

Travature in cui la costruzione del diagramma degli sforzi interni presuppone che uno almeno di questi sforzi sia stato calcolato preventivamente.

A questa categoria di travature si dovrebbe per verità incominciare coll'ascrivere quei tipi di incavallature a puntoni costituiti come travi reticolari, di cui noi ci siamo già occupati a pagina 292 e seguenti.

Ma anche a prescindere da siffatti problemi — che noi abbiamo preferito risolvere per via di scomposizione della travatura in parti indipendenti e conseguente determinazione delle loro reazioni mutue — diversi altri casi rimangono, su cui è opportuno che noi ci intratteniamo brevemente.

Può darsi in primo luogo che, pur non essendo la travatura a nodi canonici, nè potendosi ridurre ad esser tale colla preventiva determinazione delle reazioni dei vincoli, vi sia in essa qualche particolare nodo le cui condizioni statiche possano essere facilmente individuate.

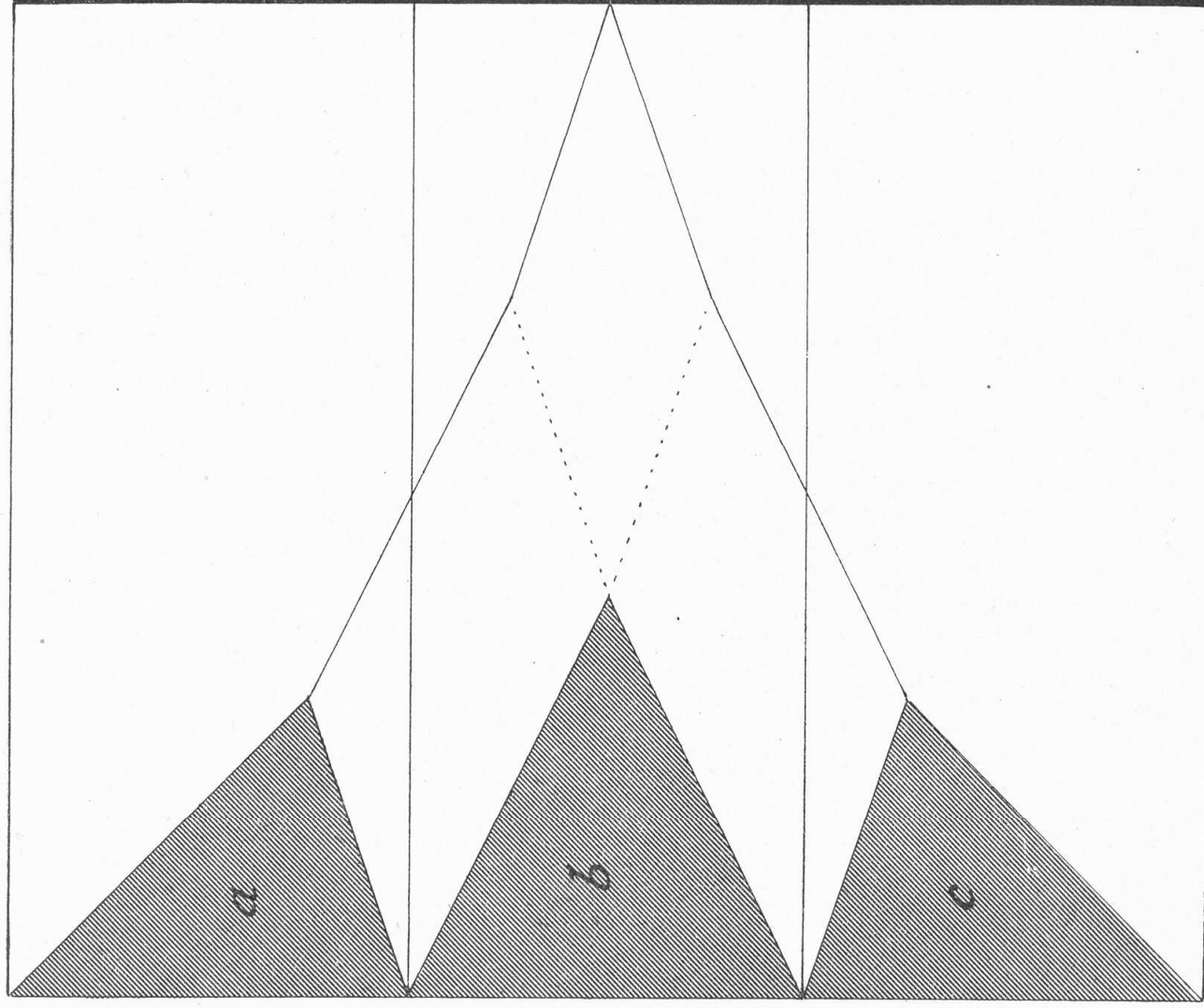
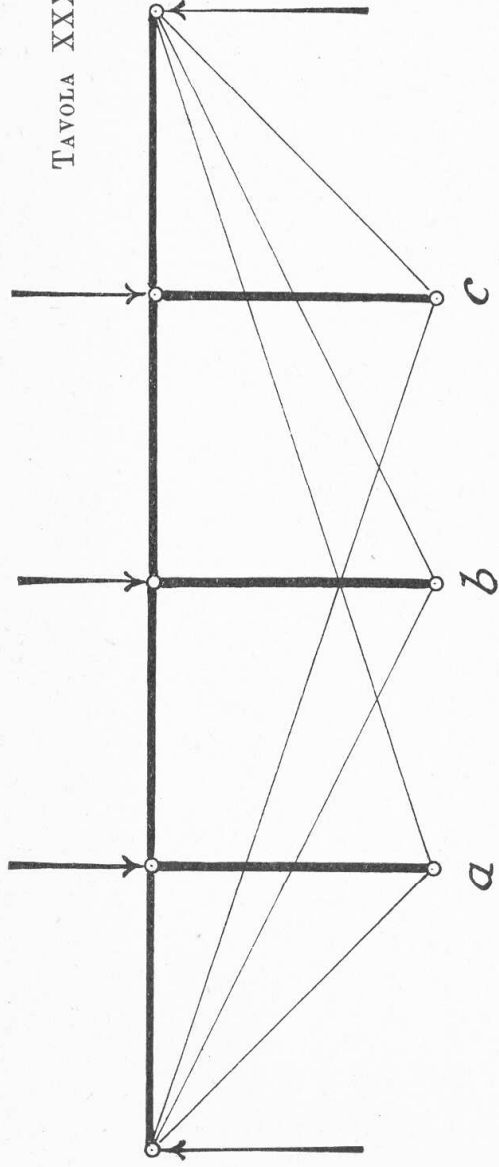
Ciò avviene per esempio nelle cosiddette “travi armate” allorchando vi è almeno un nodo del loro corrente rettilineo (orizzontale) nel quale non concorrano diagonali, ma soltanto un montante verticale. Allora, se il carico applicato a quel nodo è alla sua volta verticale, l'equilibrio del nodo esige che lo sforzo nel montante sia identicamente eguale al carico.

Che se poi all'altro estremo di quel montante fanno capo due sole diagonali, una semplice decomposizione di forze basterà a farci conoscere anche gli sforzi in queste due altre aste.

Nella trave rappresentata nella tavola XXXIX ciò che siamo venuti dicendo si avvera per ciascuno dei tre nodi del corrente orizzontale; in conseguenza si sono potuti tracciare i tre triangoli di equilibrio (contrassegnati con fondo grigio) che si riferiscono ai corrispondenti tre nodi inferiori *a*, *b*, *c*.

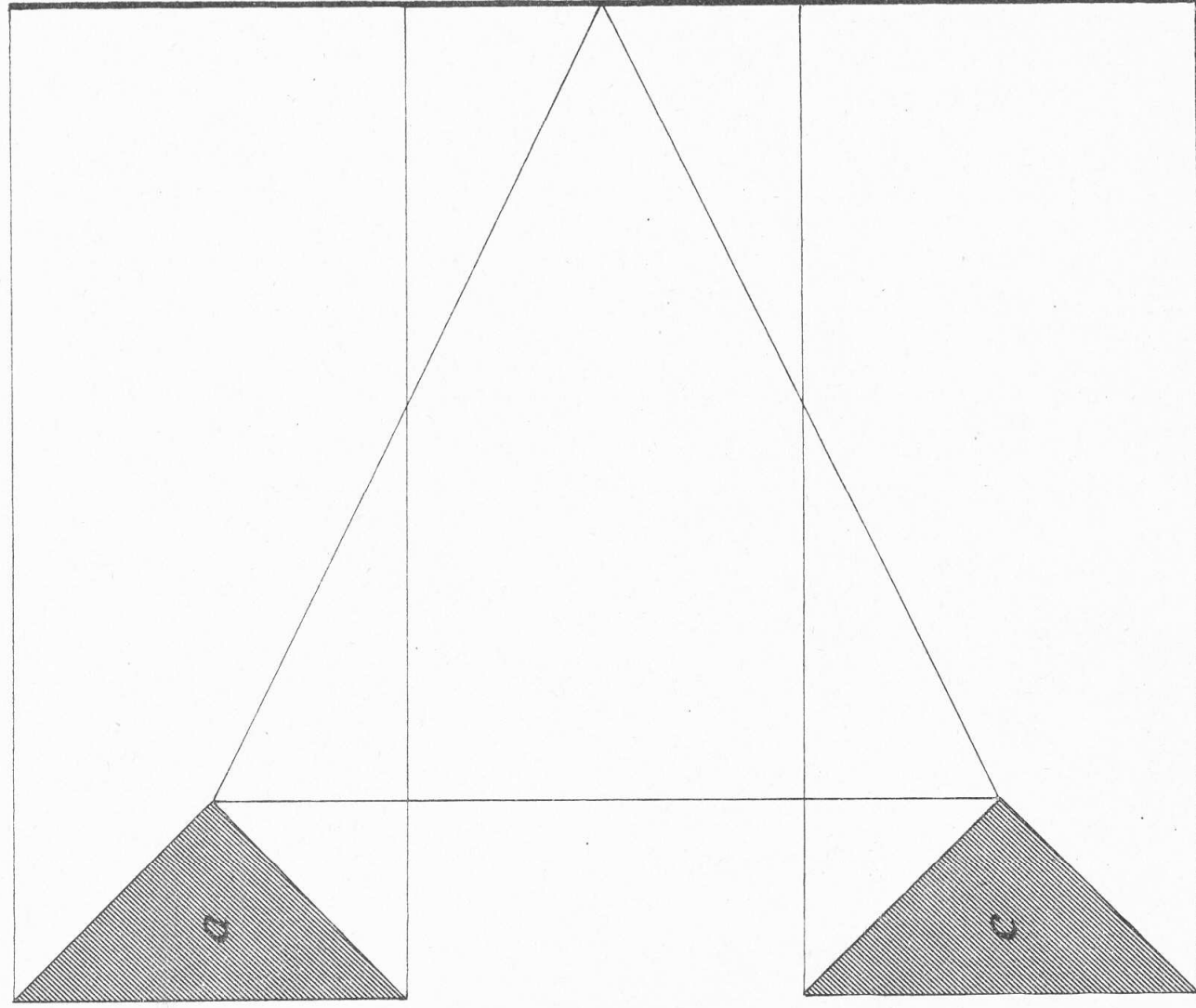
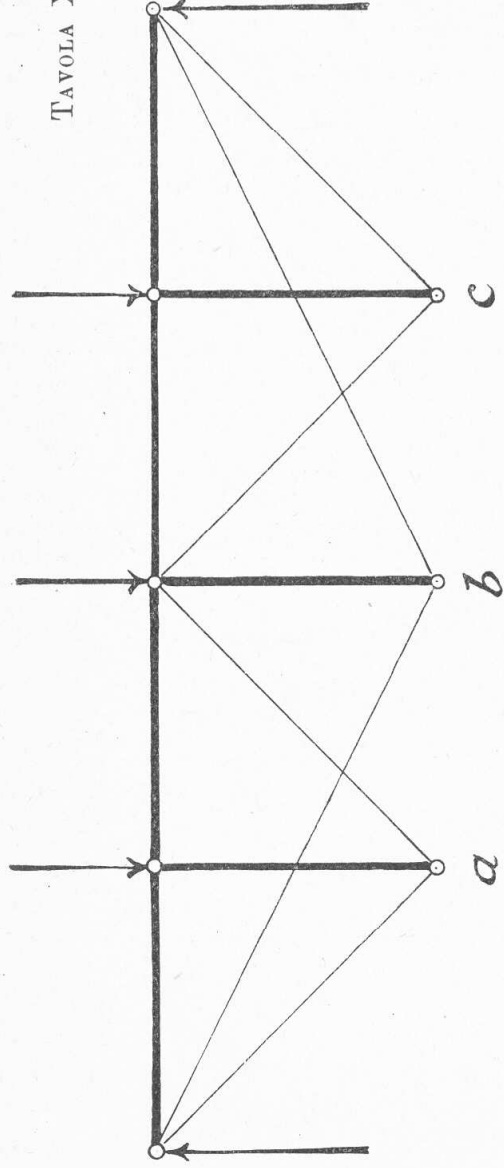
Dopo di che la costruzione del diagramma non presenta più alcuna difficoltà.

TAVOLA XXXIX.



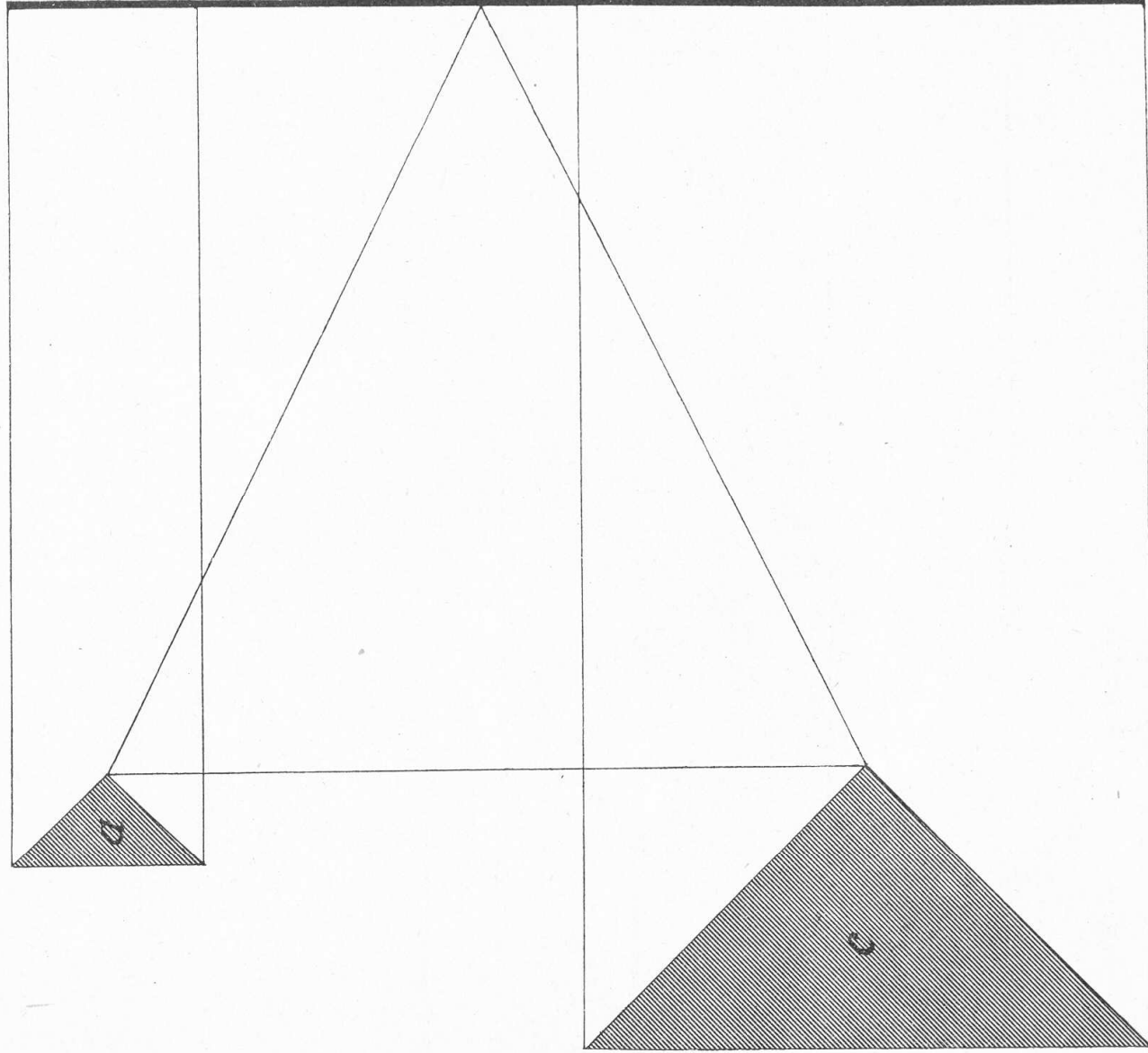
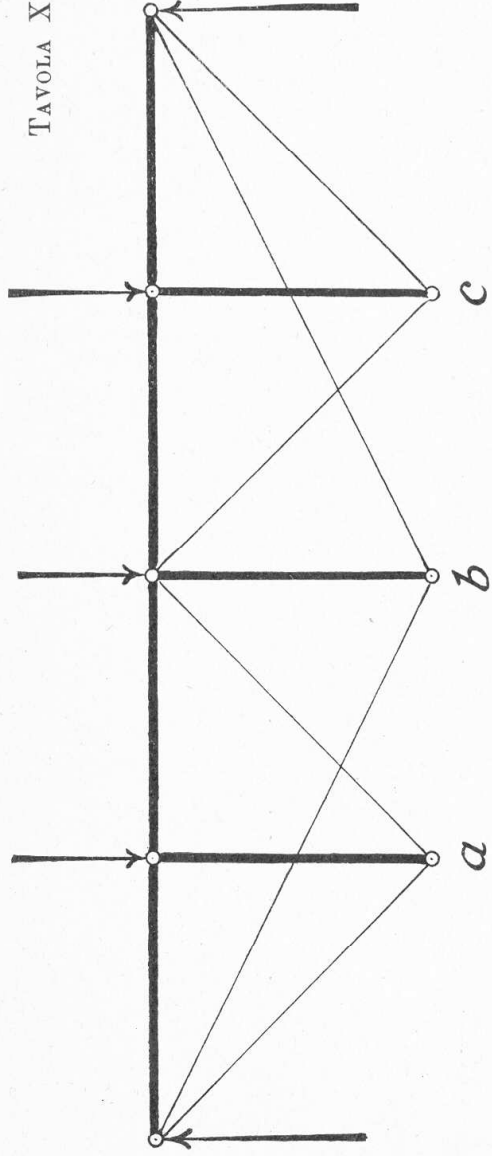
Nella tavola XL è rappresentata una trave armata americana tipo "Fink", a tre montanti, per il primo ed il terzo dei quali si può ripetere quanto si è detto a proposito dei montanti della trave trattata nella tavola precedente. Il calcolo degli sforzi interni è stato fatto qui nella ipotesi di un carico uniformemente distribuito sui nodi del corrente orizzontale.

TAVOLA XL.



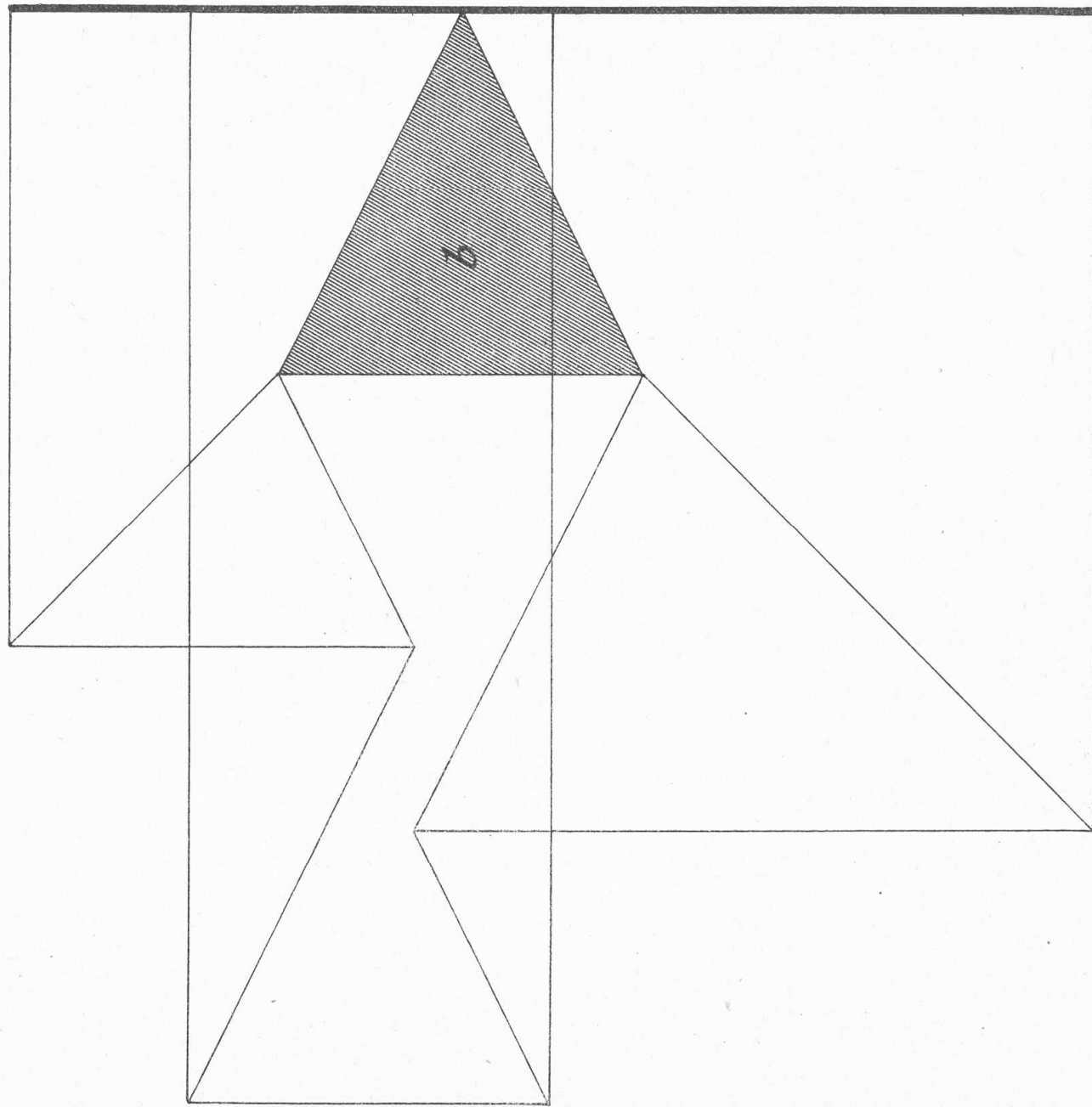
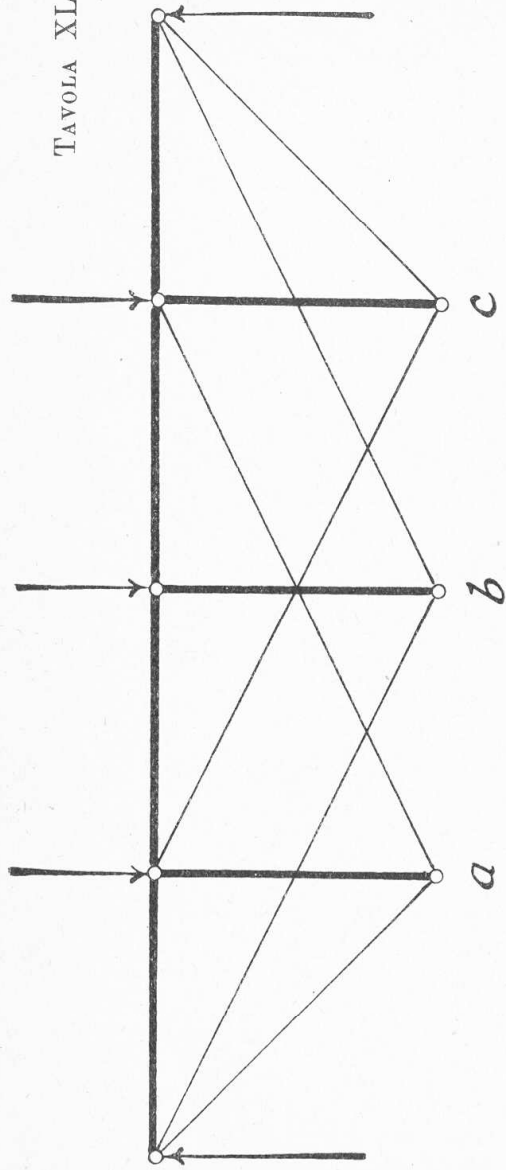
La stessa trave armata tipo "Fink" è stata trattata nella tavola XLI nell'ipotesi di una condizione di carico dissimmetrica.

TAVOLA XLl.



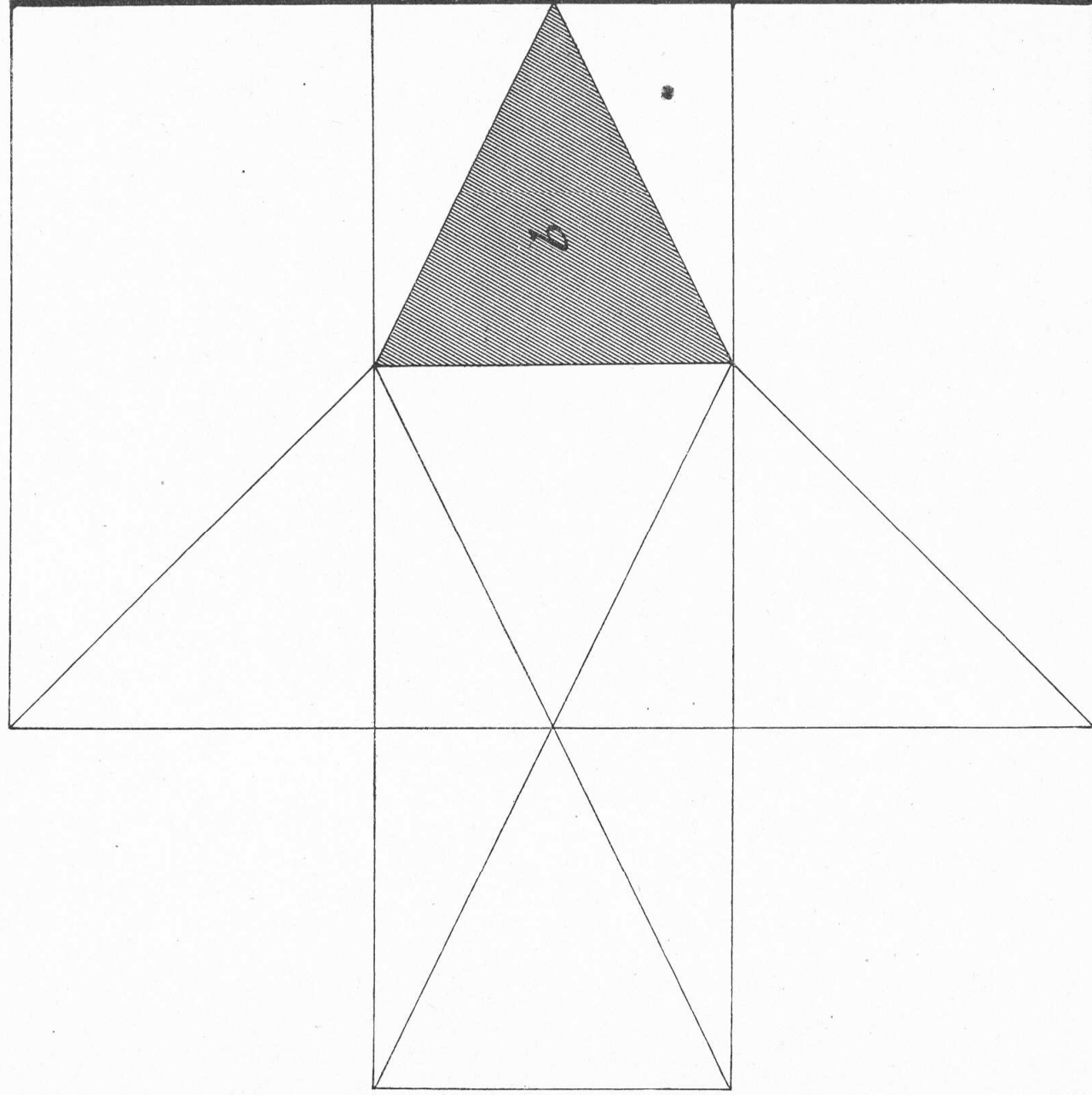
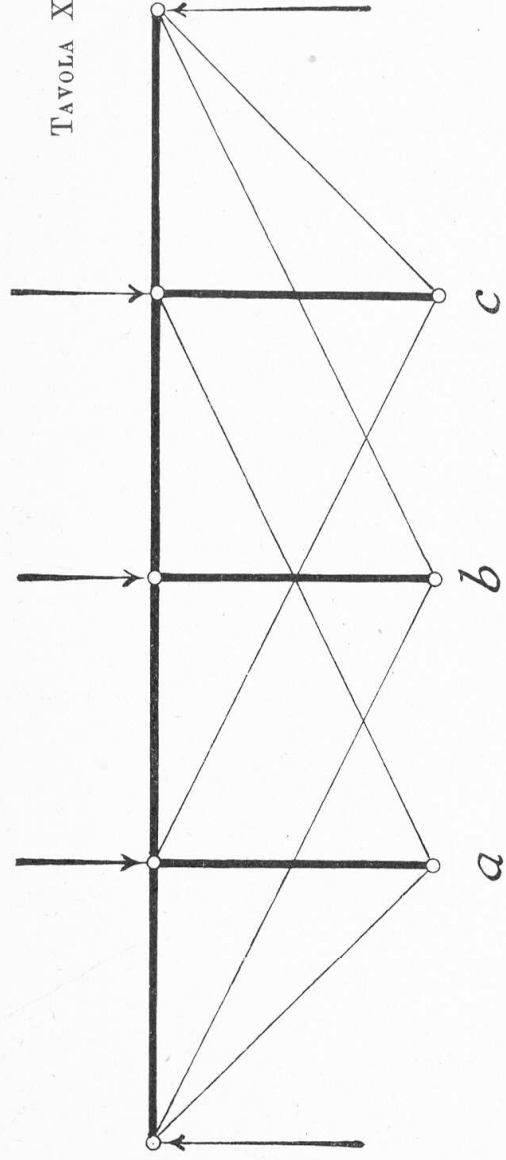
Un altro tipo di trave armata a tre montanti è quello rappresentato nella tavola XLII; qui la determinazione diretta degli sforzi non è possibile se non per il montante centrale, e conseguentemente per le due diagonali che fanno capo al suo estremo inferiore b ; è facile però constatare che, una volta operata questa prima determinazione, gli sforzi in tutte le altre aste si possono immediatamente dedurre per via di successive decomposizioni.

TAVOLA XLII.



La tavola XLIII si riferisce alla stessa trave, ed è destinata a mostrare le semplificazioni che il diagramma degli sforzi presenta allorquando il carico è uniformemente distribuito sui nodi del corrente orizzontale.

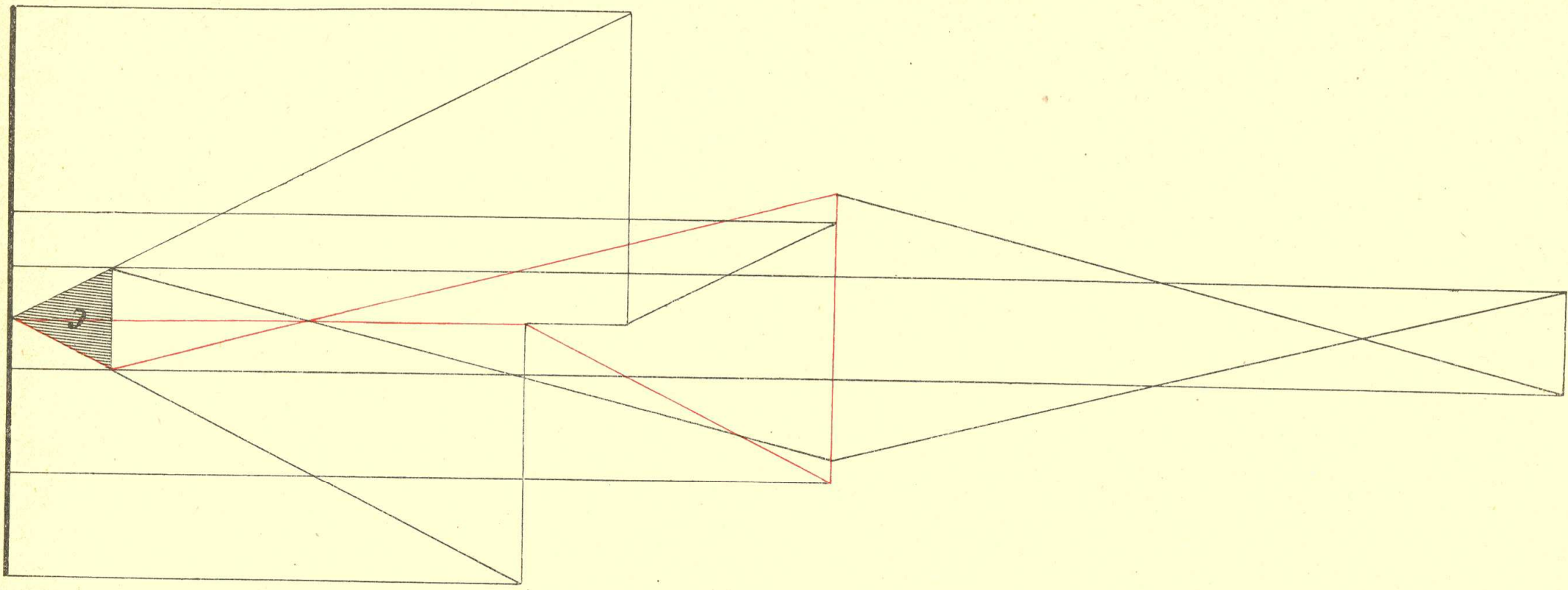
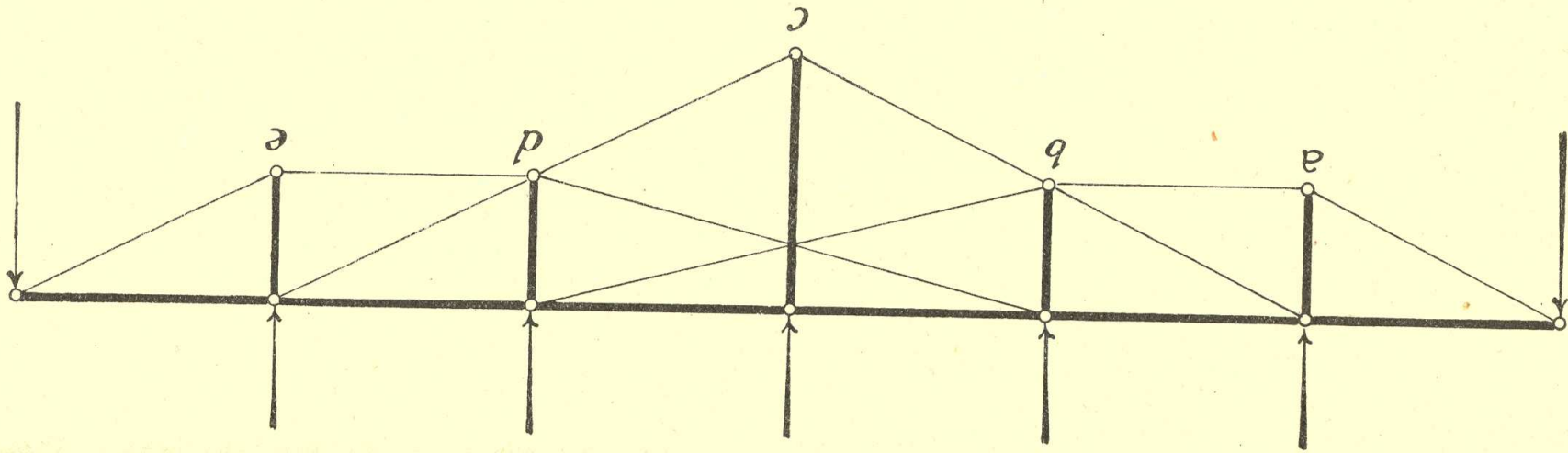
TAVOLA XLIII.



Un ultimo esempio del genere ci è offerto dalla trave armata a cinque montanti, rappresentata nella tavola XLIV.

Per essa un vero e proprio diagramma Cremoniano può facilmente iniziarsi partendo per esempio dal nodo estremo sinistro, poi passando al nodo contrassegnato in figura colla lettera *a*, quindi a quello immediatamente soprastante. Ma è evidente che non si potrà poi, colla stessa facilità, passare all'analisi delle condizioni di equilibrio del nodo *b*, nè di quello ad esso immediatamente soprastante; nell'uno come nell'altro si incontrerebbero infatti tre aste i cui sforzi sono ancora incogniti.

Il poligono di equilibrio del nodo *b* — che spicca in rosso nella nostra figura — si potrà per altro immediatamente tracciare se si sarà preventivamente fatta, coi metodi dianzi indicati, la determinazione degli sforzi nelle aste concorrenti in *c*.



Ed ora passiamo ad una seconda categoria di problemi: sono quelli in cui la determinazione preventiva dello sforzo (o degli sforzi), la cui conoscenza è indispensabile perchè si possa procedere alla costruzione del diagramma, non può farsi con nessun degli artifici sin qui descritti, bensì ricorrendo ad una sezione canonica.

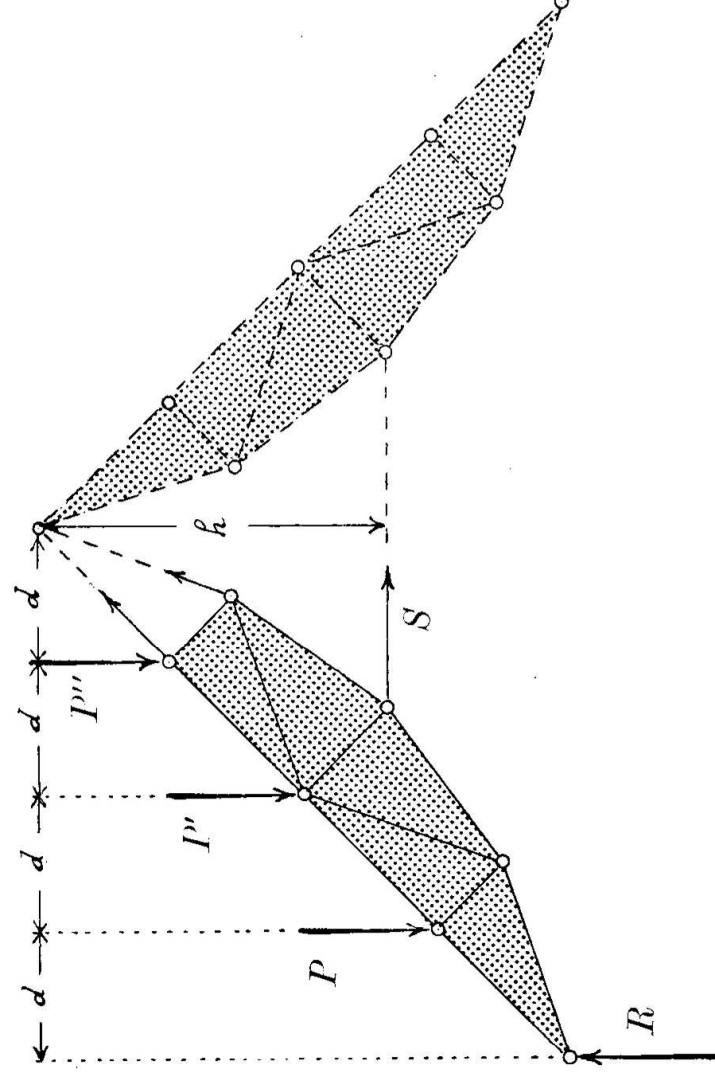


Fig. 86.

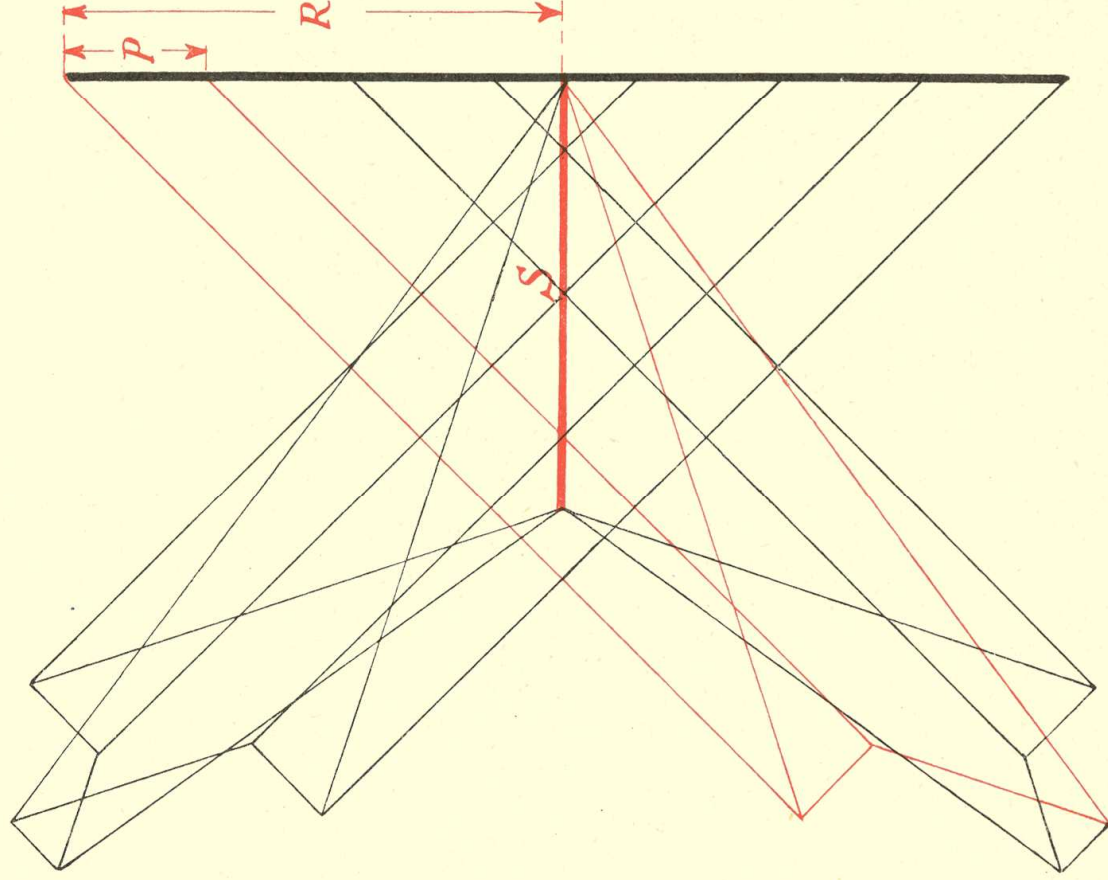
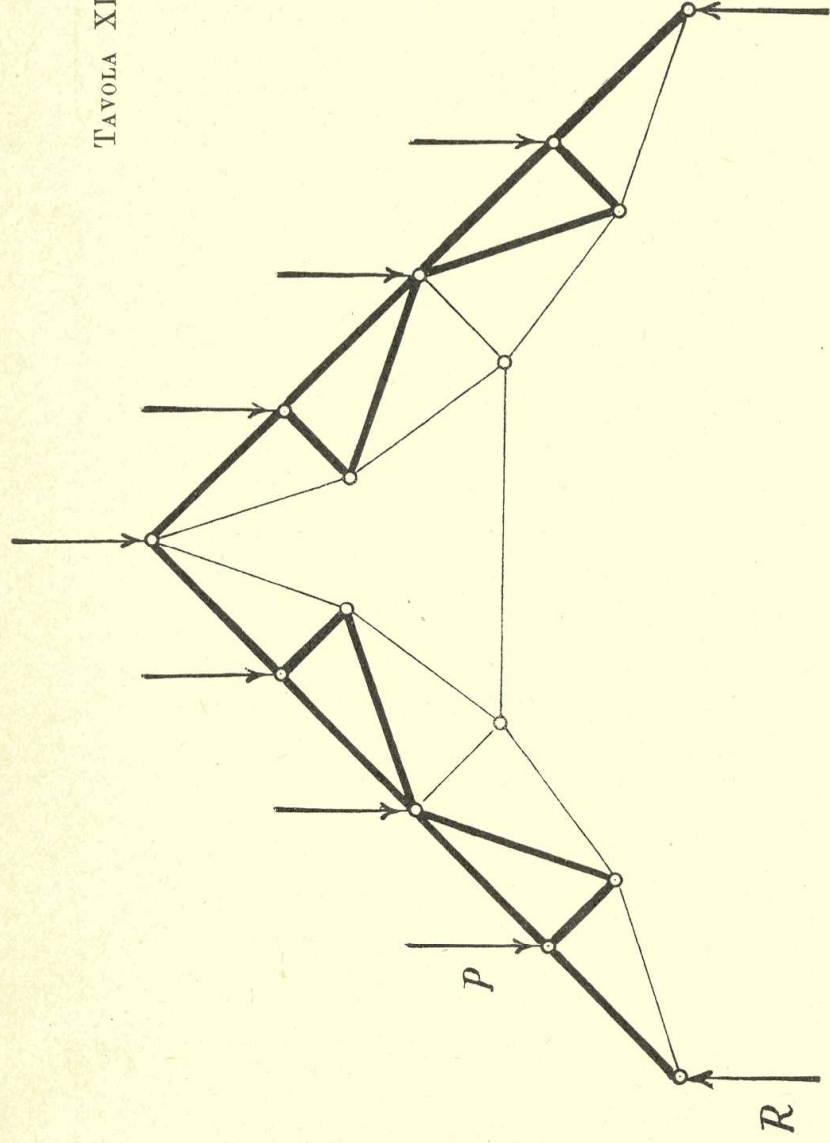
È questo il caso dell'incavallatura "Polonceau composta" il cui schema è rappresentato nella tavola XLV.

È infatti evidente che, anche supposta liberata dai vincoli — e determinate le relative reazioni nei modi soliti — una tale travatura non è a nodi canonici.

Si può bensì incominciare la costruzione del diagramma Cremoniano partendo per esempio dal nodo estremo sinistro (a cui è applicata la reazione R), e proseguirla passando all'attiguo nodo del corrente superiore (a cui è applicato il carico P e poi al corrispondente nodo del corrente inferiore. Si otterrà così senza difficoltà quella parte del diagramma che nella tavola trovansi disegnata in rosso (con tratto sottile).

Ma non si potrà poi andar oltre se non si provvede a determinare per altra via qualcuno degli sforzi che restano incogniti, per esempio quello nella catena orizzontale.

TAVOLA XLV.



Ora, il modo più semplice per giungere a questo risultato è quello di ricorrere ad una sezione canonica nel modo indicato in figura 86. Il vertice superiore dell'incavallatura, nel quale concorrono due delle aste interessate dalla sezione, potrà allora venire assunto come centro dei momenti; e procedendo nel modo indicato a pagina 61 si otterrà lo sforzo cercato S nella catena, mediante una formula del tipo

$$S = \frac{4 d R - 3 d P - 2 d P' - d P''}{h}.$$

Se il carico è uniformemente distribuito sul contorno superiore dell'incavallatura, sicchè $P = P' = P'' = \dots$ ed $R = 3,50 P$, si ha più semplicemente

$$S = \frac{8 d}{h} P.$$

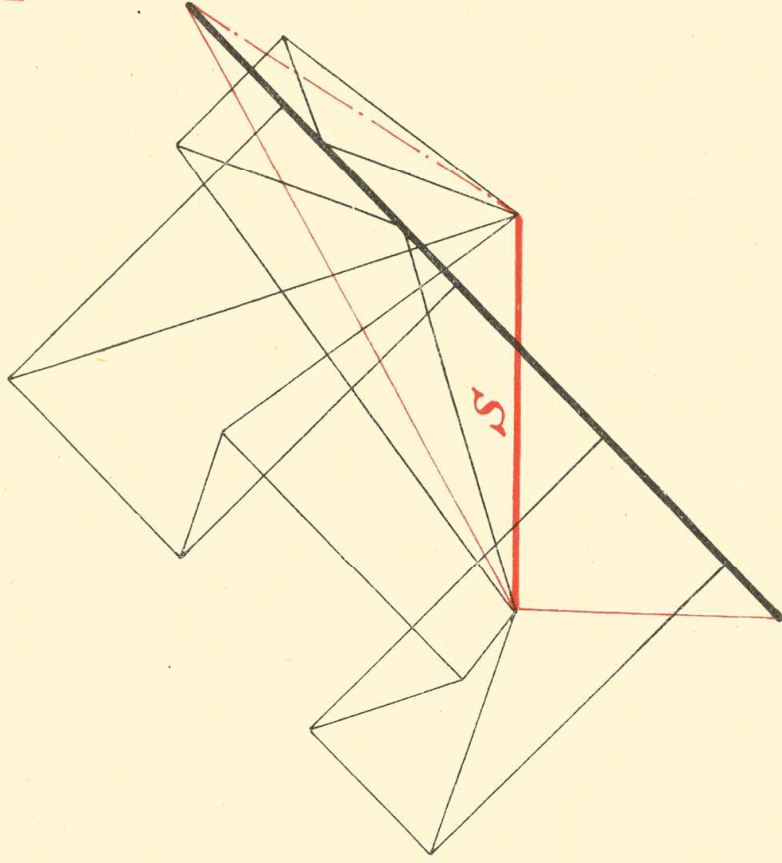
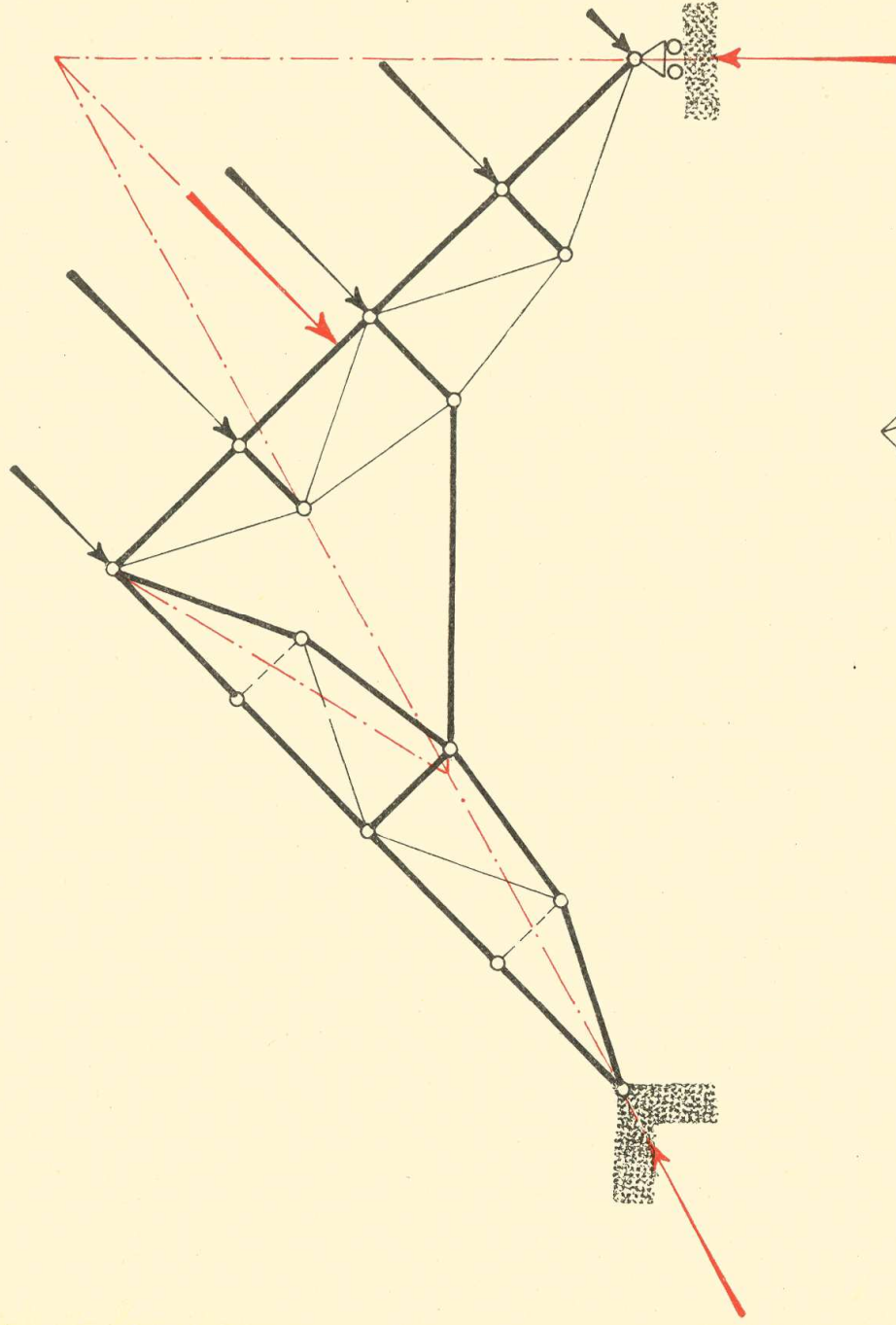
In funzione di questo sforzo S , rappresentato in disegno con tratto rosso pieno, la costruzione del diagramma può poi proseguirsi nel modo consueto.

La nostra trattazione non sarebbe completa se non avvertissimo che vi sono anche dei casi in cui la determinazione dello sforzo S nella catena può farsi non meno agevolmente per via grafica seguendo il procedimento indicato a pagina 60.

Volendo un esempio basta guardare alla tavola XLVI, in cui la stessa incavallatura si è supposta sollecitata dalla pressione del vento spirante dalla parte dell'appoggio a carrello.

Si è prima di tutto eseguita, in rosso, la determinazione preliminare dello sforzo S nella catena; noto questo sforzo, se ne è poi dedotto il diagramma Cremoniano che si vede, disegnato in nero, nella figura inferiore.

Il problema qui trattato ha poi anche questo di interessante, che — data la forte pendenza della falda investita dal vento e l'intensità di questo crescente coll'altezza — ci offre un caratteristico esempio di quella inversione di segno in alcuni degli sforzi interni, di cui noi avevamo già fatto cenno a pagina 276.



Resta a studiarsi il caso veramente generale: quello cioè in cui la travatura non possiede neppure una sezione canonica, epperò la determinazione preventiva dello sforzo (o degli sforzi), la cui conoscenza è indispensabile perchè si possa procedere alla costruzione del diagramma, non può farsi se non ricorrendo all'applicazione del principio dei lavori virtuali.

Un primo esempio assai caratteristico ci è offerto dalla trave armata a quattro montanti, rappresentata nella tavola XLVII.

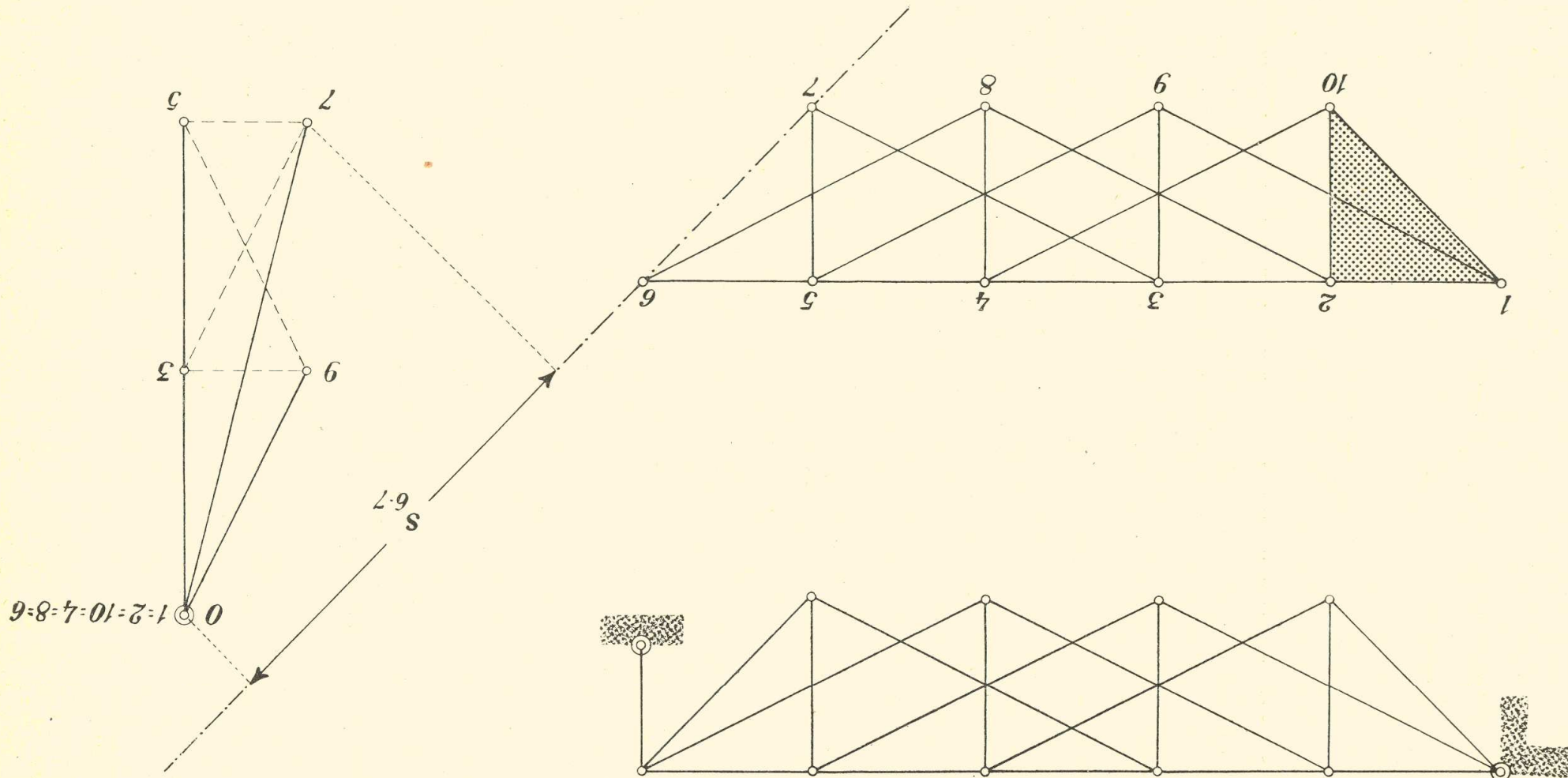
In essa, fatta che sia la solita determinazione delle reazioni di vincolo, nulla può più ottenersi dai soliti procedimenti se non è noto lo sforzo in uno almeno dei tiranti.

Supponiamo di voler determinare dunque, per una data condizione di carico, lo sforzo nel tirante $6 \cdot 7$.

Ciò si otterrà immaginando soppressa quest'asta, e sostituita agli effetti dell'equilibrio dallo sforzo (incognito) ch'essa esercitava sui due nodi a cui faceva capo; si considererà poi una delle variazioni di configurazione a cui la travatura, così privata di un'asta, può andare soggetta; e si imporrà l'annullarsi del lavoro eseguito in tali condizioni dall'insieme delle forze applicate; ciò ci condurrà necessariamente a scrivere un'equazione di condizione nella quale dovranno comparire tanto le forze esterne come lo sforzo incognito, e che perciò potrà in generale venire utilizzata per determinare questo sforzo in funzione delle forze date.

La variazione di configurazione si definirà nel modo più semplice se, oltre al ritener fisso il nodo 1 , si suppone invariabile la direzione dell'asta $1 \cdot 2$; ciò equivale ovviamente ad ammettere che restino fissi anche i nodi 2 e 10 . Nulla ci vieta per contro di ammettere che il nodo 3 si sposti, per rapporto al triangolo $1 \cdot 2 \cdot 10$, ruotando attorno al nodo 2 . Un tale spostamento di 3 , tenuto conto al solito della sua piccolezza, si potrà rappresentare in disegno (opportunamente ingrandito) mediante un qualsiasi vettore $0 \cdot 3$, purchè diretto perpendicolarmente alla direzione $2 \cdot 3$.

In funzione di questo spostamento si potrà subito costruire lo spostamento $0 \cdot 9$ del nodo 9 ; poi, procedendo oltre, si constaterà che gli spostamenti di 4 e di 8 devono entrambi essere nulli; indi si calcolerà lo spostamento $0 \cdot 5$ del nodo 5 e se ne dedurrà quello $0 \cdot 7$ del nodo 7 ; finalmente si constaterà che lo spostamento del nodo 6 è di nuovo nullo.



Nella nostra figura abbiamo indicato con $s_{6.7}$ lo spostamento relativo del nodo 7 rispetto al nodo 6 misurato nella direzione della loro congiungente, il che è quanto dire la variazione di distanza di quei due nodi.

Per effetto di tale variazione (positiva) di distanza dei due nodi 6 e 7 lo sforzo incognito $S_{6.7}$, che in condizioni di equilibrio si sviluppa nell'asta che, nella travatura reticolare data, collega quei due nodi (sforzo che al solito va riguardato come positivo se di trazione), compirebbe un lavoro (negativo)

$$S_{6.7} s_{6.7}$$

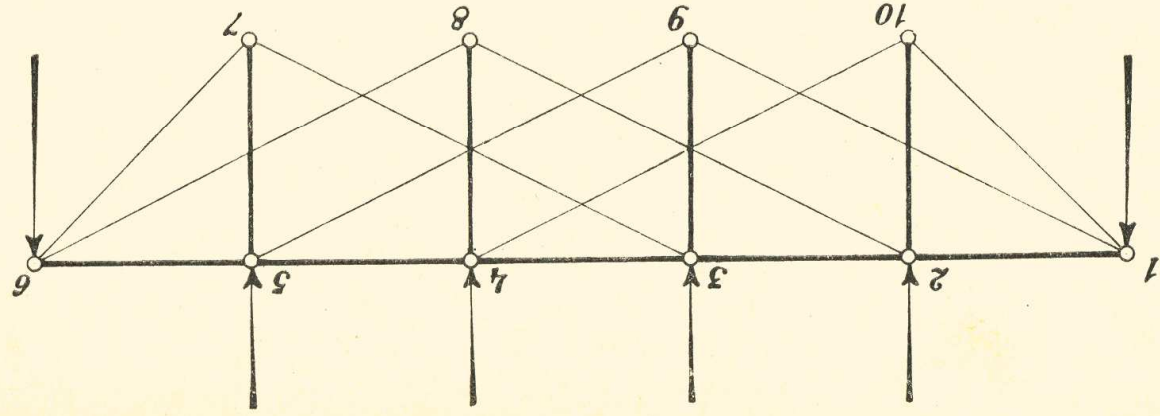
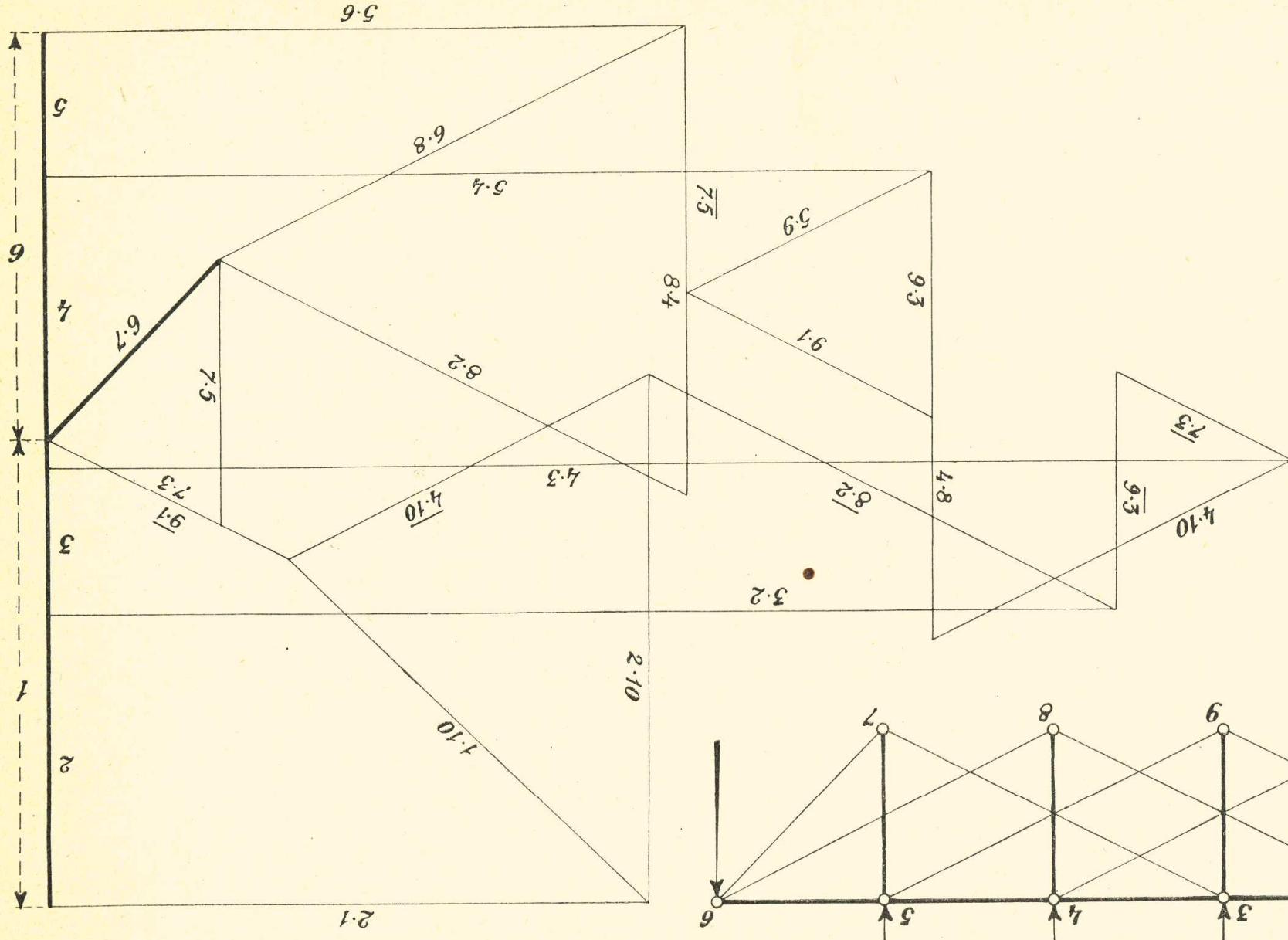
Eguagliandolo al lavoro contemporaneamente eseguito da tutte le altre forze (forze date e reazioni dei vincoli, supposte queste già determinate in funzione delle prime) si ottiene l'equazione che determina $S_{6.7}$.

Dopo di che non resta che rappresentare tale sforzo in disegno insieme colle forze esterne note, così come si vede fatto nella tavola XLVIII, e procedere poi di nodo in nodo, per successive decomposizioni, alla determinazione di tutti gli altri sforzi.

S'intende bene che quello che così si viene a costruire ha ben poco a che fare coi classici diagrammi reciproci del Cremona. È semplicemente l'aggregato degli n poligoni di equilibrio degli n nodi della travatura, nella costruzione del quale certi sforzi debbono venir ripetuti in differenti posizioni.

Allo scopo di chiarire una volta per tutte le esigenze di queste particolari costruzioni, si sono contrassegnati in figura i singoli lati di quei poligoni di equilibrio coi numeri dei nodi ai quali fanno capo le aste cui essi si riferiscono. E tutte le volte che uno degli sforzi ha dovuto venir trasportato da una ad un'altra posizione, i numeri contrassegnanti la posizione nuova sono stati per maggior chiarezza soprallineati.

È tuttavia evidente che, malgrado questa incresciosa complicazione, la costruzione di questi diagrammi non presenta difficoltà particolari, nè richiede avvertenze diverse da quelle indispensabili per la costruzione di un ordinario diagramma Cremoniano.



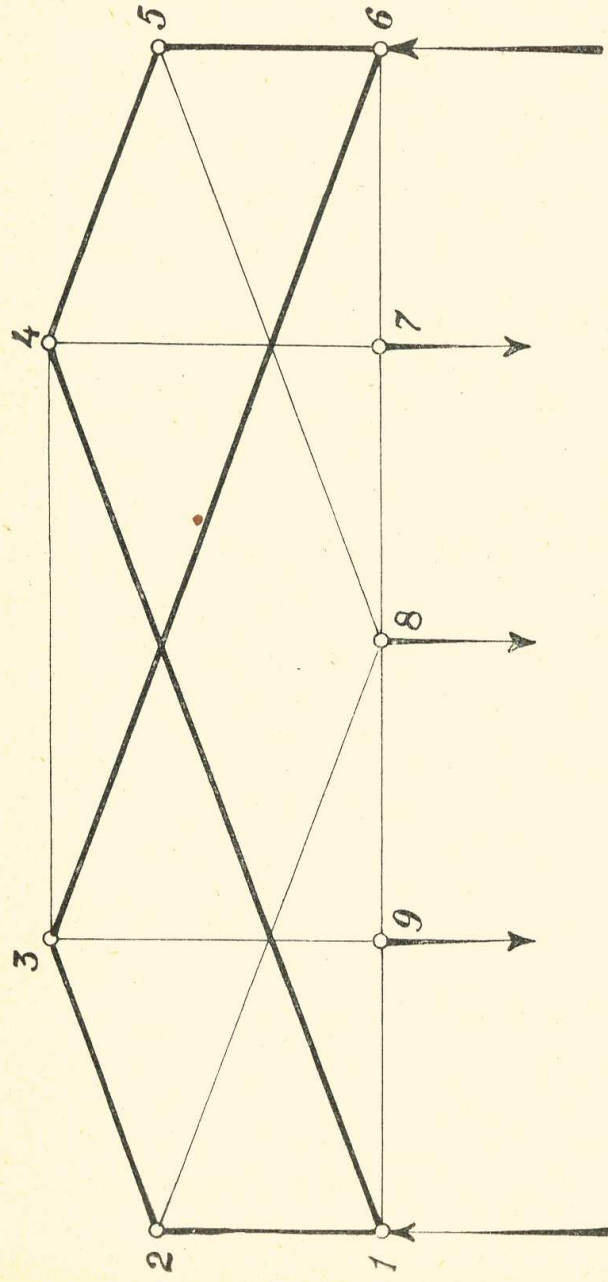
Un altro bell'esempio di trave ad aste di parete incrociate è quello rappresentato nella tavola XLIX. Come sforzo da determinarsi preventivamente si è assunto quello nell'asta 6.7.

La variazione di configurazione della travatura supposta momentaneamente liberata da quell'asta, si è costruita supponendo fisso il nodo 1 ed invariabile la direzione dell'asta 1.2.

Si ottiene così il semplicissimo diagramma degli spostamenti, dal quale si deduce subito il valore della variazione di distanza $s_{6.7}$ dei nodi 6 e 7.

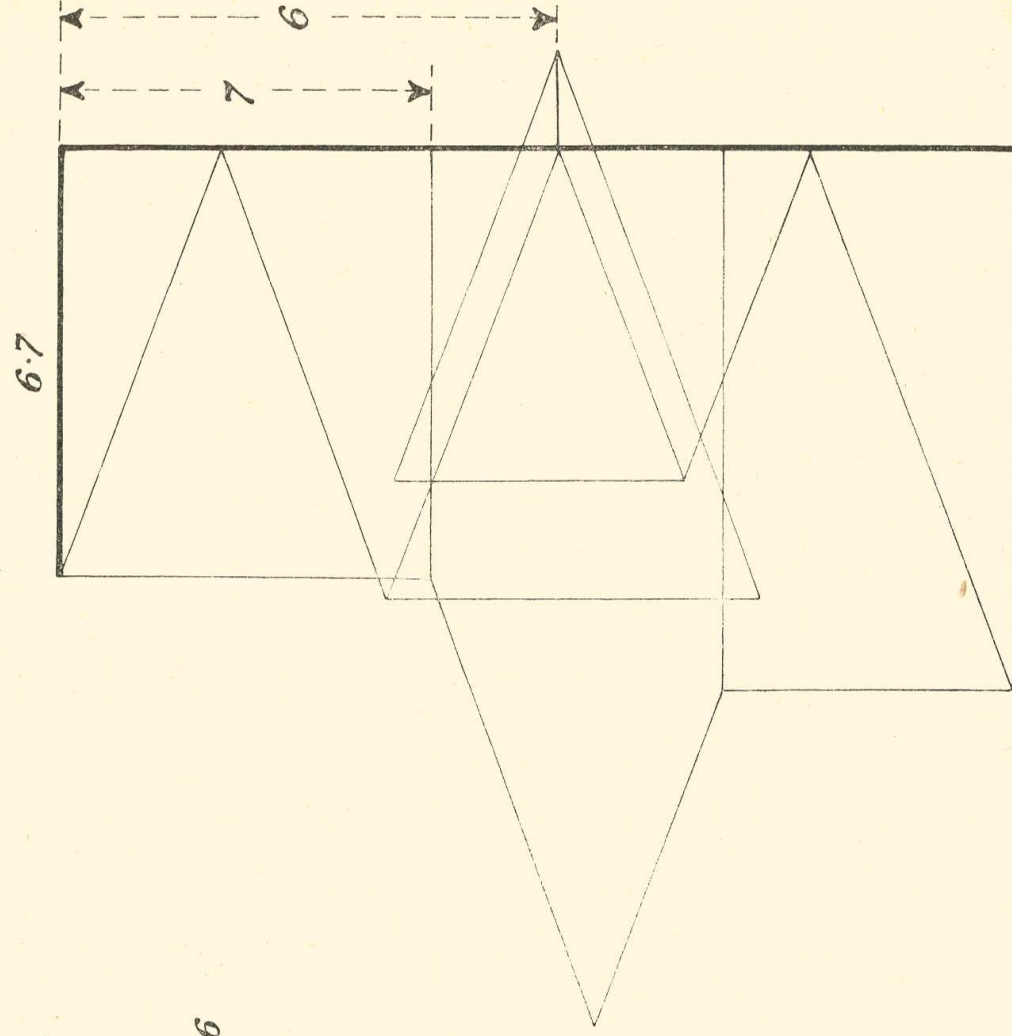
Calcolato lo sforzo nell'asta 6.7, si può poi procedere alla costruzione del diagramma di tutti gli altri sforzi.

TAVOLA XLIX.



0 ⊙ 1 = 2 = 8

9 = 7 ⊙ 3 = 4 = 5 = 6
S_{6.7}



La trave raffigurata nella tavola L non differisce dalla precedente se non per l'aggiunta di due appendici triangolari ai due estremi.

Il calcolo è stato fatto — per una condizione di carico simmetrica — supponendo momentaneamente soppressa l'asta 3.4; costruendo la variazione di configurazione che la travatura così ridotta può subire nella ipotesi che si tenga fissa l'appendice triangolare 9.8.10.7.11; calcolando la variazione di distanza dei nodi 3 e 4 ed in conseguenza lo sforzo che, in condizioni di equilibrio, deve svilupparsi nell'asta che collega quei due nodi; passando infine al tracciamento del diagramma di tutti gli altri sforzi.

TAVOLA I.

