

LINEE D'INFLUENZA

Avvertiamo subito che — quando per determinare gli sforzi nelle aste di una travatura reticolare si ricorre al metodo delle linee di influenza — nessuna distinzione occorre più fare in ordine alle caratteristiche di costituzione della travatura.

Noi abbiamo infatti dimostrato (a pagina 194) che:

Lo sforzo che si sviluppa in una qualsiasi asta di una travatura reticolare in equilibrio sotto l'azione di date forze esterne F , è misurato dal medesimo numero che misura il lavoro che le forze F eseguirebbero nella variazione di configurazione determinata nella travatura da una variazione unitaria di lunghezza impressa a quell'asta (Secondo principio di reciprocità);

e ne abbiamo (nelle pagine seguenti) immediatamente dedotto che, se una travatura reticolare si trova sotto l'azione di una forza unitaria la quale si sposti, sia direttamente da nodo a nodo, sia indirettamente su di una soprastruttura connessa ai nodi, mantenendosi sempre parallela ad una direzione fissa r , la legge secondo cui varia lo sforzo S in un'asta qualunque è quella stessa secondo cui varia la componente secondo la direzione r dello spostamento del punto di applicazione del carico nella ipotetica variazione di configurazione che alla travatura competerrebbe qualora all'asta considerata venisse impressa una variazione di lunghezza unitaria.

Ciò è quanto dire che se, impressa una variazione di lunghezza arbitraria all'asta di cui si tratta, si costruisce il diagramma di deformazione della travatura (e della eventuale soprastruttura), e di ciascuno dei punti di applicazione del carico si considera lo spostamento nella direzione r a cui il carico

muovendosi si mantiene parallelo, la linea che così si ottiene — che noi per brevità converremo di chiamare *deformata del sistema secondo la direzione r* — può senz'altro assumersi come linea di influenza dello sforzo in quell'asta, purchè nel leggerne le ordinate si adotti la variazione di lunghezza impressa come unità di misura.

La regola è assolutamente generale e non soffre eccezioni.

Differenze da caso a caso possono presentarsi solo in quanto le diverse caratteristiche di costituzione delle diverse travature possono rendere più o meno facile la costruzione del diagramma di deformazione; si tratterà tuttavia sempre e soltanto di superare delle difficoltà di ordine cinematico, o addirittura geometrico; il problema statico è compiutamente esaurito e risolto dalla semplice enunciazione del secondo principio di reciprocità, e su di esso non avremo più bisogno di ritornare se non per farne la pura e semplice e letterale applicazione a ciascuno dei casi particolari di cui ci verremo occupando.

Incominciamo intanto col più semplice di questi casi, e riferiamoci alla trave a mensola di cui ci siamo già occupati a pagina 232.

Poichè si tratta di una trave che possiede tutto un sistema di sezioni canoniche, si può subito affermare che, qualunque sia l'asta che si prende a considerare, una variazione qualunque di lunghezza impressa ad essa si tradurrà sempre in una rotazione della porzione di travatura che viene isolata dalla sezione canonica che taglia quell'asta; rotazione il cui centro si troverà precisamente nel punto di concorso delle altre due aste interessate dalla stessa sezione.

Se l'asta appartiene ad uno dei correnti, il centro di rotazione cadrà in uno dei nodi dell'altro corrente; così per esempio se l'asta è la 1.3 della tavola LI, il centro di rotazione coinciderà col nodo 2.

Detta al solito s la deformazione impressa, lo spostamento del nodo 3 (per rapporto ad 1 e a 2 che, nel caso concreto, rimangono fissi) si può facilmente calcolare osservando che, se si considera 3 come estremo dell'asta 1.3 che si allunga, detto spostamento deve potersi ottenere come somma geometrica dell'allungamento s diretto secondo 1.3 e di uno spostamento normale dovuto ad una rotazione dell'asta attorno al suo estremo fisso 1; considerato invece come estremo dell'asta 2.3, la cui

lunghezza resta immutata, il punto 3' deve spostarsi normalmente alla direzione di quell'asta. Resta così completamente determinato il vettore $0 \cdot 3'$ che, solo, soddisfa ad entrambe queste condizioni.

Lo spostamento $0 \cdot n'$ di un altro nodo qualunque n della travatura — o meglio della porzione di travatura isolata dalla sezione canonica considerata — si troverà poi subito se si osserva che tale nodo deve mantenersi a distanze invariabili da 2 e da 3; il punto n' si otterrà perciò come punto di intersezione della normale a $2 \cdot n$ condotta per 0 e della normale a $3 \cdot n$ condotta per 3'.

Volendo gli spostamenti di tutti i nodi non c'è che da ripetere tante volte quante occorre questa costruzione. I singoli spostamenti risultano necessariamente ortogonali ai vettori che dal centro di rotazione 2 proiettano i rispettivi nodi, e sono anzi proporzionali a questi vettori; il diagramma che si ottiene riproduce, in differente scala, lo schema stesso della travatura ruotato di un angolo retto (tracciato rosso della nostra figura).

Ma di solito non occorre costruire per intero un tale diagramma. Ciò che interessa è la legge di variazione delle componenti di spostamento nella particolare direzione secondo cui agiscono le forze. Ora, qualunque sia questa direzione, questa legge riesce notoriamente lineare. Tenuto conto che la retta che la rappresenta deve presentare ordinata nulla in corrispondenza del centro di rotazione, la si potrà senz'altro ritenere determinata quando di essa sia nota un'altra ordinata qualunque, vale a dire la componente, nella direzione considerata, dello spostamento di un nodo generico.

Volendo che i nostri esempi siano il più possibile semplici e chiari, e che essi rispecchino fedelmente e senza inutili complicazioni le difficoltà che l'ingegnere effettivamente incontra nella pratica esecuzione di questi calcoli, noi ci limiteremo a supporre che la travatura sia soggetta soltanto a carichi verticali distribuiti sopra uno dei suoi correnti, per esempio sul corrente superiore. In conseguenza ci limiteremo a considerare quella che abbiamo dianzi convenuto di chiamare la *deformata verticale* di tale corrente.

Essa sarà rappresentata da una retta uscente da quel punto dell'asse di riferimento (asse delle ascisse) che sta sulla verticale per 2; l'inclinazione di questa retta sarà perfettamente definita

quando si sappia qual'è l'ordinata che essa deve intersecare sulla verticale di un altro nodo qualunque come n . Teoricamente è affatto indifferente servirsi a questo scopo di uno piuttosto che di un altro dei vari nodi del corrente considerato, o anche di un nodo dell'altro corrente, per esempio dello stesso nodo 3, da cui la ricerca degli spostamenti ha dovuto necessariamente avere inizio. In pratica la scelta può avere qualche interesse dal punto di vista della maggiore o minor precisione con cui possono venir eseguite le operazioni grafiche relative.

Del resto è facile convincersi che dalla suddescritta ricerca degli spostamenti si può anche, volendo, prescindere completamente; che cioè si può adottare come deformata verticale del corrente considerato una qualunque retta uscente da quel certo punto dell'asse di riferimento che sta sulla verticale per 2; basta trovare poi la scala in cui gli spostamenti riescono così rappresentati, o meglio ancora, basta trovare l'unità di misura da impiegarsi quando si vorrà poi interpretare quella deformata come linea di influenza degli sforzi nell'asta 1.3.

Ora, a questo proposito, si può osservare che questa unità di misura — la quale per definizione coincide identicamente colla deformazione impressa s — altro non è che lo spostamento che il nodo 3 subisce nella direzione 1.3 in dipendenza della considerata rotazione attorno al centro 2.

Se ci si riporta, come qui convien fare, agli spostamenti verticali, si può pertanto ritrovare tale unità di misura sotto forma di spostamento verticale prodotto dalla stessa rotazione in un punto qualunque della verticale la cui distanza r dal centro di rotazione eguaglia la distanza di detto centro dall'asse dell'asta 1.3.

Basterà dunque assumere come unità di misura l'ordinata del diagramma sulla predetta verticale.

Quanto al segno è evidente che un allungamento di un'asta come la 1.3, che appartiene al corrente inferiore, deve necessariamente produrre un innalzamento dei nodi della porzione di travatura isolata dalla sezione canonica. Supposto che le forze agenti su questi nodi siano dirette verso il basso — come accade in pratica sempre quando si tratta di pesi — il lavoro fatto da tali forze risulterà negativo; negativo sarà per conseguenza lo sforzo che detti pesi determinano nell'asta considerata.

L'opposto sarebbe naturalmente accaduto se avessimo invece presa in considerazione un'asta del corrente superiore.

Nelle nostre rappresentazioni grafiche, tutte le volte che indicheremo il segno delle ordinate di una linea d'influenza, lo faremo riferendoci a queste medesime ipotesi. Saremo così costantemente condotti a considerare come positive le ordinate che si verranno a trovare al di sotto della retta di riferimento, e come negative quelle che si verranno a trovare al di sopra. Ma resta bene inteso, una volta per tutte, che queste nostre indicazioni hanno un valore in quanto sono riferite al caso pratico delle forze dirette verticalmente verso il basso.

Nella tavola LII si è invece preso in esame il caso di un'asta di parete, e più precisamente della diagonale 2.3.

La sezione canonica relativa a quest'asta è quella che interseca, insieme ad essa, le due aste di contorno 1.3 e 2.4; è dunque nel punto di incontro M degli assi di queste ultime due aste che si troverà in questo caso il centro di rotazione della porzione di travatura 3.4... n isolata dalla predetta sezione.

Ciò è quanto dire che la deformata verticale della porzione del corrente superiore compresa fra il nodo 4 ed il nodo n deve riuscir rappresentata da una retta intersecante l'asse di riferimento sulla verticale per M .

Detta retta sarà senz'altro definita quando sia nota l'ordinata che essa deve intersecare sulla verticale per 4; e questa ordinata potrà determinarsi facilmente se, usando i metodi grafici già descritti a proposito della tavola precedente, si sono calcolati in funzione della variazione impressa s gli spostamenti 0.3' e 0.4' dei nodi 3 e 4.

S'intende che la figura andrà poi completata in corrispondenza della regione interposta fra la porzione di travatura che resta fissa (a sinistra del nodo 2) e quella che si sposta nel modo testè descritto (a destra di 4); e ciò si farà introducendo una seconda retta la quale rappresenti colle sue ordinate, contate a partire dalla solita retta di riferimento, gli spostamenti verticali dei punti dell'asta 2.4 o di quella qualunque soprastruttura che fa capo a questi due nodi; tale retta risulta implicitamente definita dalla duplice condizione a cui deve soddisfare, di individuare sulla verticale per 4 la stessa ordinata

già calcolata dianzi, e di presentare ordinata nulla sulla verticale per 2.

Anche qui si può osservare che la costruzione degli spostamenti $0.3'$ e $0.4'$ avrebbe potuto venir risparmiata, e che la deformata avrebbe potuto venir tracciata a priori, salvo a determinare poi l'unità di misura in base alla quale essa avrebbe potuto venir interpretata come linea di influenza dello sforzo nell'asta 2.3.

Al qual fine giova ricavare dalla deformata stessa la grandezza della variazione impressa s che per definizione va assunta eguale all'unità.

Ciò si può fare, nel caso concreto, in due modi diversi: sia riferendosi alla rotazione della porzione 3.4... n della travatura attorno al centro M e considerando l'ordinata del diagramma sulla verticale che per rapporto al punto M presenta la stessa distanza r dell'asse dell'asta 2.3; sia riferendosi invece alla rotazione relativa della stessa porzione di travatura per rapporto all'asta 2.4 (rotazione relativa il cui centro cade ovviamente in 4) e considerando l'ordinata intercetta tra i due lati della bilatera su quella verticale la cui distanza da 4 eguaglia la distanza r' che intercede fra lo stesso punto 4 e l'asse dell'asta 2.3.

Passiamo ora ad una seconda categoria di problemi: sono quelli relativi alle travature la cui riduzione a nodi canonici esige la preventiva loro liberazione dai vincoli. E, tanto per fissar le idee su di un caso concreto, riprendiamo in considerazione quel semplicissimo tipo di centina di cui ci siamo già occupati a pagina 268.

Sia 1.3 (tavola LIII) l'asta per la quale si vuol costruire la linea d'influenza degli sforzi, ed alla quale pertanto si imminerà impressa la variazione di lunghezza s .

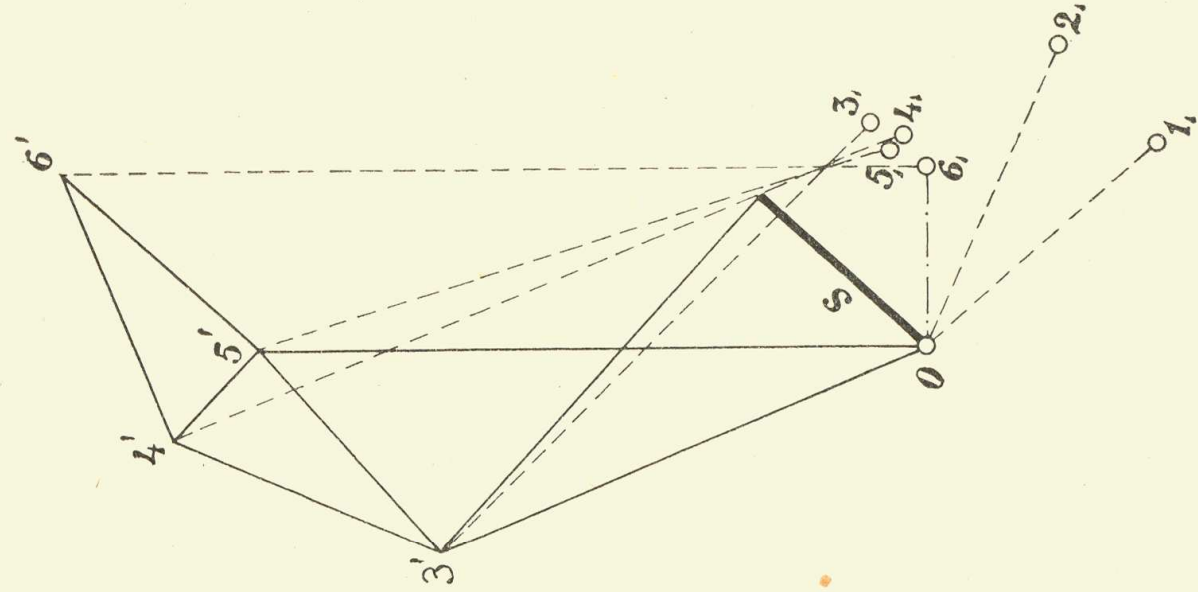
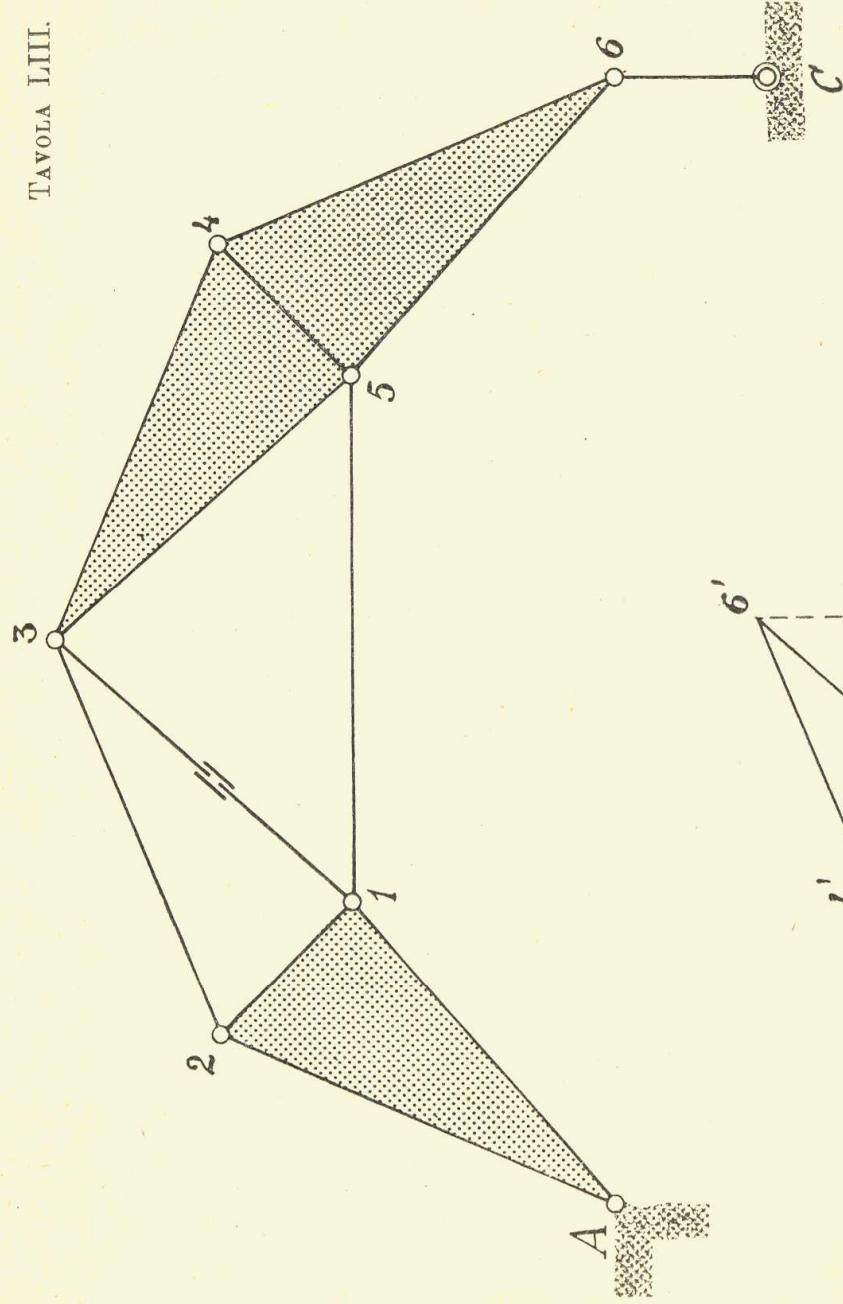
La costruzione del diagramma degli spostamenti presenta qui qualche difficoltà in relazione colle particolari condizioni di vincolo. Risulta infatti chiaro dalla figura che il nodo A deve in ogni caso restar fisso, ma non si saprebbe a priori quale entità attribuire alle rotazioni che le due aste $A.1$ e $A.2$ posson subire attorno a quel nodo.

La prima idea che si presenta è allora quella di procedere con un metodo di falsa posizione, incominciando col supporre che quella rotazione sia nulla (ciò che si può fare se si immagina momentaneamente soppresso il vincolo $6.C$), salvo a corregger poi i risultati quando da essi ci sia dato di dedurre la grandezza che la rotazione stessa deve assumere perchè lo spostamento del nodo 6 divenga compatibile col vincolo a cui esso in realtà è soggetto.

Immaginiamo dunque che non solo il nodo A ma anche i nodi 1 e 2 restino fissi; in funzione della deformazione impressa s calcoliamoci lo spostamento $0.3'$ del nodo 3 e poi successivamente quelli dei nodi 5 , 4 e 6 .

Come era prevedibile $0.6''$ non sarà in generale compatibile colla presenza dell'asta di vincolo $6.C$; ma lo potrà diventare se alla deformazione calcolata si sovrappone una rotazione attorno ad A , con conseguente spostamento $6''.6$, tale che lo spostamento risultante 0.6 , risulti normale all'asta $6.C$.

Determinata così l'ampiezza della rotazione, il calcolo degli spostamenti effettivi dei singoli nodi non presenta più alcuna difficoltà; ciascuno di essi si potrà infatti ottenere sommando geometricamente lo spostamento dapprima calcolato con quello dovuto alla rotazione, quest'ultimo essendo diretto normalmente al raggio che da A proietta il nodo che si considera, e di grandezza proporzionale alla sua distanza da A .



Quello dianzi descritto non è però il solo modo di procedere, nè il più consigliabile.

Noi riteniamo assai preferibile rinunciare alla libera scelta della deformazione impressa s , vale a dire dell'unità di misura in cui il diagramma d'influenza dovrà poi esser letto.

Si può allora in compenso assumere ad arbitrio l'ampiezza di quella certa rotazione dell'asta $A.1$ attorno al punto fisso A , o, ciò che fa esattamente lo stesso, si può assumere ad arbitrio lo spostamento 0.1 del nodo 1 (tavola LIV) purchè diretto normalmente all'asse dell'asta $A.1$.

Dalla conoscenza di questo primo spostamento si dedurrà subito quella dello spostamento 0.2 del nodo 2 nonchè di qualunque altro punto M del piano che si volesse immaginar rigidamente connesso con 1 e con 2 .

Ora nella nostra figura M è il punto di incontro degli assi delle aste 2.3 ed 1.5 , vale a dire è il centro attorno a cui si verifica la rotazione relativa delle due parti della travatura allorchando si fa variare la lunghezza dell'asta 1.3 .

M si può quindi anche riguardare come rigidamente connesso con 3 e con 5 (nel senso che nel moto relativo che questi punti subiscono per rapporto a 2 e ad 1 non variano le distanze $M.3$ ed $M.5$) e quindi anche con 6 .

Perciò lo spostamento del nodo 6 si dovrà poter fra l'altro ottenere come somma geometrica dello spostamento di M e di uno spostamento normale alla congiungente $M.6$; ma esso, per esser compatibile coi vincoli, deve riuscir normale alla direzione dell'asta $6.C$; esso è dunque completamente definito, e la successiva deduzione degli spostamenti dei nodi 4 , 5 e 3 non presenta più alcuna difficoltà.

A diagramma completato sarà poi facile trovare la variazione di lunghezza dell'asta 1.3 : basterà proiettare sulla direzione stessa dell'asta lo spostamento relativo di 3 per rapporto ad 1 ; e la s così determinata si assumerà come unità di misura per la lettura degli spostamenti dei varii nodi della travatura nella direzione delle forze ad essi applicate.

Nella nostra figura abbiamo voluto supporre che sui nodi del contorno superiore della centina le forze agiscano secondo differenti direzioni, così com'è già stato detto a pagina 268; e si sono indicate le proiezioni f_2 , f_3 , f_4 degli spostamenti di detti

nodi, che, lette nella scala $s = 1$, misurano gli sforzi determinati nell'asta 1.3 da quelle forze esterne, supposte di intensità unitaria.

Nel caso particolare in cui le forze sono tutte dirette verticalmente conviene al solito passare dal diagramma degli spostamenti alla deformata verticale.

Tale deformata ha l'andamento rappresentato nella tavola LV.

Ed è interessante sapere che, per disegnarla, non occorre affatto avere eseguite le ricerche precedentemente descritte, ed averne dedotte le ordinate f_2 , f_3 ed f_4 .

Basta tener presente che essa deve avere andamento lineare per ciascuno dei tronchi A.2, 2.3 e 3.6 del contorno superiore della travatura; che deve presentare ordinate nulle tanto in corrispondenza di A come in corrispondenza di 6; che infine il primo ed il terzo lato della trilatera si debbono incontrare sulla verticale per M.

Quanto all'unità di misura la si troverà considerando la rotazione dell'asta 2.3 per rapporto alla porzione A.1.2 della travatura, epperò leggendo l'ordinata intercetta tra il primo ed il secondo lato della trilatera sulla verticale la cui distanza r dal nodo 2 eguaglia la distanza che separa tale nodo dall'asse dell'asta 1.3.

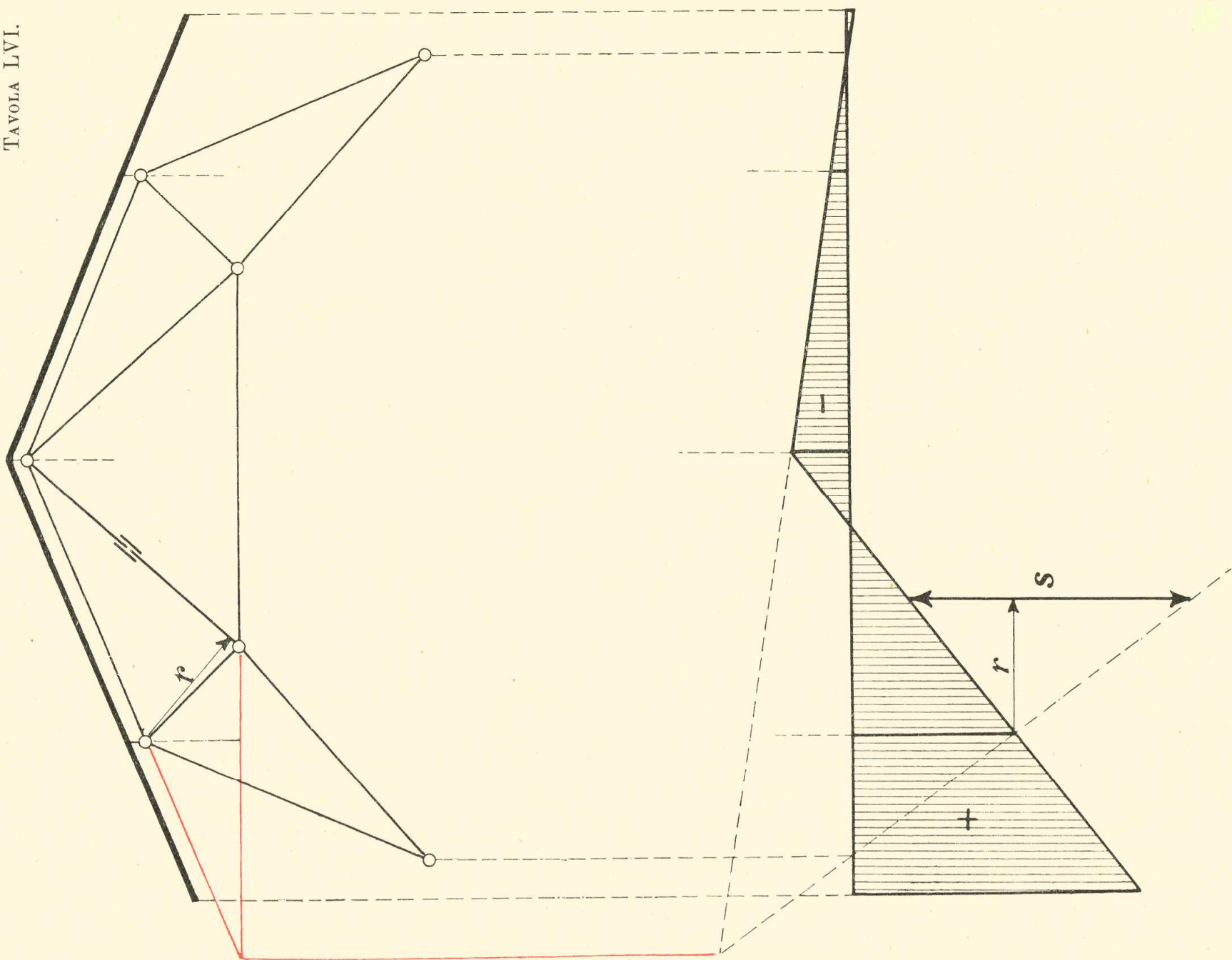
La si troverà anche considerando la rotazione relativa della porzione 3.4.5.6 della travatura per rapporto alla A.1.2, e quindi leggendo l'ordinata intercetta tra il primo ed il terzo lato della trilatera sulla verticale la cui distanza r' dal punto M eguaglia la distanza di questo medesimo punto dall'asse geometrico dell'asta 1.3.

La tavola LVI si riferisce ancora a quel tipo di centina di cui ci siamo ripetutamente occupati nelle pagine precedenti. Soltanto si è qui supposto che l'azione dei carichi verticali venga trasmessa alla travatura da una soprastruttura, costituita da un tetto a due falde, ed ancorata alla travatura stessa in corrispondenza dei soliti tre nodi del corrente superiore.

In queste condizioni, la linea d'influenza dello sforzo nell'asta che ha formato oggetto delle nostre precedenti discussioni si otterrà costruendo la deformata della soprastruttura, luogo dei punti di applicazione dei carichi.

Confrontando questa tavola colla precedente, il lettore rileverà senza difficoltà le varianti a cui la nuova ipotesi ci ha condotti.

TAVOLA LVI.



Volendo affrontare sistematicamente il problema del tracciamento delle linee d'influenza per via diretta — vale a dire senza passare per la preventiva costruzione del diagramma degli spostamenti — conviene aver sempre presenti alcune semplicissime regole di cinematica elementare che si riferiscono alla determinazione dei centri istantanei di rotazione delle catene articolate.

Consideriamo per esempio un sistema composto di tre aste rigide *I*, *II*, *III* articolate fra loro a catena, ed i cui estremi siano alla lor volta articolati a due punti del sistema fisso di riferimento nel modo indicato nella figura 87.

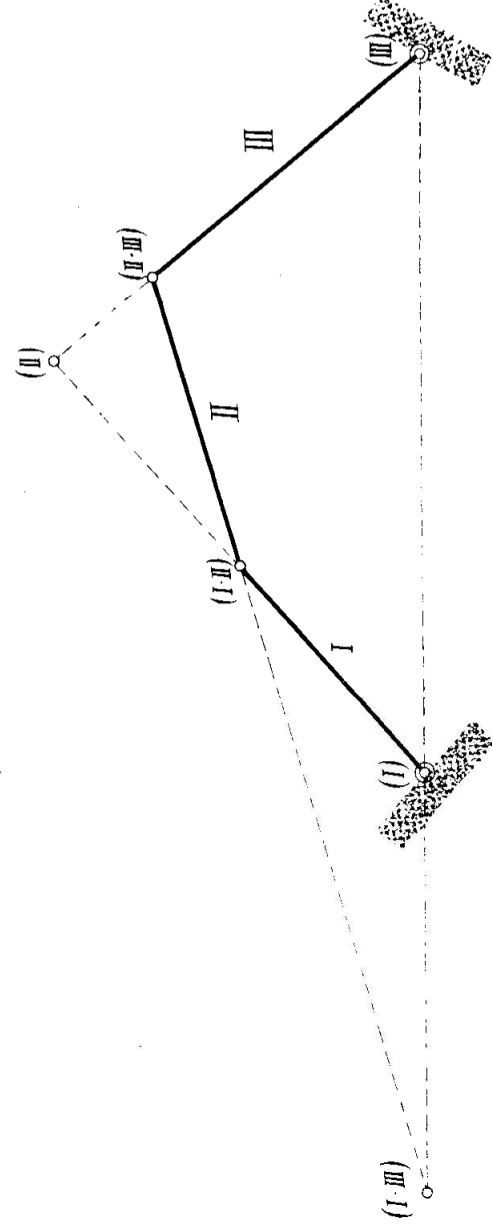


Fig. 87.

Noi adotteremo le parentesi per contrassegnare i centri di rotazione; così denoteremo con (I) il centro attorno a cui ruota l'asta *I*, centro che coincide naturalmente col punto fisso a cui *I* è articolata; denoteremo con $(I-II)$ il centro attorno a cui si verifica il moto relativo dell'asta *II* rispetto all'asta *I*, centro che deve necessariamente coincidere colla cerniera di articolazione delle due aste.

Volendo il centro (II) attorno a cui ruota nel suo movimento l'asta *II* basta osservare che, in virtù del teorema della composizione dei movimenti, tale centro deve riuscir allineato con (I) e con $(I-II)$; e che, per la stessa ragione, deve anche riuscire allineato con (III) e con $(II-III)$; esso dovrà dunque trovarsi nel punto d'incontro di quei due allineamenti.

Similmente, volendo il centro $(I-III)$ del moto relativo dell'asta *I* per rapporto all'asta *III*, lo si potrà trovare nel punto

di concorso della congiungente di (I) e (III) colla congiungente di $(I \cdot II)$ e $(II \cdot III)$.

Se il numero delle aste che compongono la catena è maggiore di tre, il problema è solo apparentemente più complicato. Perchè il sistema continui a possedere un solo grado di libertà occorre infatti che tra quelle aste sussista qualche vincolo ulteriore, dalla cui conoscenza si può, in ciascun caso particolare, dedurre la posizione di qualcuno dei centri istantanei di cui ci stiamo occupando.

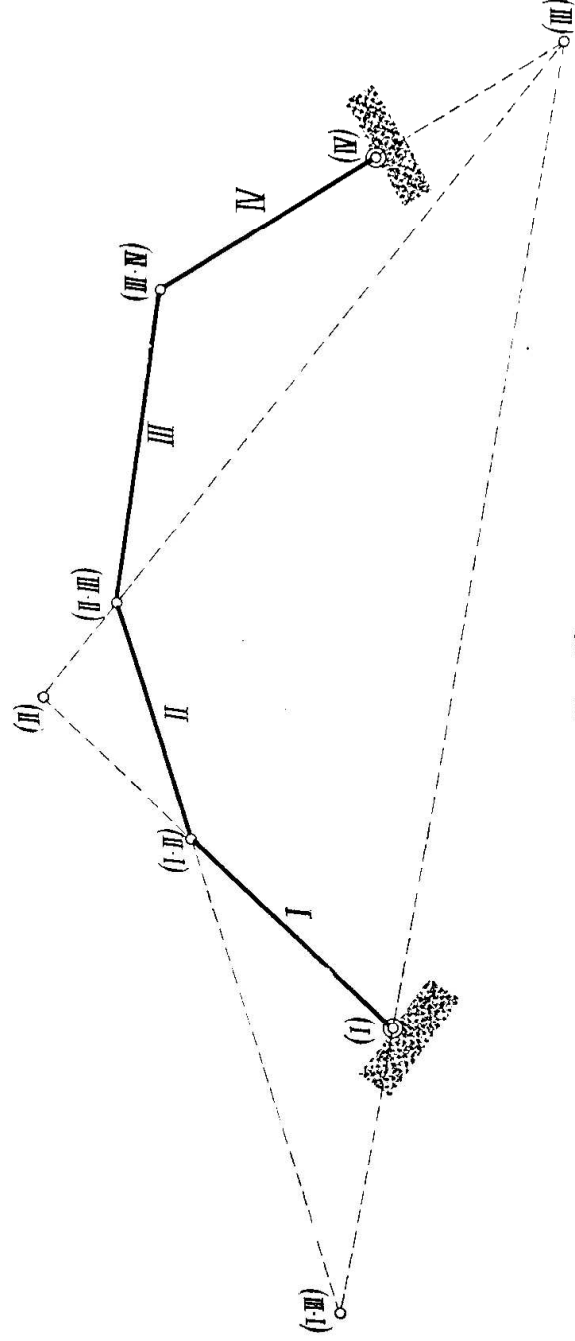


Fig. 88.

Supponiamo, per fissar le idee, che la catena sia costituita da quattro aste I, II, III, IV come in figura 88, e che, oltre ai centri $(I), (I \cdot II), (II \cdot III), (III \cdot IV),$ e (IV) , sia nota la posizione del centro $(I \cdot III)$ sulla retta che congiunge $(I \cdot II)$ a $(II \cdot III)$.

È facile dedurne la posizione del centro (III) ; esso dovrà infatti trovarsi nella intersezione della retta che congiunge (I) ad $(I \cdot III)$ colla retta che congiunge (IV) a $(III \cdot IV)$.

Congiungendo poi tale centro (III) col centro $(II \cdot III)$, e prolungando tale congiungente fino a che essa incontri la retta che passa per (I) e per $(I \cdot II)$ si otterrà anche il centro (II) , ed il problema cinematico si potrà riguardare come completamente ed esaurientemente risolto.

Ora, ecco alcuni casi pratici in cui queste costruzioni trovano immediata applicazione.

Una trave reticolare, come quella rappresentata nella tavola LVII, sia vincolata per modo che un suo nodo A risulti fisso, ed un altro suo nodo n debba mantenersi a distanza data da un altro punto fisso C .

Si tratti di costruire la linea d'influenza dello sforzo in un'asta generica di contorno 1.3 per forze verticali operanti sul contorno superiore $A.2 \dots n$ della travatura.

Ciò equivale a chiedere la deformata verticale di questo contorno superiore, nella ipotesi che all'asta 1.3 venga impressa la solita variazione unitaria di lunghezza.

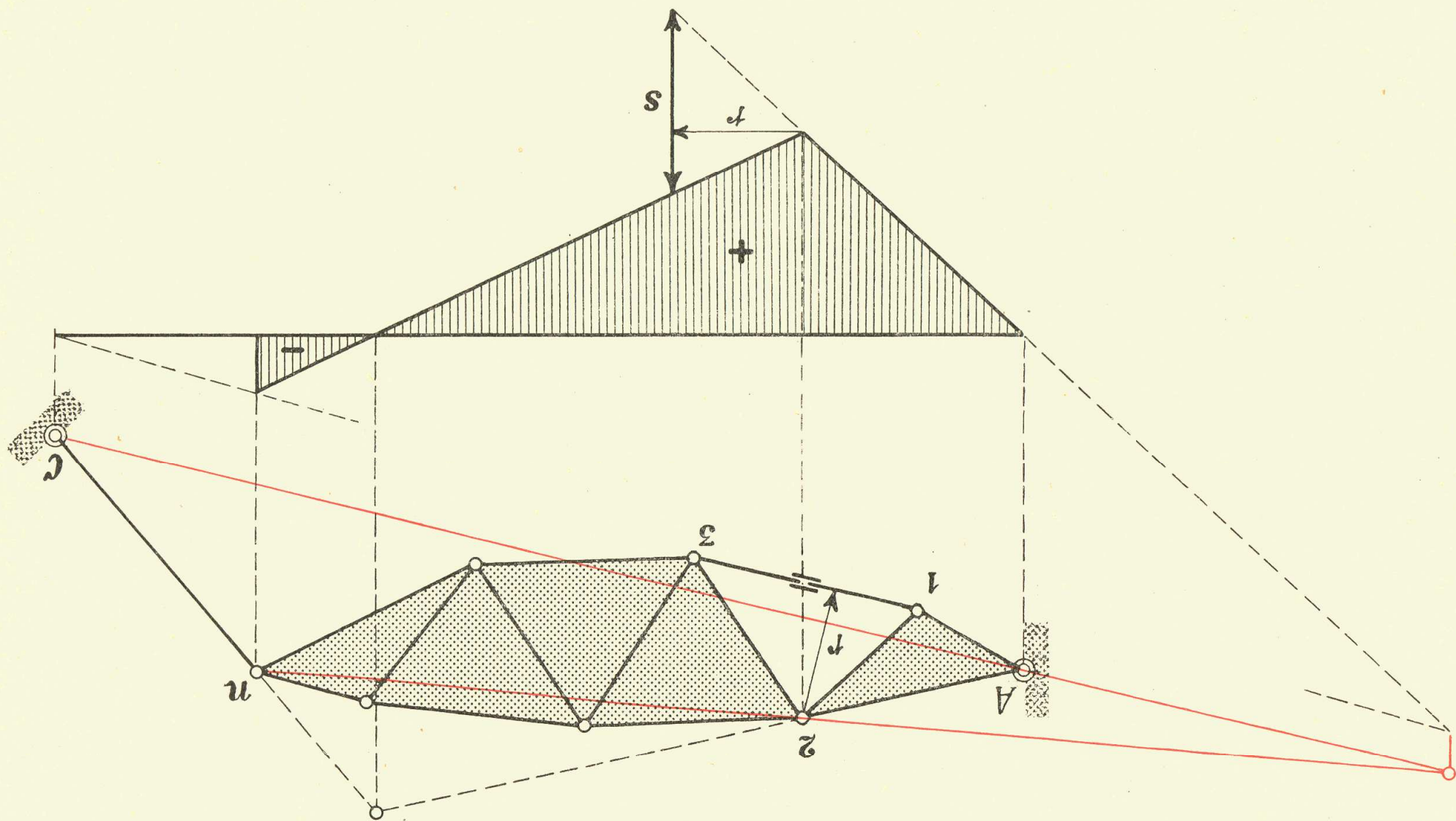
A tal fine si considererà la catena cinematica costituita dall'asta $A.2$, dal sistema rigido $2.n$ e dall'asta di vincolo $n.C$; questa catena si trova precisamente nelle condizioni previste nella figura 87.

Ora se, procedendo nel modo sopra descritto, si riesce a determinare il centro istantaneo di rotazione del sistema rigido $2.n$, ci si potrà poi servire di esso nella costruzione della deformata; è infatti evidente che, sulla verticale passante per esso, la detta deformata dovrà presentare ordinata nulla.

La conoscenza di questo elemento sarà anzi sufficiente per il tracciamento della deformata, ove si convenga di prescindere momentaneamente dalla scala. Questa potrà poi venire determinata a posteriori considerando la rotazione relativa dell'asta $A.2$ per rapporto al sistema $2.n$, e rilevando l'ordinata intercetta tra i due corrispondenti lati della deformata su di una verticale la cui distanza r dal centro relativo 2 sia eguale alla distanza che separa questo stesso centro dall'asse dell'asta 2.3 .

Se poi si provvede anche a determinare il centro del moto relativo dell'asta $A.2$ per rapporto all'asta $n.C$ (tracciato rosso della nostra figura), si avrà un altro elemento utile nella costruzione della deformata, o nella verifica della sua esattezza, se essa è già stata costruita. Sulla verticale condotta per tale centro relativo dovranno infatti incontrarsi il primo ed il terzo lato della deformata, vale a dire il lato che colle sue ordinate rappresenta gli spostamenti verticali dei punti dell'asta $A.2$, e quello che colle sue ordinate rappresenterebbe gli analoghi spostamenti dei punti dell'asta $n.C$.

Di solito quest'ultimo lato non fa più parte della linea d'influenza cercata, in quanto questa si considera limitata tra la



verticale per A e la verticale per n ; esso può tuttavia servire a definire l'ordinata (non nulla) con cui il diagramma termina quando l'asta di vincolo $n \cdot C$ non è verticale.

Quando nella medesima trave reticolare si passa a ricercar la linea d'influenza dello sforzo in un'asta di parete, come la $2 \cdot 3$ della tavola LVIII, giova riferirsi alla catena di aste rappresentata nella figura 88.

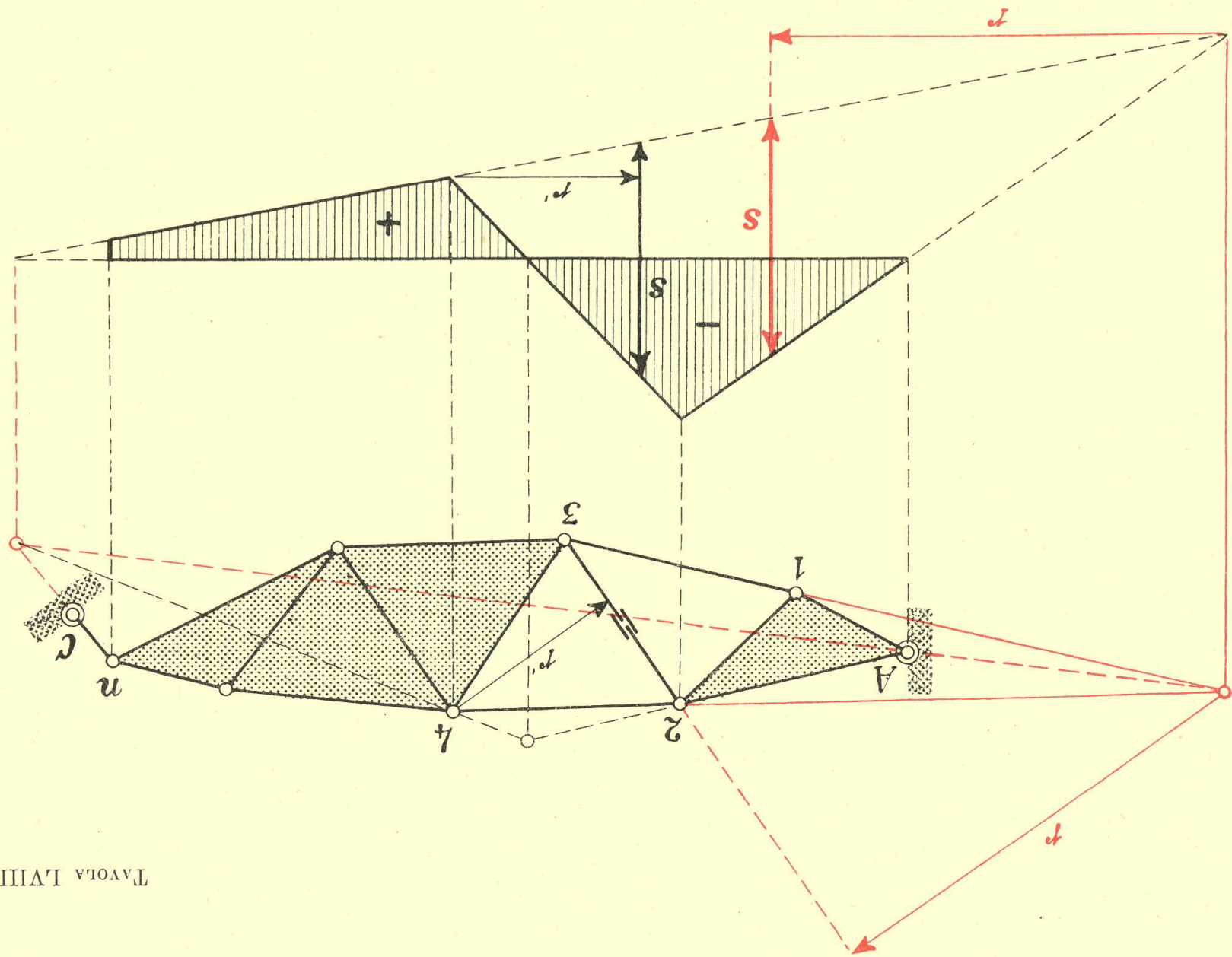
Nella variazione di configurazione determinata da una variazione di lunghezza impressa all'asta $2 \cdot 3$ il sistema si può infatti riguardare come costituito da quattro porzioni rigide $A \cdot 2$, $2 \cdot 4$, $4 \cdot n$, $n \cdot C$, articolate a cerniera fra loro nei nodi 2 , 4 , n ed al sistema fisso di riferimento in A ed in C .

Tra il primo ed il terzo elemento di questa catena sussiste però anche un altro vincolo: quello rappresentato dall'asta $1 \cdot 3$, la quale ci autorizza ad affermare che il moto relativo di $A \cdot 2$ per rapporto a $4 \cdot n$ deve consistere in una rotazione il cui centro si trova nel punto di intersezione di $1 \cdot 3$ con $2 \cdot 4$.

Noto questo centro relativo, si potranno immediatamente costruire i centri istantanei relativi alle aste $n \cdot C$ e $2 \cdot 4$.

La costruzione del primo di essi — eseguita in rosso nella nostra figura — è sufficiente per la risoluzione del problema, vale a dire per il tracciamento della linea d'influenza e la determinazione della relativa unità di misura.

Nella tavola è stata però eseguita (in nero) anche la costruzione dell'altro centro, e si è indicato il modo con cui di esso si può trarre partito per determinare la verticale in corrispondenza della quale la linea d'influenza presenta ordinata nulla (*verticale di passaggio* o di separazione tra le ordinate positive e le ordinate negative).

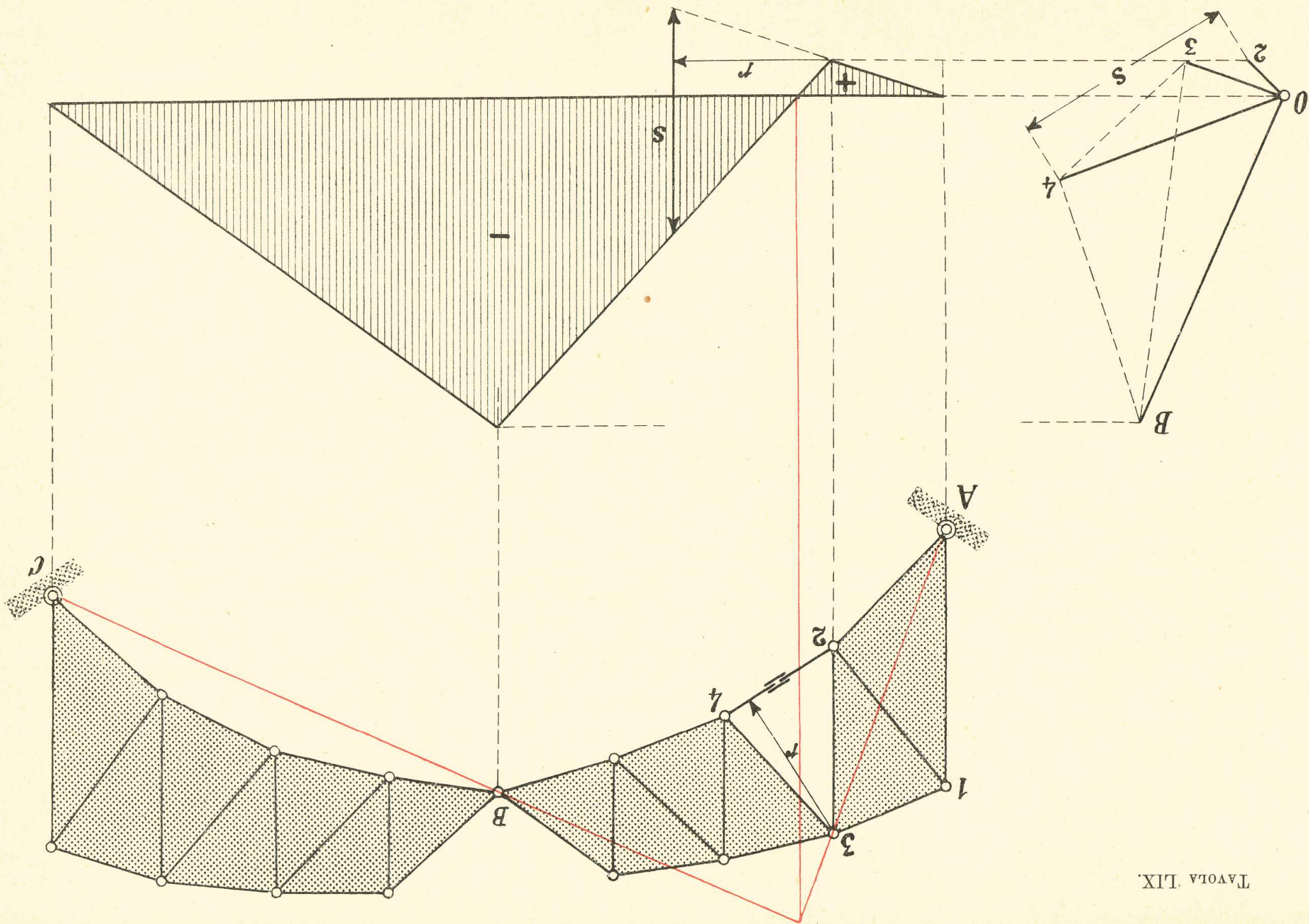


Del tutto analogo al precedente è il caso dell'arco a tre cerniere; ma si tratta di un problema di tale importanza pratica e di così generale interesse che riteniamo utile darne, nelle tavole che seguono, una trattazione veramente completa, indicando per ciascun tipo di asta le modalità per la costruzione del diagramma degli spostamenti — indispensabile per il calcolo dello sforzo determinato nell'asta da forze esterne comunque dirette — nonchè il procedimento che conduce direttamente al tracciamento della linea d'influenza per forze esterne verticali.

Incominciamo col considerare il caso di un'asta appartenente al contorno inferiore, come la 2.4 della tavola LIX.

La costruzione del diagramma degli spostamenti dovuti ad una variazione di lunghezza impressa all'asta 2.4 non presenta difficoltà: si può assumere ad arbitrio la grandezza dello spostamento 0.2 di cui si sa che dev'essere diretto normalmente all'asta A.2, dedurne lo spostamento del nodo 3, poi passare alla considerazione della cerniera B, il cui spostamento riesce completamente determinato se si tien conto che essa deve mantenersi a distanze invariabili da 3 e dal punto fisso C; finalmente, in funzione degli spostamenti di 3 e di B, si calcolerà lo spostamento del nodo 4.

Quanto alla linea d'influenza per forze esterne verticali la si potrà tracciare direttamente — vale a dire indipendentemente dal suddescritto diagramma — una volta che si sia determinato il centro di istantanea rotazione della porzione 3.4.B della travatura, centro che si trova nel punto di incontro della congiungente A.3 con la congiungente C.B.



Nella tavola LX i due procedimenti testè illustrati si vedono applicati nel caso in cui l'asta di cui si vogliono studiare gli sforzi appartenga al contorno superiore della travatura.