noi e si forma in noi senza che noi vi contribuiamo personalmente per nulla: costituisce un tesoro che noi abbiamo inconsciamente sotto mano e di cui noi usiamo senza diffidenza, perchè è il frutto spontaneo e non elaborato delle nostre osservazioni quotidiane. Soltanto una minima parte di esso è contenuto nella serie delle nostre idee concrete, ma il resto non è meno utile in quanto, per esempio, ci permette di escludere senza esitazione certi fatti solo perchè contrastano violentemente con la massa oscura delle esperienze che noi possediamo pur senza sapervi discernere il fatto isolato.

In questo senso il ragionamento di Stevin è uno dei più preziosi documenti che noi possediamo sul processo di formazione della scienza e sul modo con cui questa si sviluppa dalla massa delle nozioni istintive. Analizziamolo dunque bene.

La deduzione di Stevin sembra meravigliosa, perchè il risultato a cui conduce sembra contenere assai di più dell'ipotesi da cui parte.

Naturalmente ciò non è: nel fatto così evidente che la catena senza fine resta in equilibrio è già contenuta la nozione che il moto di un corpo pesante non è possibile se non conduce ad una discesa del corpo stesso. Vi sarebbero invero nella catena in moto degli anelli che discenderebbero, ma ve ne sarebbero degli altri costretti a salire, e il moto non avviene perchè a ciascun anello che discenderebbe di una data altezza corrisponderebbe un altro anello che dovrebbe salire esattamente di altrettanto.

Ma l'ipotesi enunciata da Stevin ha il merito di contenere queste verità particolari in una forma essenzialmente generale.

E questa è anche la ragione della superiorità del ragionamento di Stevin su quello di Archimede, il quale essendo invece partito da una verità istintiva sì, ma particolarissima, non poteva risalire al caso generale se non con ragionamenti illusorî.

***

Se uno dei due piani inclinati di cui si è dianzi trattato diviene verticale, l'azione che il relativo tratto di fune o di catena esercita sul vertice superiore diviene identicamente eguale al peso.

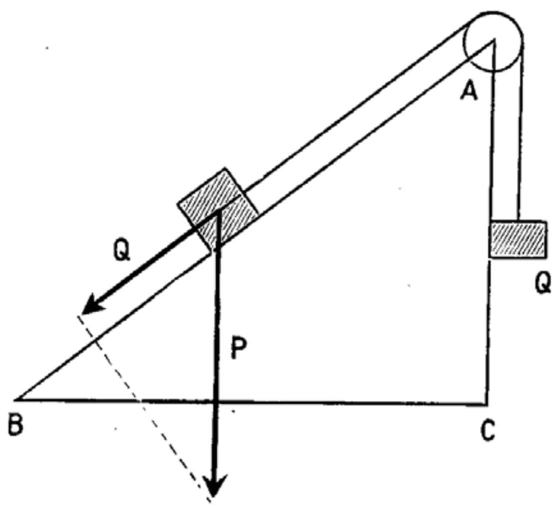


Fig. 23.

Ne segue immediatamente che per una inclinazione qualunque l'azione dev'essere misurata dal prodotto del peso per il rapporto tra l'altezza e la lunghezza, o, ciò che fa lo stesso, per il seno dell'angolo che il piano che si considera fa colla orizzontale.

Si consideri pertanto un peso P trattenuto su di un piano inclinato AB (fig. 23) da un filo teso parallelamente ad AB, per esempio coll'aiuto di una puleggia di rinvio situata in A e di un contrappeso Q.

L'azione che il peso esercita sul filo (o, se si vuole, il valore che si deve attribuire a Q perchè l'equilibrio sussista) si può, per ciò che abbiamo detto, determinare graficamente proiettando il vettore che rappresenta il peso P ortogonalmente sulla direzione AB.

Orbene, giunto a questo punto delle sue considerazioni, Stevin ebbe un'altra idea geniale la quale gli permise di fare un nuovo passo importantissimo. Egli intuì — emulo anche in questo del grande Galileo — che ciò che caratterizza un vincolo è la legge di mobilità che esso consente al sistema vincolato nelle immediate vicinanze della sua posizione attuale: intuì in particolare che si può nel sistema testè descritto sostituire al piano inclinato su cui il peso riposa, un semplice filo di collegamento facente capo ad un punto fisso M, purchè diretto perpendicolarmente ad AB (fig. 24) in quanto esso permette al peso P degli spostamenti che, almeno nelle immediate vicinanze della sua posizione attuale, coincidono con quelli consentitigli dal piano inclinato. D'altra parte è ovvio che, quando il sistema è in equilibrio, i due fili che sostengono P si trovano, rispetto a P, in condizioni perfettamente analoghe, e che ciò che si è detto per l'uno deve valere necessariamente anche per l'altro.

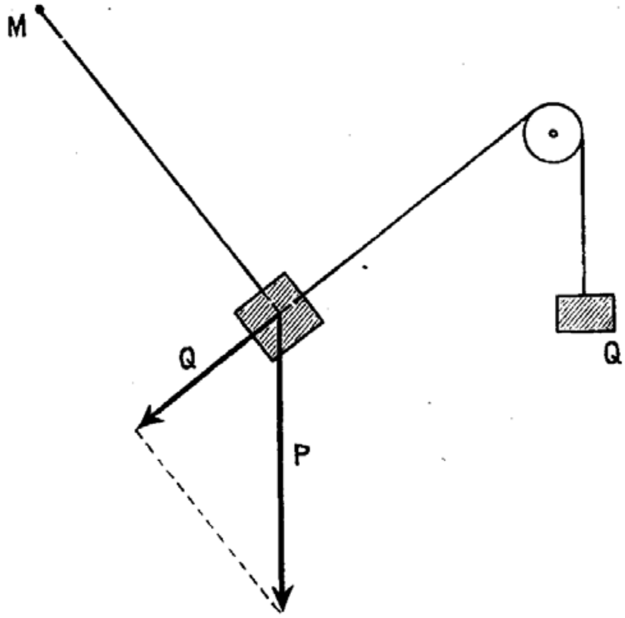


Fig. 24.

È ovvio cioè che l'azione R del peso sul secondo filo deve potersi determinare graficamente, proiettando lo stesso vettore P parallelamente ad AB sulla normale a questa direzione (fig. 25), sicchè l'equilibrio non risulterà turbato se al punto fisso M si sostituirà una puleggia di rinvio ed al filo su di essa avvolto si applicherà un contrappeso eguale ad R.

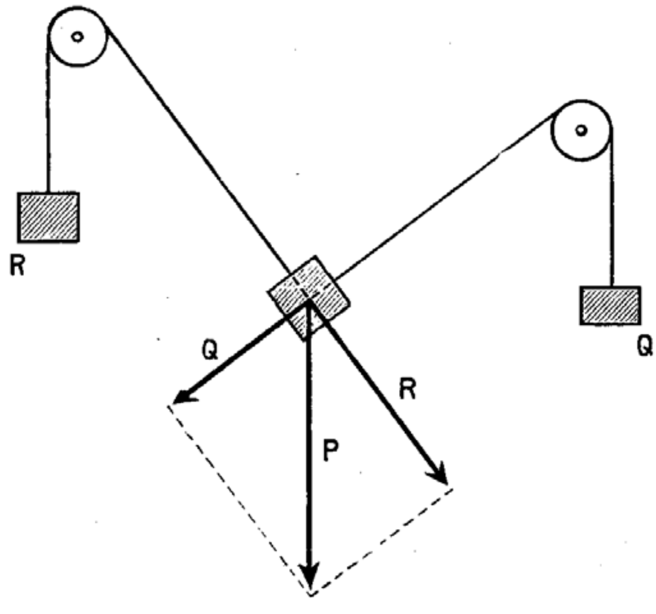


Fig. 25.

In questo modo sembra si possa ricostruire il ragionamento con cui Stevin riuscì a tracciare il primo parallelogramma delle forze.

Ragionamento molto ingegnoso, per quanto indiretto, che negli scritti di Stevin appare effettuato in parecchie riprese ed in modo estremamente laborioso; così schematizzato come noi l'abbiamo esposto, esso comparirà solo più tardi in uno scritto di Roberval, pubblicato nel suo " Traité de l'Harmonie Universelle „ nel 1636, dal Padre Mersenne.

Fra l'altro sembra che Stevin abbia limitata la sua dimostrazione al caso particolare in cui i fili, e quindi anche le forze componenti, sono tra loro perpendicolari.

Stevin intuì bensì che questa condizione non era affatto essenziale e si servì anche, nei suoi scritti, del parallelogramma delle forze in casi diversi da questo, ma non dimostrò però mai il principio nella sua forma più generale.

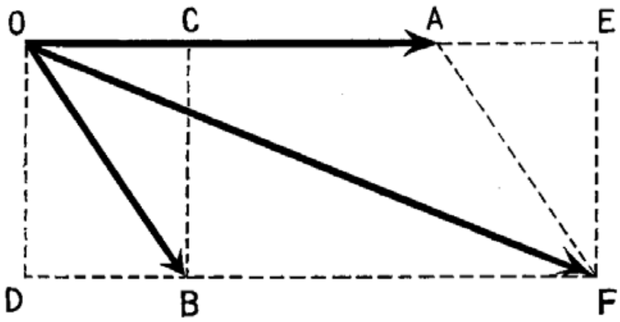


Fig. 26.

È tuttavia assai facile vedere come avrebbe potuto arrivarci.

Siano infatti OA ed OB due forze applicate in O ed aventi grandezze e direzioni affatto arbitrarie (fig. 26). In base alle considerazioni che precedono si può sostituire OB con una forza OC avente la stessa direzione di OA e con una OD ad essa normale. Le due forze OA ed OC dànno allora luogo alla forza unica $OE = OA + OC$ la quale si può immediatamente comporre colla OD ad essa normale. E la risultante OF che così si ottiene è evidentemente ed in ogni caso la diagonale del parallelogramma costruito sulle due forze date OA ed OB.

***

Per verità, sulla via della scoperta del parallelogramma delle forze, Stevin era stato preceduto da Leonardo da Vinci.

In uno dei passi, già citati, in cui egli tratta del modo di agire di un peso applicato alla estremità di un braccio di leva inclinato, nel definire quella che, secondo la terminologia del tempo, egli chiama la gravità " secundum situm „ — e che noi oggi chiameremmo la componente del peso secondo la traiettoria compatibile col vincolo — Leonardo non trascura di avvertire che questa gravità " secundum situm „ non è che una delle componenti del peso, alla quale un'altra ne deve venir associata, normale alla prima.

E altrove, trattando della discesa di un grave lungo un piano inclinato, scrive: " ogni grave che discende obliquamente divide il suo peso in due aspetti differenti „.

E lo stesso concetto ribadisce con insistenza nello studio di uno dei problemi meccanici che sembra lo abbiano più fortemente interessato: quello del volo degli uccelli.

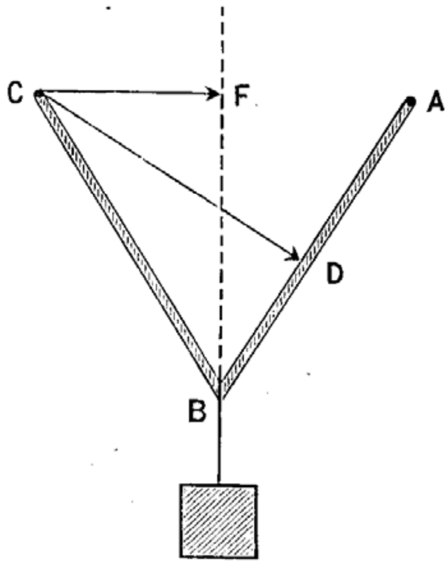
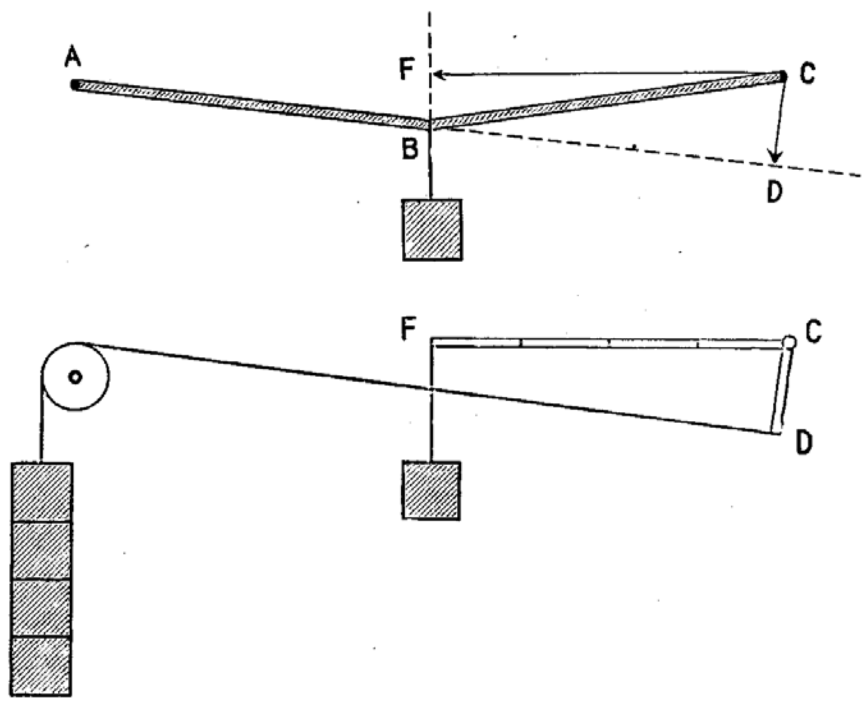


Fig. 27.

Vi sono finalmente alcuni fogli di uno dei manoscritti esistenti nella biblioteca dell'Istituto di Francia dai quali risulta chiaramente che Leonardo da Vinci ha considerato il caso di un peso sostenuto da due funi AB e BC (fig. 27), ed ha riconosciuto che il momento del peso per rapporto ad un punto C scelto ad arbitrio su una delle funi, deve essere eguale al momento, preso rispetto allo stesso punto C, della tensione che si esercita nell'altra fune.



Figg. 28 e 29.

Questa importante conclusione egli trae dalla considerazione dell'equilibrio di una leva immaginaria costituita da un corpo rigido di forma qualunque, semplicemente girevole attorno al punto fisso C, e sul quale il peso dato e la tensione della fune AB agiscano rispettivamente coi bracci potenziali CF e CD.

In un altro punto dello stesso manoscritto, Leonardo pone l'uno accanto all'altro due disegni in cui questa correlazione fra il problema del peso sostenuto da una fune e quello della leva angolare viene messa chiaramente in evidenza. Quei due disegni sono riprodotti — con poche varianti di non sostanziale importanza — nelle figure 28 e 29.

Accanto ad essi, i fogli di Leonardo contengono un acuto ed interessantissimo commento, nel quale, tratta dal riferimento alla leva l'espressione della legge con cui, a parità di peso da sostenere, la tensione della fune varia al variare dell'inclinazione dei suoi rami, Leonardo avverte la impossibilità che una fune portante in tale modo un peso, sia esso pure piccolo, possa venire tesa fino ad avere i suoi due rami fra loro allineati.

***

Spetta però, come abbiamo già accennato, a ROBERVAL (Gilles Persone de Roberval, 1602-1675) il merito della prima trattazione sistematica dell'importante argomento.

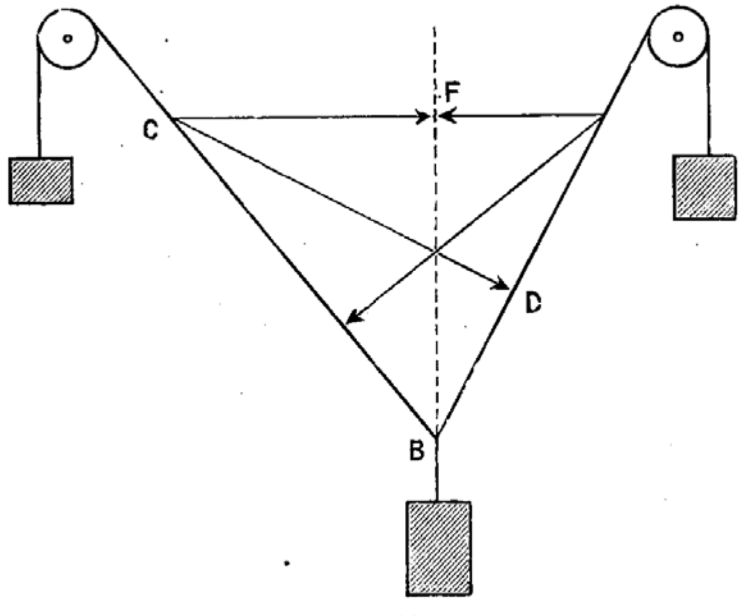


Fig. 30.

Nel breve trattato di Meccanica, pubblicato dal Mersenne, in cui egli rende conto degli studii e delle scoperte di Stevin, Roberval, richiamandosi ora al principio della leva ora a quello del piano inclinato, enuncia e dimostra che se due funi sostengono un peso nelle condizioni indicate nelle nostre figure 30 e 31, la tensione di ciascuna fune sta al peso dato come la lunghezza della perpendicolare abbassata da un punto dell'altra fune sulla verticale del peso sta alla lunghezza della perpendicolare abbassata dal medesimo punto sulla direzione della prima fune.

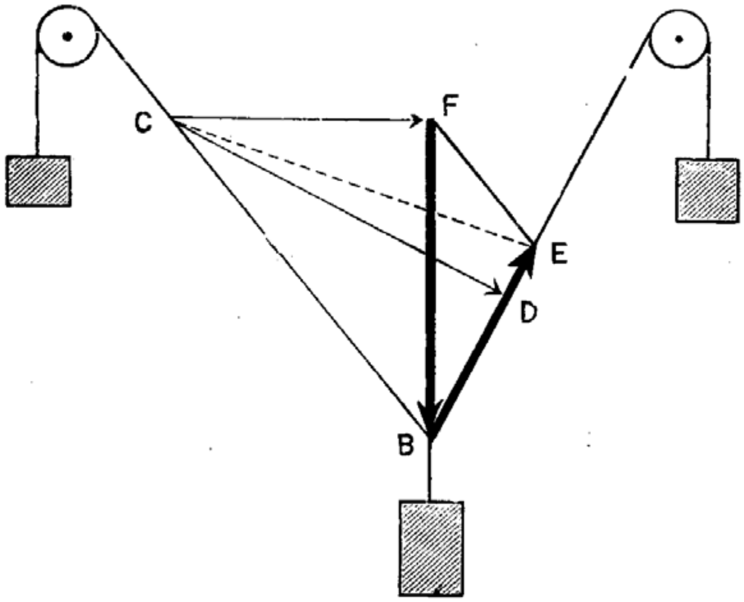


Fig. 31.

Dopo di che con semplici considerazioni geometriche — di cui il lettore si renderà facilmente conto riferendosi alla eguaglianza dei due triangoli CBE e CBF — si giunge facilmente a dimostrare che, se da un qualunque punto F preso sulla verticale del peso si conduce la parallela FE ad una delle funi fino ad incontrare l'altra, i lati del triangolo FBE così formato risultano ordinatamente omologhi al peso ed alle due tensioni.

È ovvio che, ottenuto per questa via, il principio del parallelogramma delle forze assume il carattere di una verità indirettamente assodata, in modo indubitabile, se si vuole, ma niente affatto intuitivo. Si acquista cioè la convinzione che esso è vero, ma si prova un po' l'impressione di non vederne bene il perchè.

Ai tempi di cui stiamo discorrendo era ancor lontano il giorno in cui il parallelogramma delle forze si sarebbe potuto dimostrare (come noi faremo a suo luogo) quale diretta ed immediata conseguenza del principio dei lavori assunto finalmente a fondamento primo di tutta la statica.

È quindi ben naturale che, vista la grande importanza e la estrema varietà delle applicazioni della regola dimostrata da Roberval, si cercasse di stabilirla direttamente, di darle un posto d'onore nelle trattazioni sistematiche, di prenderla in qualche modo come punto di partenza della teoria dell'equilibrio.

Ciò fece in realtà Varignon in un'opera di cui avremo presto occasione di intrattenerci a lungo: lo fece giustificando la regola della composizione delle forze mediante un semplice riferimento a quella, a lui familiare, della composizione dei movimenti.

Restò però in Varignon e ancor più nei suoi continuatori il desiderio di rendersi indipendenti da ogni concezione dinamica.

Vi furono anzi dei fisici che vollero vedere nel teorema della composizione delle forze una verità puramente geometrica, indipendente da ogni esperienza, e si preoccuparono in conseguenza di darne una dimostrazione diretta.

***

È classico in proposito il tentativo di DANIELE BERNOUILLI (1700-1782) che riportiamo qui nella versione adottata dal Mach.

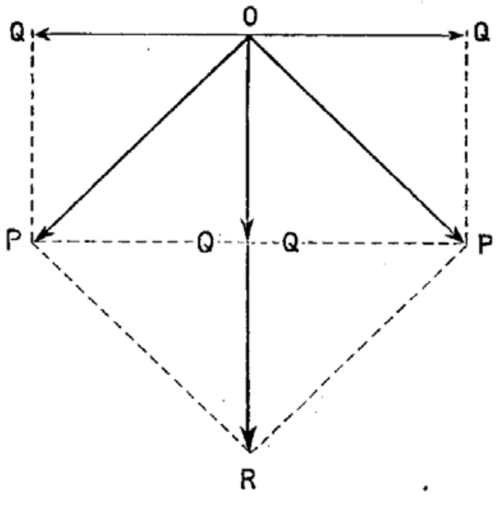


Fig. 32.

Egli incominciò col considerare due forze P eguali e perpendicolari fra loro (fig. 32) ed osservò che per ragioni di simmetria la loro risultante R non poteva esser diretta che secondo la bisettrice dell'angolo da esse formato. Per determinarne la grandezza Bernouilli immagina ciascuna delle due forze P decomposta alla sua volta in due forze Q, una parallela e l'altra perpendicolare ad R. Il rapporto delle intensità di P e di Q deve allora necessariamente essere eguale al rapporto delle intensità di R e di P. Detto k questo rapporto incognito si può scrivere:

$$\mathrm{P} = k\mathrm{Q} \qquad \mathrm{R} = k\mathrm{P}$$

e per conseguenza:

$$\mathrm{R} = k^2\mathrm{Q}.$$

Ma le due forze perpendicolari ad R si equilibrano epperò si eliminano reciprocamente: le due forze dirette come R sono pertanto le sole che concorrano a formare la risultante: esse si sommano dando:

$$R = 2Q$$

dunque:

$$k = \sqrt{2} \qquad\qquad R = P\sqrt{2}$$

L'intensità della risultante è dunque rappresentata dalla diagonale del quadrato costruito sulle forze date come lati.

Un artificio dello stesso genere ha permesso a Bernouilli di risolvere anche il caso di due forze perpendicolari ma di diversa grandezza. In questo caso nulla determina più *a priori* la direzione della risultante. Tuttavia nulla ci impedisce di supporla provvisoriamente conosciuta e di immaginare decomposte le due forze P e Q secondo detta direzione e la sua normale (fig. 33).

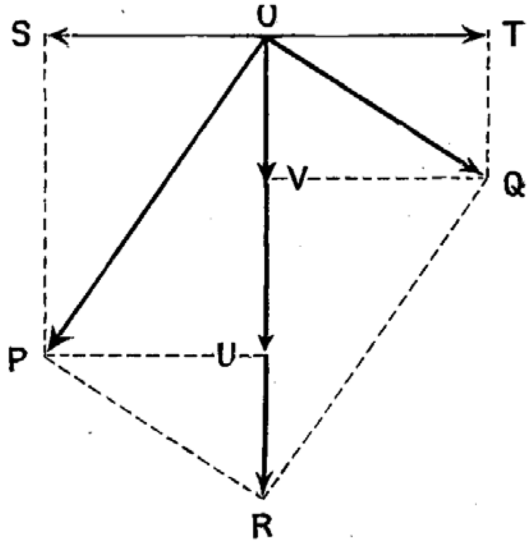


Fig. 33.

Dette U ed S le componenti di P e dette T e V quelle di Q, poichè esse formano colle P e Q rispettivamente gli stessi angoli che queste forze formano colla R, sussisteranno le eguaglianze:

$$\frac{R}{P} = \frac{P}{U} \qquad\qquad \frac{R}{Q} = \frac{Q}{V}$$

$$\frac{R}{Q} = \frac{P}{S} \qquad\qquad \frac{R}{P} = \frac{Q}{T}$$

Dalle due ultime si ricava subito

$$S = T = \frac{PQ}{R}$$

mentre dalle prime si ha:

$$U = \frac{P^2}{R} \qquad\qquad V = \frac{Q^2}{R}$$

e sommando:

$$R = U + V = \frac{P^2}{R} + \frac{Q^2}{R}$$

ossia:

$$R^2 = P^2 + Q^2$$

La diagonale del rettangolo costruito su P e Q come lati dà dunque l'intensità della risultante.

Su questi casi particolari Daniele Bernouilli architetta una dimostrazione del caso generale la quale dal punto di vista matematico lascia qualche cosa a desiderare, sebbene sia stata più tardi perfezionata da Poisson.

Noi però non lo seguiremo su questa via che è del resto assai complicata: riteniamo assai più interessante soffermarci (sempre sulla scorta del Mach) sulla prima parte del suo ragionamento per chiederci quale sia il valore di esso dal punto di vista fisico, e per riconoscervi le nozioni eminentemente sperimentali che Bernouilli vi ha inconsciamente incluse.

Ora un primo punto debole del ragionamento di Bernouilli sta in ciò che egli ammette implicitamente di conoscere il senso della risultante. Infatti il principio di simmetria che egli invoca per risolvere il problema nel caso delle forze eguali esige bensì che la risultante sia diretta secondo la bisettrice del loro angolo, ma non ci dice affatto in che senso debba essere rivolta. E d'altra parte la conoscenza del senso della risultante è essenziale agli effetti del ragionamento che abbiamo esposto, tanto che se si prescinde da questa conoscenza l'intera dimostrazione diviene inconcludente.

Convien dunque riconoscere che Bernouilli ha fatto inconsapevolmente uso di una nozione attinta dall'esperienza.

Ma non basta: v'è un'altra nozione di cui Bernouilli si serve sistematicamente nella sua dimostrazione e che non è affatto evidente. Egli ammette infatti che sempre e in tutte le condizioni più forze applicate in un medesimo punto possono essere sostituite a tutti gli effetti da un'unica forza risultante.

Ora per sapere ciò occorre essere già molto familiari colle varie operazioni di composizione e di decomposizione di forze, ed il modo più semplice di acquistare una tale familiarità è quello di conoscere la regola del parallelogramma.

In realtà Bernouilli conosceva in precedenza, come risultato d'esperienza, il teorema che si proponeva di dimostrare: e il suo procedimento consisteva nel supporsi volontariamente nell'ignoranza e nel cercar di ritrovare il teorema stesso deducendolo con processo logico dal minor numero possibile di ipotesi.

Un tale tentativo, si badi bene, è ben lontano dall'essere ozioso: anzi è questa la via più sicura di rendersi conto di quanto tenui ed impercettibili siano le esperienze che bastano a porci in possesso della verità: ed è per questo che noi abbiamo voluto seguire Bernouilli nel suo tentativo.

L'importante è di non indursi, strada facendo, in errore, come a Bernouilli è effettivamente accaduto, ma di conservare presenti alla mente tutte le ipotesi e di non perdere di vista nessuna delle esperienze di cui ragionando si viene a far uso.

Ricerche assai più moderne, sulle quali crediamo inutile dilungarci, hanno dimostrato che l'ipotesi che più forze concorrenti possano sempre ed in ogni condizione e a tutti gli effetti venir sostituite da un'unica risultante è, dal punto di vista matematico, affatto equivalente al teorema del parallelogramma delle forze.

Ma è ben più facile acquisire dall'osservazione dei fatti naturali il principio della composizione delle forze di ciò che non sarebbe arrivare a convincersi, in base a sole esperienze statiche, della legge assai più astratta e generale di cui abbiamo testè fatto cenno.

Senza contare che ci sarebbe voluta una sagacità quasi sovrumana per dedurre matematicamente il principio della composizione delle forze dalla semplice affermazione della esistenza della risultante, qualora quel principio non fosse già stato dall'uomo conosciuto per altra via.
