

---

---

## II.

### LA DEFINIZIONE DINAMICA DELLA FORZA. INTRODUZIONE DEL CONCETTO DI MASSA

Quando Descartes conobbe le esperienze di Galileo volle immediatamente spiegarle con qualche principio semplice e generale: egli fu così ben presto condotto a formulare senza ulteriori esitazioni la legge di inerzia.

In una sua celebre lettera al P. Mersenne, che porta la data del 1629, egli scriveva infatti che un corpo che abbia una volta incominciato a muoversi deve continuare a muoversi, senza bisogno di essere ulteriormente spinto, fino a che il suo moto non venga ostacolato da qualche causa esteriore: che se nell'aria ciò non si verifica si è soltanto perchè la resistenza che questa oppone rallenta a poco a poco il movimento (\*).

E poco appresso aggiungeva: “ supponiamo che un corpo pesante situato in  $A$  sia sollecitato dalla gravità a muoversi verso  $C$ : io dico che, se quando esso è giunto in una certa posizione intermedia  $B$ , la gravità cessasse improvvisamente di agire, il corpo non mancherebbe di continuare a muoversi egualmente da  $B$  verso  $C$ : in tal caso però la velocità da esso posseduta in  $B$  non crescerebbe nè diminuirebbe durante il percorso ulteriore. In realtà invece la gravità continua a sollecitare il corpo comunicandogli ad ogni istante dei nuovi impulsi alla discesa (*vires ad descendendum*): ne segue che il corpo percorrerà lo spazio  $BC$  con velocità maggiore di quella che possedeva lungo

---

(\*) Cfr. JOUGUET, *Lectures de mécanique*, Première partie, Paris 1908, pag. 81.

$AB$  perchè mentre per una parte esso conserva tutto l'*impetus* che aveva acquistato lungo  $AB$ , per altra parte esso ne riceve ad ogni istante del nuovo dalla gravità che continua a sollecitarlo „.

Con questo ragionamento, mirabilmente espressivo, Descartes non soltanto riesce a rendersi conto della legge della proporzionalità della velocità ai tempi di caduta dei gravi, ma, ciò che è ben più importante, precisa il contenuto della legge di inerzia.

Egli mette infatti in evidenza l'idea — intuita bensì da Galileo ma da lui non così esplicitamente espressa — che le circostanze determinanti del movimento, cioè le forze, producono delle accelerazioni.

Si noti bene che nessun ragionamento, basato sulla semplice logica, avrebbe potuto condurre l'uomo a questa affermazione. Noi sappiamo infatti che, prima di Galileo, non si conosceva la forza se non sotto la forma di *pressione*: l'esperienza aveva, fin dalla più remota antichità, fatti avvertiti gli uomini che la pressione può essere la causa determinante di un movimento: l'esperienza sola poteva insegnare loro che essa non determina nè una posizione, nè una velocità, ma bensì una accelerazione.

Analogie tratte da altri rami della fisica ci fanno immediatamente capire come non sia affatto evidente a priori che le forze debbano produrre delle accelerazioni (\*). Così per esempio le differenze di temperatura sono bensì le cause determinanti del movimento del calore nei corpi, ma esse determinano delle velocità compensatrici, non delle accelerazioni: lo stesso accade, in un campo anche più vasto, per le differenze di potenziale intese come cause determinanti del flusso di energia.

Ciò posto, una volta affermato che una forza non determina nè la posizione del corpo a cui è applicata, nè la sua velocità, ma bensì la sua accelerazione, cioè la *variazione* della sua velocità, va da sè che là dove non ci sono forze non si devono produrre variazioni di velocità: la legge d'inerzia si presenta quindi non tanto come un corollario delle nuove leggi del moto, quanto piuttosto come un nuovo modo di formulare il medesimo fatto.

---

(\*) E. MACH, *La mécanique; exposé historique et critique de son développement*, trad. di E. BERTRAND, Paris 1904, pag. 134.

\* \* \*

Nel 1632 a Descartes vennero dei dubbi sul rigore del ragionamento che abbiamo testè riportato: egli scriveva infatti al P. Mersenne di essersi accorto che il suo ragionamento implicava non soltanto l'inerzia della materia, ma anche l'indipendenza dell'azione della gravità dello stato di quiete o di moto in cui la materia eventualmente si trova.

L'obbiezione che Descartes faceva a sè stesso in quella occasione era, nel caso particolare della gravità, infondata, come fra poco vedremo: tuttavia essa era di grande importanza in tesi generale: vale perciò la pena, che noi la raccogliamo e la discutiamo brevemente (\*) traendone occasione per chiarire e completare la definizione stessa di forza.

Altrove (\*\*) noi abbiamo infatti imparato a conoscere ed a misurare le forze per mezzo delle deformazioni che esse producono nei corpi naturali, per mezzo cioè di quelli che abbiamo chiamati i loro effetti statici.

Non è a credersi che questi effetti cessino di verificarsi quando il fenomeno diventa dinamico, quando cioè la forza determina il movimento del corpo cui è applicata.

L'esperienza la più elementare ci insegna il contrario: attacchiamo un cavallo ad una vettura coll'intermediario di una molla: noi constateremo subito che, qualunque sia la velocità del veicolo, la molla può essere più o meno deformata. Essa ci offre così il modo di seguire, durante il movimento, gli accrescimenti e le diminuzioni dello sforzo esercitato dal cavallo, anzi di misurare questo sforzo mediante le deformazioni della molla.

Ma non è affatto detto che l'effetto statico (o di deformazione) di un determinato agente sia *lo stesso*, tanto quando il corpo cui è applicato trovasi in quiete, come quando esso è in moto.

Consideriamo ad esempio un disco rigido colpito dal vento: e supponiamo che esso sia disposto normalmente alla direzione

(\*) H. BOUASSE, *Introduction à l'étude des théories de la mécanique*, Paris 1895, pag. 105 e seg.

(\*\*) Cfr. G. COLONNETTI, *I fondamenti della statica*, Torino, UTET, 1927, pag. 5 e seg.

del vento: e che possa muoversi a volontà parallelamente alla direzione stessa.

Per misurare l'effetto statico del vento sul disco pensiamo praticato al centro di esso un piccolo foro sul quale sia tesa una membrana elastica di caoutchouc, e rileviamo in ogni istante la deformazione di essa.

Noi potremo facilmente constatare che questa deformazione, la quale può esser notevole quando il disco è immobile, diminuisce quando il disco è animato da una certa velocità nella direzione stessa del vento, fino ad annullarsi quando la velocità del disco eguaglia quella del vento: essa si manifesta poi in senso contrario allorquando la velocità del disco oltrepassa quella del vento.

In ogni caso la deformazione in discorso ci permette di eseguire la misura *statica* della forza esercitata dal vento sul disco anche quando questo è in movimento.

Ciò posto, tutte le volte che si riesce a misurare simultaneamente l'effetto statico di una forza su di un corpo in movimento, e l'accelerazione che essa forza imprime al corpo stesso, si constata che le due grandezze si mantengono fra loro proporzionali.

Ciò giustifica ampiamente il punto di vista di Galileo e di Descartes che hanno considerata l'accelerazione come l'effetto dinamico della forza: non solo, ma ci suggerisce di *assumere questo effetto dinamico come misura della forza* in tutti quei casi in cui non è possibile procedere alla misura dell'effetto statico.

\* \* \*

Applichiamo questa convenzione al caso della forza di gravità (\*).

L'esperienza ci ha dimostrato che nel moto di caduta dei gravi l'accelerazione si mantiene costante: noi diremo dunque che è costante la forza: che cioè l'effetto statico della gravità è indipendente dalla velocità dei corpi.

La cosa non è del resto difficile da controllare sperimentalmente. Sospendiamo infatti un corpo pesante ad un filo coll'intermediario di una molla, e coll'aiuto di un dispositivo mecca-

---

(\*) H. BOUASSE, *Introduction à l'étude des théories de la mécanique*, Paris 1905, pag. 112.

nico adatto, manovriamo il filo in modo che il corpo salga o discenda con moto uniforme. Sul corpo sospeso agiscono evidentemente due forze: il peso e la tensione del filo: quest'ultima è in ogni istante misurata dalla deformazione della molla. Ma quando il moto è uniforme, epperò l'accelerazione è nulla, la forza risultante deve (per la convenzione fatta) essere alla sua volta nulla: il che vuol dire che il peso deve essere equilibrato dalla tensione del filo, sicchè può, alla sua volta, ritenersi misurato dalla deformazione della molla. Ciò posto l'esperienza dimostra che questa deformazione è affatto indipendente dalla velocità.

Possiamo dunque concludere che l'azione della gravità è indipendente dalla velocità dei corpi su cui si esercita.

Questo risultato è della maggiore importanza, e meritava di essere messo in rilievo non soltanto in quanto risolve il dubbio sopra citato di Descartes e restituisce tutto il loro valore alle sue precedenti considerazioni, ma perchè precisa una proprietà caratteristica che la gravità possiede a differenza di quasi tutti gli altri agenti naturali: proprietà sulla quale noi ci affermiamo con tanto maggiore sicurezza in quanto ci è dato, come vedremo a suo tempo, di studiare gli effetti della gravità anche su corpi come gli astri che sono animati da velocità grandissime.

\* \* \*

Ecco del resto una prima importante applicazione di questo risultato (\*).

Fino ad ora noi ci siamo tacitamente limitati allo studio di un caso estremamente particolare: quello del moto rettilineo, il che implica che il corpo parta dallo stato di quiete, o quanto meno che la sua velocità iniziale abbia la stessa direzione (verticale) della forza di gravità che abbiamo supposto determinare la legge del suo moto ulteriore.

Vogliamo ora prospettare un caso un po' meno semplice: quello in cui il corpo, pur restando soggetto ad un'unica forza di grandezza e direzione invariabile, com'è in pratica quella di gravità, sia inizialmente animato da una velocità di direzione

---

(\*) H. BOUASSE, *Introduction à l'étude des théories de la mécanique*, Paris 1895, pag. 117.

diversa da quella della forza. È il problema del moto dei gravi lanciati nello spazio obliquamente. Noi siamo così condotti ad affrontare l'importante questione della composizione dei movimenti: a proposito della quale bisogna ben distinguere il problema cinematico da quello meccanico.

In tema di cinematica noi possiamo infatti considerare come evidente che, se un corpo è simultaneamente animato da due

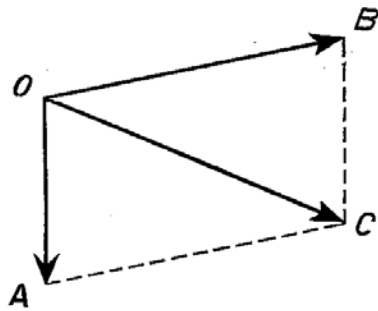


Fig. 7.

movimenti in due differenti direzioni  $OA$  ed  $OB$  (fig. 7), e se, in virtù del primo movimento supposto esistente da solo, esso percorrerebbe in un dato tempo un certo cammino  $OA$ , e se, in virtù del secondo movimento considerato esso pure da solo, esso percorrerebbe nello stesso tempo un certo cammino  $OB$ , nel movimento risultante dalla coesistenza dei due esso perverrà alla fine del medesimo tempo nel punto  $C$  vertice opposto ad  $O$  del parallelogramma costruito su  $OA$  ed  $OB$ .

Ma il problema meccanico — quello cioè in cui si prendono in considerazione non i movimenti in sè ma le circostanze che li determinano — è ben più delicato.

Noi abbiamo infatti imparato che non si può affermare in modo generale ed a priori che l'agente il quale, operando da solo su di un corpo inizialmente in quiete, gli farebbe percorrere in un dato tempo il cammino  $OA$ , opererà nel medesimo modo, cioè colla medesima intensità, quando il corpo è già preventivamente animato da una velocità secondo  $OB$ .

Ciò che noi possiamo ammettere, sulle tracce di Galileo che lo ammise per il primo pur senza averne forse una idea assolutamente chiara, si è che, se nello stato attuale di movimento secondo  $OB$  l'agente di cui si tratta esercita sul corpo una forza la quale, applicata allo stesso corpo in quiete, gli farebbe percorrere in quel certo tempo quel certo cammino  $OA$ , esso agente produrrà lo stesso effetto sul corpo in movimento, nel senso che la legge del moto risultante potrà ottenersi applicando la regola cinematica sopra enunciata.

La cosa riesce particolarmente semplice nel caso della gravità poichè l'effetto statico di questa è indipendente dalla velocità del grave. Ne segue che la velocità *verticale* di un grave

abbandonato a sè stesso è in ogni istante quella stessa che esso possederebbe se cadesse verticalmente, e si compone nel modo anzidetto colla sua eventuale velocità iniziale qualunque sia la direzione di questa. Dal che deriva immediatamente (\*) che la traiettoria descritta dal grave è una parabola (fig. 8).

Noi ci riserviamo di ritornare a suo tempo sull'argomento nei suoi particolari: qui ci basta l'aver segnalata questa che, come osserva giustamente il Bouasse nel passo che siamo venuti citando, non è piccola prova del genio di Galileo. Bisogna infatti pensare che gli antichi avevano sempre creduto che il movimento dei proietti constasse di due successive fasi ben distinte, nella prima delle quali per effetto della grande velocità impressa si annullassero gli effetti del peso sicchè il moto fosse rettilineo: successivamente poi, annullatasi la velocità iniziale, sarebbe avvenuta la caduta in dipendenza della gravità. Soltanto nel 1537 Tartaglia aveva avvertito che la traiettoria di un proietto è curva in tutto il suo sviluppo: ma non era riuscito a precisare in alcun modo le leggi del moto. Galileo invece ha visto ben chiaro che la caduta verticale di un grave avviene sempre nel medesimo modo qualunque sia la velocità orizzontale da cui esso è contemporaneamente animato.

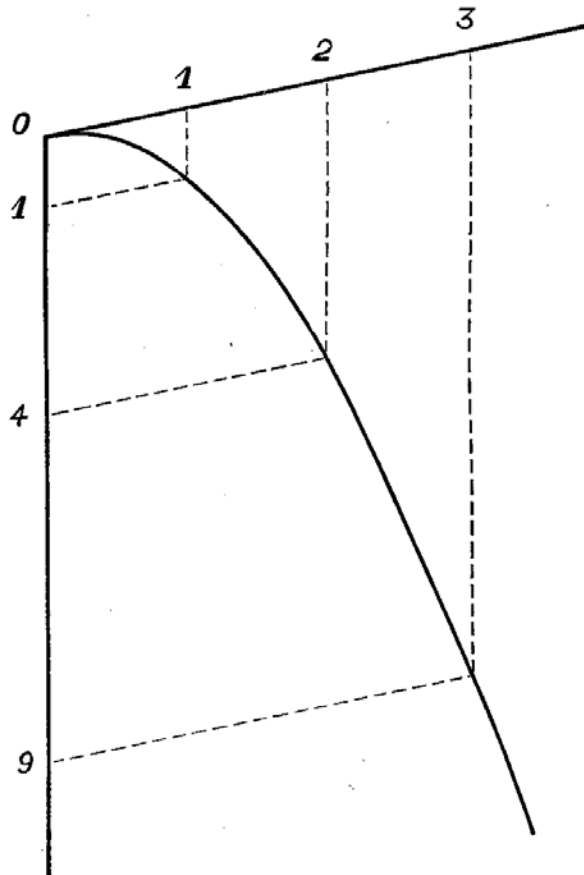


Fig. 8.

(\*) GALILEO GALILEI, *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze*. — Quarta giornata (sul movimento dei proietti).

\* \* \*

Fin qui ci siamo limitati a considerare l'accelerazione che una forza determina agendo su di un corpo dato.

Immaginiamo ora che la stessa forza venga applicata ad altri corpi differenti dal primo per dimensioni ed anche soltanto per qualità.

L'esperienza la più elementare — quella per esempio che noi possiamo fare quotidianamente esercitando colle nostre mani delle pressioni più o meno intense sui corpi che ci circondano — ci avverte subito che sforzi identici possono produrre accelerazioni molto differenti, e che per produrre la medesima accelerazione possono a volte occorrere sforzi d'intensità diversissime.

Noi siamo così indotti a considerare come equivalenti, dal punto di vista dinamico, due corpi quando sotto l'azione di forze eguali essi assumono accelerazioni eguali. In ogni altro caso, se vogliamo poterci servire delle accelerazioni impresse per misurare dinamicamente le forze, cui quelle accelerazioni sono proporzionali, bisognerà che introduciamo un coefficiente di proporzionalità dipendente dalla natura del corpo.

Più precisamente detta  $F$  una forza generica, ed  $a$  l'accelerazione che essa determina in un dato corpo, scriveremo:

$$F = m \cdot a \quad (3)$$

indicando con  $m$  una costante positiva caratteristica del corpo considerato.

Supponiamo per un momento che l'unica forza agente sul detto corpo sia il suo peso  $P$ : noi sappiamo allora che esso assumerà quella accelerazione ben determinata ed eguale per tutti i corpi, che abbiamo già indicata con  $g$ . Dovrà essere:

$$P = m \cdot g$$

o ciò che fa lo stesso:

$$m = \frac{P}{g}$$

Ora l'esperienza dimostra che per differenti volumi della stessa sostanza, il peso riesce proporzionale al volume: che se si riuniscono insieme corpi di sostanze diverse, il peso dell'in-



sieme risulta eguale alla somma dei pesi dei corpi componenti: che se si stira, si comprime, o comunque si deforma un corpo, il suo peso non muta; che più generalmente ancora, il peso non muta qualunque sia il mutamento di stato cui il corpo vien sottoposto, purchè non implichi nè apporto nè sottrazione di materia.

Data la costanza di  $g$  (in un dato istante ed in un dato punto della superficie terrestre) le stesse proprietà spettano naturalmente anche al coefficiente  $m$  al quale Newton ha dato il nome di massa, attribuendovi il significato preciso di "quantità di materia", costituente il corpo.

Per verità dicendo che la massa equivale alla quantità di materia non è che si chiarisca molto il significato fisico del coefficiente  $m$ , visto che noi ci troveremmo seriamente imbarazzati se ci si chiedesse di definire la materia. Questa è una delle critiche che sono state fatte più frequentemente alla definizione di Newton, ma, come osserva giustamente il Lecornu in un passo (\*) che per la sua perspicuità ci piace riportar per intero, noi non sappiamo neppure che cosa siano realmente lo spazio ed il tempo, e ciò non ci impedisce di parlare con tutta sicurezza e tranquillità del volume di un corpo o della durata di un fenomeno. Le vedute di Newton su questo punto sono dunque perfettamente legittime in questo senso che la Meccanica fa appello alle idee primordiali di spazio, di tempo e di materia, che noi non sappiamo definire in modo assoluto, ma alle quali sappiamo far corrispondere tre quantità suscettibili di misura: la lunghezza, la durata e la massa.

Un'obbiezione più grave alla definizione della massa come quantità di materia è la seguente: che essa sembra postulare come necessaria l'unità della materia, vale a dire l'identità di tutti i punti materiali di eguale massa, qualunque sia la loro composizione chimica, mentre in pratica i corpi semplici della chimica sembrano a tutt'oggi costituire delle sostanze ben distinte.

Si può rispondere, sempre secondo il Lecornu, che l'ultima parola su questo argomento non è certamente ancor detta, e che se l'unità della materia non è stata ancora dai chimici dimostrata sperimentalmente, nulla prova che essa non esista.

---

(\*) L. LECORNU, *La mécanique, les idées et les faits*, Paris 1918, pag. 100.

D'altra parte conviene che noi non perdiamo di vista il punto da cui siamo partiti: a noi basta sapere che due punti materiali presentano un identico comportamento dinamico per ritenerci autorizzati a considerarli come dinamicamente equivalenti, e però di egual massa prescindendo completamente da tutte le loro possibili differenze chimiche.

Nel medesimo ordine di idee osserva il Mach (\*) che fin che ci si limita a mettere insieme un certo numero di corpi identici ed identicamente costituiti, il concetto di massa si trova spontaneamente connesso con quello di quantità di materia, e l'esperienza si limita ad insegnarci come la resistenza alle variazioni di movimento cresca proporzionalmente a questa quantità.

Che se poi si vuol passare a considerare quei casi in cui l'identità di costituzione, dal punto di vista chimico, più non sussiste, allora bisogna trarre dall'esperienza una nozione di più: l'esistenza cioè nei corpi chimicamente differenti di un qualche cosa di misurabile in base ad una medesima unità di misura, che nulla ci vieta di continuare a chiamare quantità di materia.

Un ultimo dubbio viene oggi sollevato con particolare insistenza: le esperienze che ci inducono a ritenere la massa di ciascun corpo come invariabile sono tali da darci un'assoluta sicurezza in proposito?

Rinviando all'opera citata del Lecornu per maggiori ragguagli su questo punto, noi ci limiteremo qui a rispondere che non soltanto nel campo della meccanica ordinaria, ma altresì in quello della meccanica celeste, nessun dubbio ha ragion d'essere. Soltanto i fisici, i quali si occupano di movimenti, come sono quelli degli elettroni, caratterizzati da velocità enormi, cioè dell'ordine di grandezza della velocità della luce, hanno avuto occasione di osservare dei fenomeni i quali si spiegherebbero ammettendo che la massa dipendesse in qualche modo dalla velocità: di tali fenomeni ci basta l'aver fatto cenno: essi escono completamente dal quadro del nostro studio: le velocità di cui noi avremo occasione di occuparci saranno sempre tali da non permetterci di rilevare variazione alcuna delle masse, supposto anche che variazioni come quelle accennate esistessero realmente.

---

(\*) E. MACH, *La mécanique; exposé historique et critique de son développement*, trad. di E. BERTRAND, Paris 1904, pag. 210.

\* \* \*

Leggendo i ragionamenti che siamo venuti esponendo, qualcuno avrebbe potuto chiedersi perchè non si sia assunto addirittura il peso dei corpi a misura della quantità di materia in essi contenuta: in realtà ciò fu fatto da tutti finchè Newton non introdusse esplicitamente il nuovo concetto di massa: e la cosa sarebbe stata perfettamente legittima sotto tutti i punti di vista se l'accelerazione  $g$ , caratteristica dei gravi che cadono liberamente, fosse stata costante non soltanto da corpo a corpo ma anche da punto a punto dello spazio.

Ma  $g$  varia invece abbastanza sensibilmente da un posto all'altro: varia quando ci si sposta in modo notevole secondo la verticale, come varia quando si passa da una ad altra regione della superficie terrestre: nei nostri paesi  $g$  vale in media 9,81 m/sec. sec., ma nelle regioni equatoriali discende fino a circa 9,78 m/sec. sec., mentre in prossimità dei poli raggiunge persino 9,83 m/sec. sec.

Ciò vuol dire, in linguaggio corrente, che portando un corpo da un punto all'altro della superficie terrestre il suo peso varia: la distinzione stabilita da Newton era dunque non soltanto opportuna, ma assolutamente necessaria: ed è soltanto grazie ad essa che la massa ha potuto avere il carattere di costante specifica di ciascun corpo.

A questa distinzione si riconnette direttamente quella tra i sistemi pratici di misure, in uso nella meccanica industriale, ed il sistema assoluto adottato dalla scienza.

È infatti evidente che la relazione da noi stabilita tra forza ed accelerazione, previa l'introduzione del concetto di massa, si presta, assunta ad arbitrio l'unità di forza, a definire l'unità di massa come unità derivata: ma se invece si scegliesse arbitrariamente l'unità di massa, dalla stessa relazione si dovrebbe dedurre l'unità derivata di forza.

Nella meccanica industriale si segue generalmente la prima via, assumendo come unità di forza il chilogrammo (peso di un decimetro cubo di acqua distillata, in determinate condizioni, ovvero di un certo campione di platino, secondo le note convenzioni del sistema metrico): la massa di un corpo si ottiene allora dividendone il peso, espresso in chilogrammi, per l'accelera-

zione  $g$ : assunti, come d'uso, il metro per unità di lunghezza, ed il secondo per unità di tempo,  $g$  vale, come abbiamo detto, circa 9,81. L'unità di massa è pertanto la massa di un corpo che pesa kg. 9,81.

In questo sistema l'unità di forza ha però bisogno di una specificazione locale (bisogna cioè dire dove si intende pesato quel certo decimetro cubo d'acqua): altrimenti essa riuscirebbe lievemente variabile da posto a posto come l'accelerazione  $g$ .

È questo un difetto manifestamente trascurabile dal punto di vista industriale, dal quale punto di vista si capisce come, data la diretta accessibilità del peso, giovi far capo ad esso per la misura delle altre grandezze meccaniche.

Ma dal punto di vista scientifico il difetto è gravissimo, sicchè riesce preferibile seguire la seconda delle vie indicate adottando come fondamentale l'unità di massa: l'unità scelta non ha più allora bisogno di alcuna specificazione locale nel senso che resta la stessa dovunque la si trasporti: è per questa ragione che un sistema di unità di misura che accolga come fondamentali quelle di lunghezza, di tempo e di massa prende il nome di sistema assoluto.

Nel sistema C. G. S. essendosi assunto per unità di lunghezza il centimetro (in luogo del metro) il valore numerico medio dell'accelerazione  $g$  è 981. L'unità di massa è, per definizione, la massa della millesima parte di quel certo campione di platino conservato a Parigi, che, nelle intenzioni di quelli che lo hanno preparato, doveva corrispondere a quella di un centimetro cubo di acqua distillata.

L'unità di forza sarà quella che, agendo sull'unità di massa, le conferisce l'unità di accelerazione, o in altre parole: quella che agendo per un secondo sopra l'unità di massa ne accresce la velocità di un centimetro al secondo; la si può dunque praticamente ottenere come il peso di una massa eguale ad  $\frac{1}{981}$ : vale poco più di un milligrammo, e prende il nome di dine.

\* \* \*

Ed ora ritorniamo ancora una volta alla relazione generale stabilita tra forza ed accelerazione per fare un'ultima osservazione, che non è soltanto formale, come potrebbe a prima vista

sembrare, ma di cui il seguito di questo corso dimostrerà l'importanza.

È evidente che invece di scrivere la (3):

$$F = m \cdot a$$

noi possiamo scrivere:

$$F - m \cdot a = 0$$

Ora sotto questa forma la nostra relazione si può assimilare ad un'equazione di statica: basta considerare il prodotto —  $m \cdot a$  come una nuova forza eguale ed opposta alla forza data  $F$  e però capace di farle equilibrio.

Nè si tratta di una semplice finzione analitica: **basta pensarci** un momento per rendersi conto che a questa **interpretazione** della formola fa perfetto riscontro l'aspetto pratico del fenomeno.

Si pensi, per esempio, che la  $F$  sia la forza che noi esercitiamo colla nostra mano su di un corpo per metterlo in movimento: noi proviamo allora l'impressione che il corpo reagisca contro la nostra mano: che cioè su questa si eserciti da parte del corpo una forza antagonista che si riconosce facilmente tanto più grande quanto più grande è la massa che si tratta di mettere in movimento, e quanto più grande è l'accelerazione che le si vuol imprimere. Inversamente, quando la massa è in moto, se noi cerchiamo colla nostra mano di arrestarla, noi proviamo l'impressione che essa sviluppi contro di noi una forza in quanto tende a continuare nel suo movimento. Si tratta in conclusione di un'azione che tende sempre a contrastare i cambiamenti di velocità che le forze esterne applicate al corpo gli stanno imprimendo.

Per queste ragioni al prodotto —  $m \cdot a$  si dà generalmente il nome di forza d'inerzia. In un suo volume che avremo in seguito occasione di citare largamente, Newton la definisce come la forza della materia, cioè il potere che la materia ha di perseverare nel suo stato di riposo o di movimento uniforme e rettilineo: ed avverte che essa si rivela soltanto in occasione dei cambiamenti di movimento dei corpi: a volte come una potenza, altre volte come una resistenza: come una potenza in quanto il corpo, agendo sull'ostacolo che si frappone al suo movimento, tende a rimuoverlo: come una resistenza in quanto il corpo, rea-

gendo alle azioni che ne alterano la velocità, tende a restare nel suo stato di moto attuale.

In realtà non si tratta di una forza: scriveva giustamente Eulero in una delle sue celebri lettere che, dal momento che si è definita col nome di forza qualunque circostanza capace di dar origine ad un movimento, cioè di alterare lo stato attuale di un corpo, l'inerzia, vale a dire la qualità in virtù della quale i corpi tendono a conservare immutato il loro stato attuale, dovrebbe piuttosto essere considerata come il contrario di una forza.

Resta tuttavia che il prodotto —  $m \cdot a$  ha le dimensioni fisiche di una forza, ed è, come una forza, suscettibile di essere misurato.

Newton anzi, in alcuni passi, tratta palesemente la forza d'inerzia alla stregua di tutte le altre forze.

Sotto questo punto di vista la relazione fondamentale tra forza ed accelerazione può dunque ben legittimamente esprimersi dicendo che vi è equilibrio fra la forza applicata (misurata dai suoi effetti statici) e la forza d'inerzia.

Non si tratta evidentemente per ora che di una maniera eminentemente concreta di esprimere la legge a cui siamo pervenuti: avremo però presto occasione di ritornare su questo punto di vista, e di apprezzarne tutta l'importanza in ordine all'ulteriore sviluppo della scienza.

\* \* \*

Per intanto un'osservazione noi dobbiamo ancora fare che, almeno sotto l'aspetto teorico e per la chiara comprensione dei concetti, è della maggior importanza.

Noi abbiamo infatti fin qui ragionato sopra un certo numero di fenomeni dinamici, scelti fra i più semplici — o meglio ancora fra quelli che cadono più naturalmente sotto il dominio diretto dei nostri sensi, e che perciò più spontaneamente si offrono alla nostra attenzione — ed abbiamo cercato di stabilire i rapporti di dipendenza che essi fenomeni rivelano fra le forze, considerate come cause determinanti del movimento, e le caratteristiche di questo, rappresentate in ultima analisi dall'accelerazione.

Ora al concetto di forza, per la sua stessa origine antropomorfica strettamente legata alle nostre sensazioni muscolari, e più ancora per l'idea che della forza già ci siamo fatta in base

ai suoi effetti statici, noi abbiamo naturalmente attribuito un valore assoluto, per sua natura indipendente dallo stato di moto o di quiete dell'osservatore.

Mentre non può essere così dell'accelerazione: la misura delle caratteristiche di un movimento, qualunque esso sia, non può infatti riuscire indipendente dallo stato di quiete o di moto dell'osservatore, il quale è naturalmente tratto a rilevare il moto relativo del mobile che studia per rapporto all'ambiente in cui egli opera e che gli appare come fisso anche quando non lo è.

Così in tutto ciò che precede noi abbiamo sempre ammesso — senza neppure dichiararlo esplicitamente perchè, dato il modo di considerar la questione, era evidentemente superfluo — che i movimenti venissero rilevati da osservatori situati sulla superficie terrestre: quelli di cui ci occupammo non erano quindi altro, a parlar propriamente, che dei movimenti relativi alla terra considerata come fissa.

Ma la terra è, come tutti sanno, animata da un duplice movimento di rotazione attorno al suo asse e di rivoluzione attorno al sole, il quale, alla sua volta, si muove per rapporto alle così dette stelle fisse — a quelle stelle cioè le cui posizioni relative, dati i nostri attuali mezzi di osservazione, ci appaiono come immutabili.

Le accelerazioni di cui abbiamo parlato fin qui sono dunque delle accelerazioni relative ad assi rigidamente connessi alla terra, e son quindi sicuramente diverse, generalmente parlando, da quelle che potrebbe rilevare, osservando i medesimi fenomeni, un osservatore estraneo al nostro pianeta: per esempio, un osservatore che si trovasse in quiete per rapporto alle stelle fisse.

Conviene aggiungere subito che, per verità, la differenza tra le accelerazioni definite con questi due diversi riferimenti non è generalmente molto grande: chè anzi essa è addirittura trascurabile in tutti quei casi che avevano formato oggetto delle ricerche di Galileo.

Così si spiega come Newton abbia potuto ammettere senza altro che la relazione di proporzionalità fra forza ed accelerazione dovesse ritenersi valida anche per i corpi celesti — per quelli del sistema solare in particolare — quando i loro movimenti siano riferiti alle stelle fisse.

Osserva giustamente il Levi Civita — dal quale abbiamo

tratte queste osservazioni (\*) — che questo ergere a postulato universale la relazione di proporzionalità tra forza ed accelerazione, assumendo come sistema di riferimento per quest'ultima quello delle stelle fisse, ha avuto certamente origine dal desiderio di estendere la meccanica dal campo dei fenomeni terrestri a quello del movimento dei corpi celesti.

Per raggiungere questo risultato Newton si rassegna a considerare il riferimento terrestre, che pure aveva servito a scoprire quella legge, come atto a soddisfarla soltanto in via di approssimazione.

Un tal modo di vedere non soltanto è stato dall'ulteriore sviluppo delle scienze astronomiche ampiamente e luminosamente sanzionato, ma ha trovato ben presto conferma nello stesso studio sperimentale, divenuto più accurato e preciso, dei fenomeni terrestri.

Perciò oggi si conviene universalmente di chiamare *fisso* senza ulteriore specificazione ogni sistema di riferimento che serbi, o si presuma serbare, posizione invariabile rispetto alle stelle fisse: e si chiama *moto assoluto* ogni movimento riferito ad un tale sistema di assi fissi; e si ritiene che per questo moto, e per questo solo, valga in modo rigoroso la relazione generale stabilita tra forza ed accelerazione.

Resta inteso (\*\*\*) che per i moti di oggetti terrestri, quali sono in particolare quelli che intervengono nello studio delle applicazioni tecniche della meccanica, è ancora lecito ritenere quella relazione generale valida rispetto ad un riferimento terrestre, se non come espressione rigorosa della realtà, almeno come espressione approssimata, la cui esattezza nella maggior parte dei casi, supera quella fisicamente raggiungibile nelle misure.

---

(\*) Cfr. T. LEVI CIVITA e U. AMALDI, *Lezioni di Meccanica razionale*, vol. I. Bologna, Zanichelli, pag. 328.

(\*\*) Cfr. T. LEVI CIVITA e AMALDI, Volume citato, pag. 333.

