

### CAPITOLO III

## LE TRAVATURE RETICOLARI

In questo capitolo limiteremo lo studio solo ai tipi di struttura più comunemente usati nella pratica costruttiva. Per tale ragione si è ritenuto opportuno dare almeno un esempio di reticolare con le aste direttamente caricate (esercizio 30).

I metodi risolutivi fanno capo all'equilibrio dei nodi, oppure all'equilibrio attraverso una o più sezioni. Tralasciamo quelli più complessi (doppia sezione di RITTER, HENNEBERG e altri) in quanto adatti alla risoluzione di strutture di tipo speciale e di uso piuttosto infrequente.

\* \* \*

**25. - Calcolare gli sforzi nelle aste della travatura reticolare indicata nella fig. 25.1.**

*COMPUTO DEI VINCOLI.* - Si può ragionare in maniera affatto generale, riguardando ogni asta come corpo rigido dotato, nel piano, di tre libertà di movimento. Ciascuna cerniera, a sua volta, è vincolo interno, con molteplicità derivante dal numero di aste che in essa concorrono.

È però più rapido, anche se meno naturale, invertire il ragionamento. Precisamente, ogni cerniera può essere pensata come punto del piano, a cui competono due gradi di libertà, ed ogni asta (che si comporta come

biella) un vincolo semplice.

Siano:

$n$  il numero dei nodi;

$a$  quello delle aste;

$e$  il numero dei vincoli semplici esterni.

La struttura risulta isostatica se è verificata la relazione:

$$a = 2n - e.$$

In questo problema si ha:

$$a = 11; \quad n = 7; \quad e = 3$$

pertanto la reticolare è isostatica.

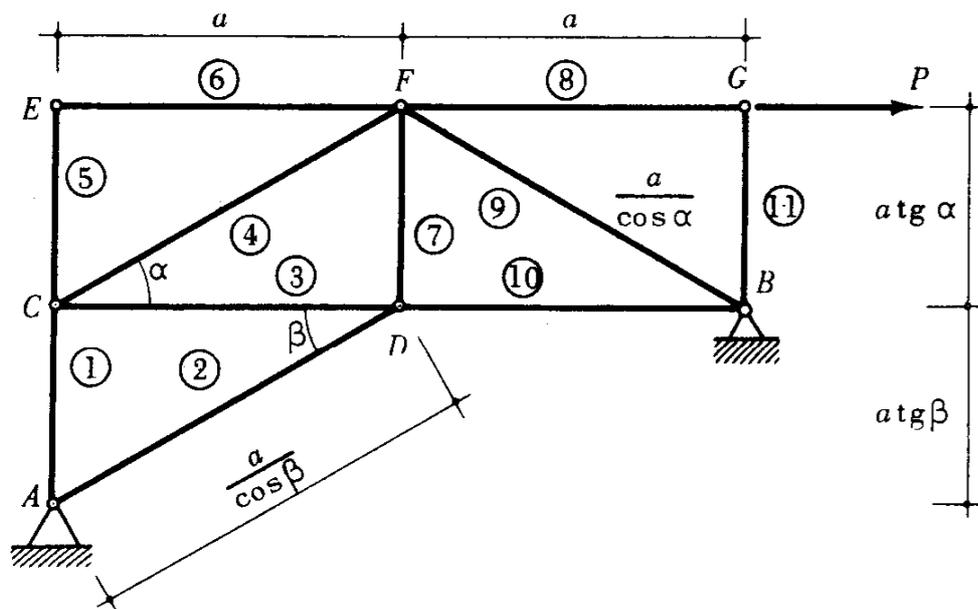


Fig. 25.1

**OSSERVAZIONE.** - La reticolare privata dei vincoli esterni è indeformabile, nel senso che è impedito ogni moto rigido relativo alle varie parti che la compongono. È perciò necessario distinguere ulteriormente tra isostaticità esterna ed interna.

La struttura è esternamente isostatica perché i vincoli esterni (cerniera e appoggio) sono in numero strettamente sufficiente a fissarne la configurazione nel piano.

Essa è anche isostatica internamente perché le sue aste sono in numero strettamente sufficiente a garantire l'invariabilità della posizione relativa di tutti i nodi.

Quest'ultima circostanza è notoriamente verificata ogni volta che la reticolare è a generazione triangolare.

*CALCOLO DELLE REAZIONI VINCOLARI.* - Le considerazioni svolte poc'anzi permettono di calcolare le reazioni, dopo aver svincolato esternamente la struttura, considerandola nel suo insieme come un unico corpo rigido.

Mediante l'equilibrio alla traslazione orizzontale si ottiene subito (fig. 25.2):

$$H_A = P.$$

Per ragioni di equilibrio alla traslazione verticale, le due componenti di reazione secondo tale direzione risultano uguali e opposte.

Detto  $V$  il loro comune valore, si ottiene:

$$V = P \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{2}.$$

mediante l'equilibrio alla rotazione intorno ad  $A$  (o  $B$ ).

*CALCOLO DEGLI SFORZI NELLE ASTE.* - Tra i vari metodi disponibili useremo, in questo esercizio, quelli derivanti dall'equilibrio attraverso una sezione.

**Aste 8, 9, 10.** - Una sezione che tagli le aste suddette, divide la reticolare in due parti: ciascuna di esse deve restare in quiete sotto l'azione delle forze esterne e delle reazioni mutue messe in evidenza dallo svincolamento (fig. 25.2).

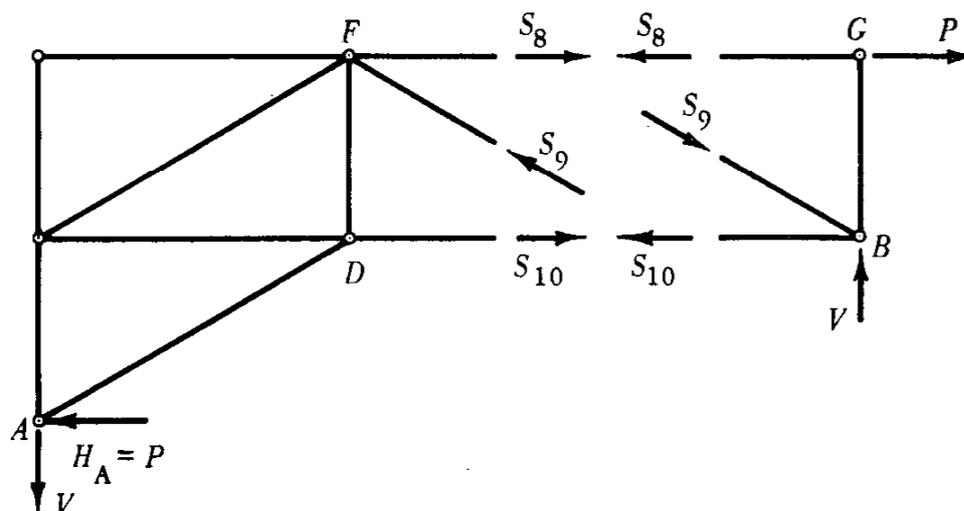


Fig. 25.2

Tali reazioni sono, ovviamente, gli sforzi delle tre aste citate.

Questi si possono ora calcolare imponendo l'equilibrio delle forze agenti, ad esempio, sulla parte destra.

La **soluzione analitica** sfocia nel metodo di RITTER, che consiste nella separazione delle incognite mediante un'accorta scelta delle equazioni.

L'equilibrio alla traslazione verticale porge:

$$S_9 \cdot \sin \alpha - V = 0$$

$$S_9 = \frac{V}{\sin \alpha} = P \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{2 \sin \alpha}$$

Il verso di  $S_9$  era prevedibile a priori: solo se orientato come in figura esso può, con la sua componente verticale, equilibrare la  $V$ . Invece, lo sforzo dell'asta 8 si ottiene subito mediante l'equilibrio alla rotazione attorno al suo polo  $B$ :

$$S_8 \cdot a \cdot \operatorname{tg} \alpha - P \cdot a \operatorname{tg} \alpha = 0$$

$$S_8 = P.$$

Infine,  $S_{10}$  si calcola mediante l'equilibrio alla rotazione intorno a  $F$ :

$$S_{10} = V \cotg \alpha = P \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{2 \operatorname{tg} \alpha}.$$

Anche i versi di  $S_8$  e  $S_{10}$  erano stati prefissati in maniera corretta.

L'azione della parte sinistra sulla destra entra nell'asta 9, comprendola. Essa risulta un puntone. Si vede, analogamente, che le aste 8 e 10 sono tiranti.

*OSSERVAZIONE.* - Lo sforzo in un'asta può anche determinarsi mediante uno svincolamento parziale, sfruttando le proprietà cinematiche del suo polo.

Se si vuol calcolare lo sforzo dell'asta 10, basta eliminare (o sezionare) quest'ultima. Ciò corrisponde a togliere un vincolo interno, rendendo la struttura una volta labile.

Il moto concesso è una rotazione relativa delle due parti della travata attorno al polo  $F$  dell'asta soppressa (fig. 25.3).

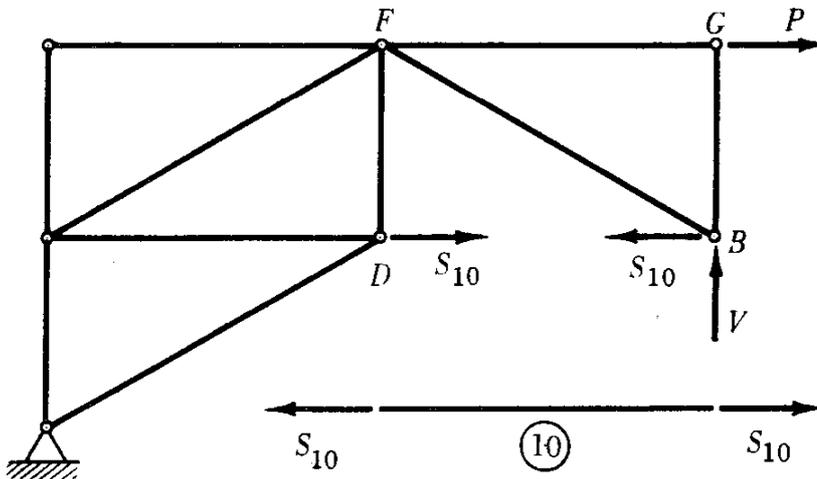


Fig. 25.3

Equilibrando, per ovvie ragioni di comodità, la parte destra:

$$S_{10} \cdot a \operatorname{tg} \alpha - V \cdot a = 0$$

$$S_{10} = V \cotg \alpha = P \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{2 \operatorname{tg} \alpha}.$$

**Asta 11.** - È notorio che il metodo del RITTER non si complica in alcun modo se, per dividere la struttura in due tronconi separati, basta tagliare due sole aste. Riferiamoci ancora alla nozione cinematica di polo, eliminando l'asta 11. Il suo polo, attorno al quale possono ruotare relativamente l'asta 8 ed il resto della reticolare, è  $F$ . Equilibrando a rotazione la parte destra:

$$S_{11} = 0.$$

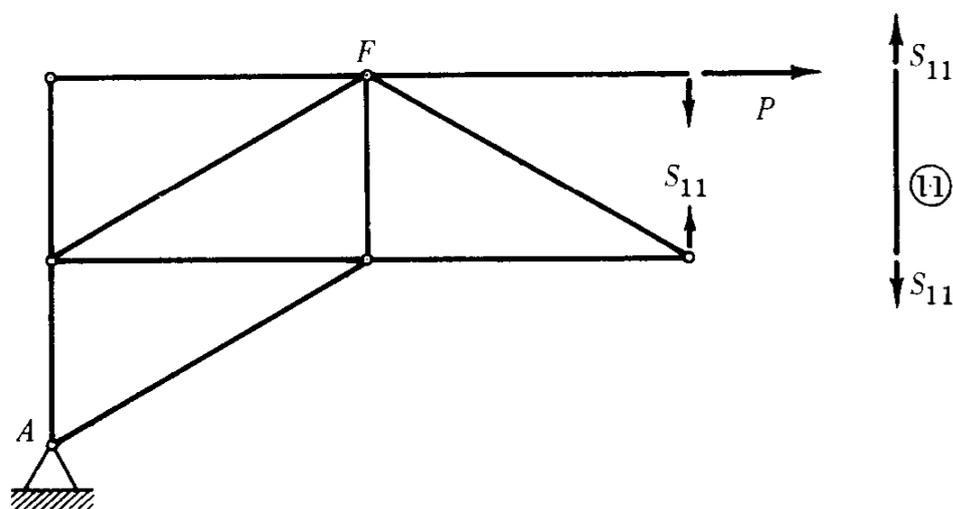


Fig. 25.4

Si sarebbe, ovviamente, ottenuto lo stesso risultato tagliando completamente le aste 8 e 11 ed equilibrando alla rotazione intorno a  $F$  una qualsiasi delle due parti di struttura.

**Aste 5, 6.** - Sono scariche, come si riconosce ragionando come per l'asta 11.

**Aste 2, 3, 4.** - Non esiste una sezione di RITTER che, tagliando le tre aste suddette, non ne attraversi almeno un'altra. Osservando che l'asta 6 è scarica, si possono intersecare le aste 2, 3, 4, 6 con una sezione che divida la reticolare in due parti indipendenti, senza mettere in evidenza più di tre sforzi incogniti.

In altre parole, il comportamento della struttura non cambia se si eliminano le aste scariche 5 e 6.

Tutti gli sforzi si possono determinare col metodo del RITTER. Ci limitiamo a riportare nella seguente tabella, i risultati finali dei calcoli.

ASTA	SFORZO	NOTE
1	$P \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{2}$	tirante
2	$\frac{P}{\cos \beta}$	tirante
3	$P \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{2 \operatorname{tg} \alpha}$	puntone
4	$P \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{2 \operatorname{sen} \alpha}$	tirante
5	0	-
6	0	-
7	$P \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{2}$	tirante
8	$P$	tirante
9	$P \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{2 \operatorname{sen} \alpha}$	puntone
10	$P \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{2 \operatorname{tg} \alpha}$	tirante
11	0	-

\* \* \*

26. - Calcolare gli sforzi nelle aste  $CL$  e  $HG$  della struttura indicata nella fig. 26.1, per tutte le possibili posizioni di un carico verticale  $P$  nei nodi del corrente inferiore.

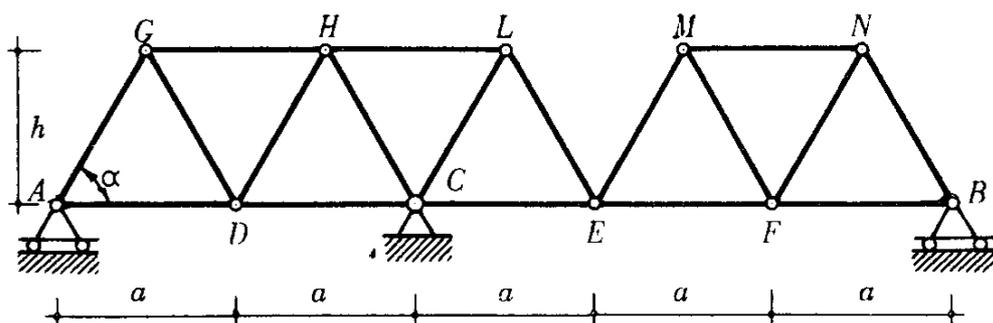


Fig. 26.1

Le travi reticolari sono notoriamente adatte a coprire grandi luci, pur mantenendo una notevole snellezza e leggerezza. Questa caratteristica ne rende frequente l'impiego nei ponti a travata con forti distanze tra le pile.

La struttura indicata nella fig. 26.1 può schematizzare, in maniera semplificata, una delle due travi principali, tra loro parallele, di un ponte a via inferiore. La carreggiata stradale è sostenuta da traversi che si innestano ai nodi del corrente inferiore delle travi maestre.

Poiché i ponti sono percorsi da carichi viaggianti, ha interesse ricercare i massimi valori degli sforzi di ciascuna asta: essi variano, ovviamente, con la posizione dei carichi esterni.

*CALCOLO DEGLI SFORZI NELLE ASTE.* - Trattandosi di trave a correnti parallele, conviene ricorrere all'ausilio dei diagrammi del taglio e del momento flettente della trave a parete piena equivalente.

Notiamo esplicitamente che, quando il carico  $P$  agisce sui nodi  $A$ ,  $C$ ,  $B$  vincolati all'esterno, la struttura risulta priva di sollecitazioni.

Basterà allora studiare la situazione statica quando il carico è applicato in  $D$ ,  $E$ ,  $F$ .

1. CARICO NEL NODO  $F$ . - La trave a parete piena equivalente è una Gerber. Le sollecitazioni derivanti dalla forza  $P$  applicata in  $F$  si determinano con ovvie considerazioni d'equilibrio. La trave appoggiata  $EB$  ha le reazioni  $\frac{P}{2}$ ; la trave  $ACE$  è caricata dalla  $\frac{P}{2}$  al suo estremo libero.

Per brevità, ci limitiamo a riassumere i risultati mediante i diagrammi del momento flettente e del taglio.

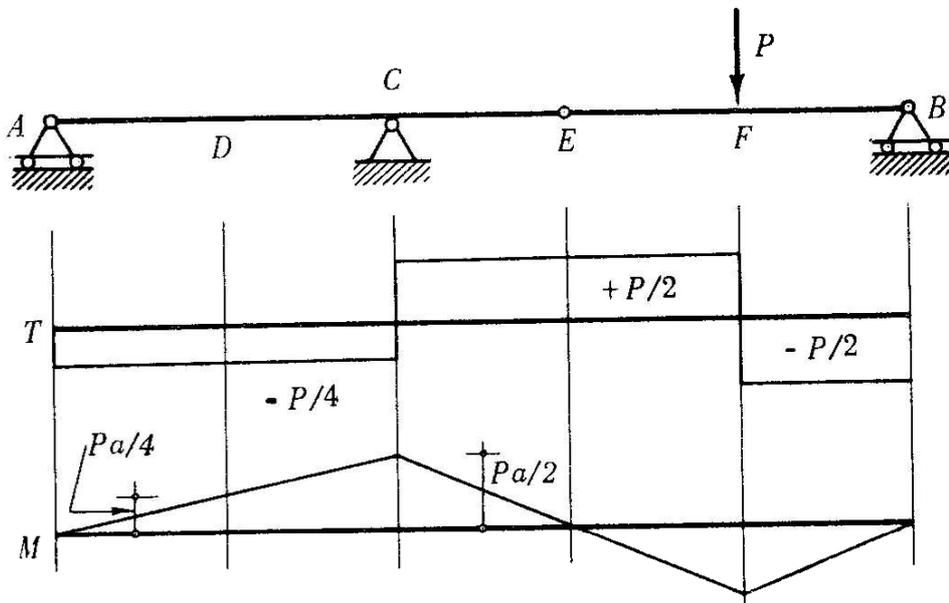


Fig. 26.2

**Asta  $CL$ .** - Lo sforzo di taglio nel campo  $CE$  vale

$$T_1 = + \frac{P}{2} .$$

Ciò significa che, svincolando mediante una sezione di RITTER, la parte sinistra trasmette alla destra una forza  $P/2$  volta verso l'alto.

Per ragioni di equivalenza risulta:

$$S_{CL} \operatorname{sen} \alpha \approx \frac{P}{2} ; \quad S_{CL} = \frac{P}{2 \operatorname{sen} \alpha} .$$

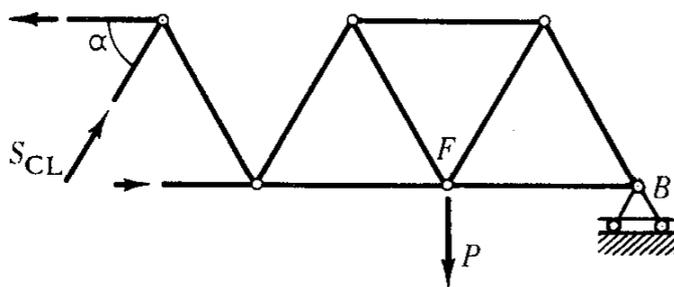


Fig. 26.3

**Asta  $HG$ .** - Lo sforzo dell'asta  $HG$  è proporzionale al momento flettente calcolato sulla verticale del suo polo  $D$ .

Detto momento tende le fibre superiori della trave equivalente; allora l'asta  $HG$  è tesa.

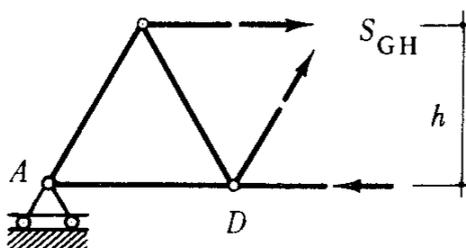


Fig. 26.4

Il diagramma del momento della fig. 26.2 porge:

$$M = P \frac{a}{4} .$$

Allora:

$$S_{GH} = \frac{M_D}{h} \quad \text{ma} \quad h = \frac{a}{2} \operatorname{tg} \alpha$$

$$S_{GH} = \frac{P}{2 \operatorname{tg} \alpha}$$

2. CARICO NEL NODO E.

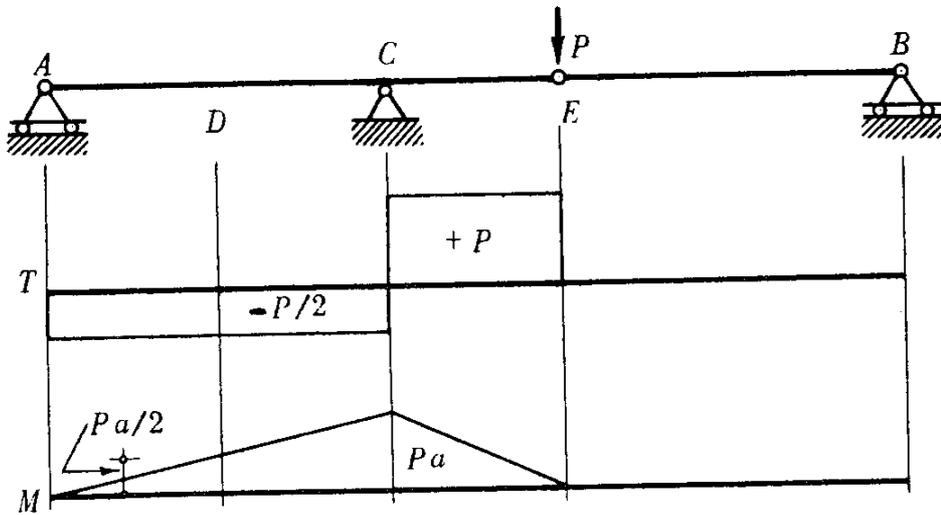


Fig. 26.5

**Asta CL.** - Lo sforzo di taglio nel campo CE vale:

$$T_2 = +P.$$

L'asta CL è ancora compressa. Il modulo dello sforzo che la sollecita è:

$$S_{CE} = \frac{P}{\text{sen } \alpha}.$$

**Asta HG.** - Il momento flettente in D è ancora negativo; l'asta HG è tesa. Il suo sforzo risulta:

$$S_{HG} = \frac{M_D}{h} = \frac{P}{\text{tg } \alpha}.$$

3. CARICO NEL NODO D.

**Asta CL.** - È scarica, perché tutta la parte di trave a destra della cerniera C non risente dell'effetto del carico.

**Asta HG.** - Il momento flettente in D tende le fibre inferiori; l'asta HG è compressa.

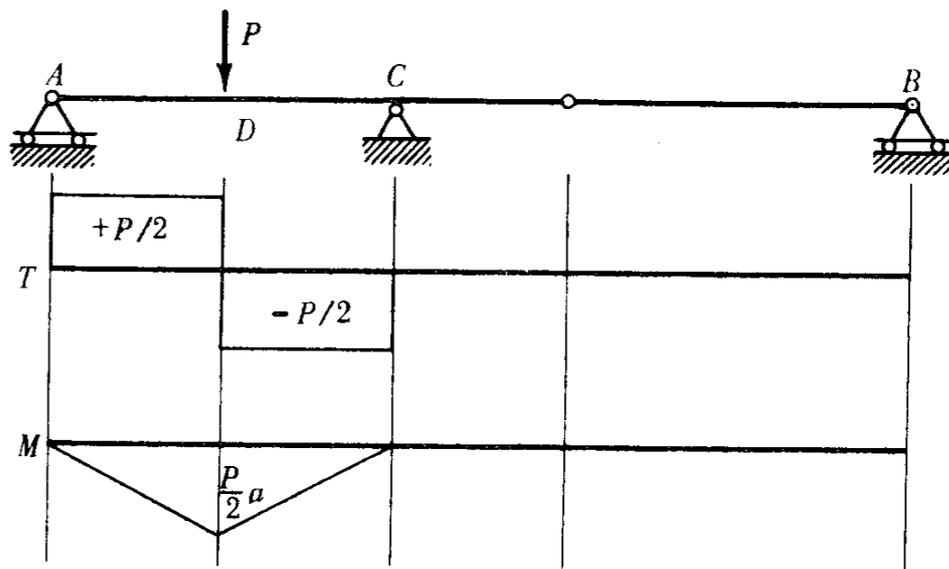


Fig. 26.6

Poiché il momento flettente in  $D$  risulta:

$$M_D = \frac{Pa}{2}$$

si ottiene:

$$S_{GH} = \frac{P}{2 \operatorname{tg} \alpha}$$

\* \* \*

**27. - Determinare gli sforzi nelle aste 2, 6, 10 della reticolare indicata nella fig. 27.1.**

La struttura è un arco a tre cerniere reticolare; essa può rappresentare il principale elemento resistente del tetto di un fabbricato industriale. Il manto di copertura è sostenuto da travi longitudinali (arcarecci) che trasmettono il carico ai nodi del corrente superiore.

I carichi indicati nella figura possono schematizzare l'azione del vento. La falda di sinistra, direttamente investita, è soggetta a pressio-

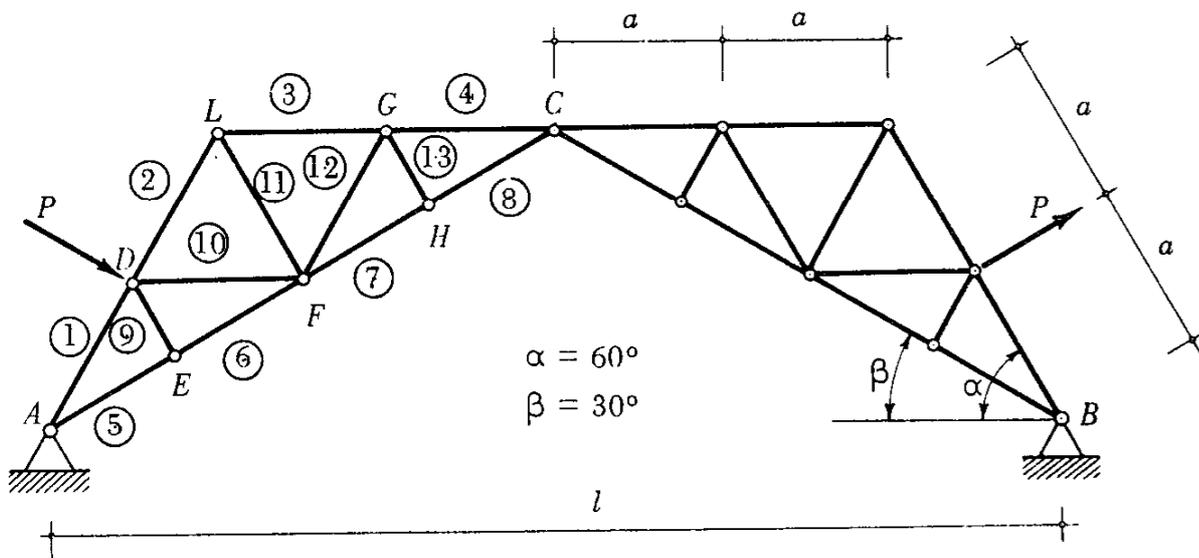


Fig. 27.1

ne, la destra a depressione. Dette azioni sono normali alle falde, pertanto i carichi  $P$  risultano perpendicolari alle aste dei correnti superiori.

### CALCOLO DELLE REAZIONI VINCOLARI.

La struttura è staticamente determinata, pertanto la sua forma non influenza il valore delle reazioni. Esse sono quelle dell'arco a tre cerniere  $A, C, B$  caricato dalle due forze  $P$  antisimmetriche.

È allora sufficiente studiare metà struttura, mettendo in evidenza le reazioni. Quella della parte destra sulla sinistra, attraverso  $C$ , risulta verticale.

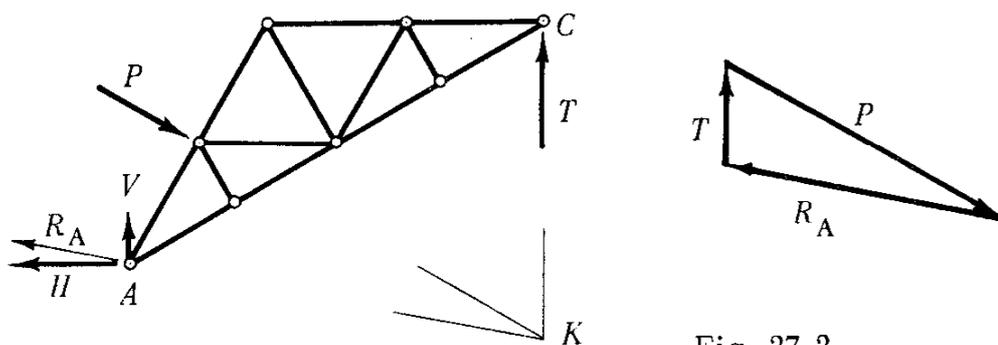


Fig. 27.2

*SOLUZIONE ANALITICA.***Equilibrio alla rotazione intorno ad A:**

$$T \frac{l}{2} - P \cdot a = 0 \quad \text{ma} \quad a = \frac{l}{6}$$

$$T = \frac{P}{3}$$

**Equilibrio alla traslazione verticale:**

$$V = P \cos \alpha - T = P \left( \cos \alpha - \frac{1}{3} \right)$$

**Equilibrio alla traslazione orizzontale:**

$$H = P \sin \alpha.$$

*SOLUZIONE GRAFICA.* - Il poligono che, collegando i carichi, passa per le tre cerniere, ha il secondo lato verticale. Il primo e l'ultimo lato, allora, passano per K (intersezione della verticale per C con i due carichi esterni).

Il triangolo d'equilibrio porge i versi e i moduli di  $T$  e della reazione totale  $R_A$  di A.

**CALCOLO DEGLI SFORZI NELLE ASTE.**

Il poligono funicolare sopra descritto è il luogo delle successive risultanti dei carichi e delle reazioni esterne. È allora comodo usarlo per il calcolo degli sforzi nelle aste.

*METODO DELL'EQUILIBRIO DEI NODI.* - È noto che, per calcolare gli sforzi delle aste 2, 6, 10 è necessaria la predeterminazione di

quelli delle aste che le precedono, partendo da uno dei vincoli esterni.

Partiamo, ad esempio, dal nodo  $A$ . In esso concorrono due sole aste, quindi sono due anche le incognite.

**Nodo  $A$ .** - Il suo svincolamento mette in evidenza due sforzi incogniti, le cui intensità si ottengono dal triangolo d'equilibrio del nodo.

Gli sforzi che ivi compaiono sono le azioni delle aste sul nodo stesso. Ne segue che l'asta (5) è tirante, la (1) puntone.

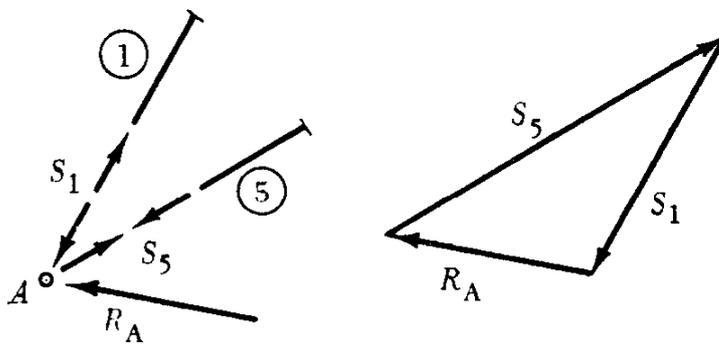


Fig. 27.3

**Nodo  $E$ .** - L'equilibrio, imposto indifferentemente per via analitica o grafica, mostra che l'asta 9 è scarica. Infatti, ogni valore di  $S_9$  diverso dallo zero, rende impossibile l'equilibrio del nodo.

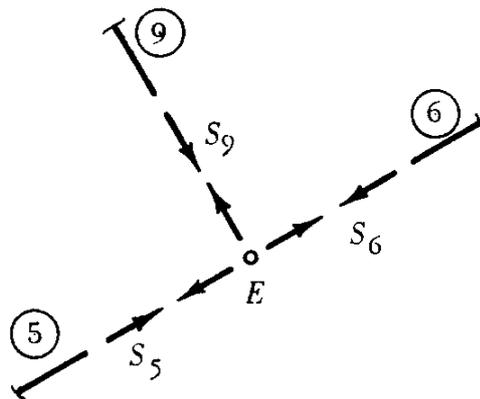


Fig. 27.4

In definitiva:

$$S_9 = 0 \quad S_6 = S_5.$$

Anche l'asta (6) risulta un tirante.

**Nodo D.** - Le uniche incognite sono gli sforzi delle aste 2 e 10. Il poligono d'equilibrio li determina univocamente.

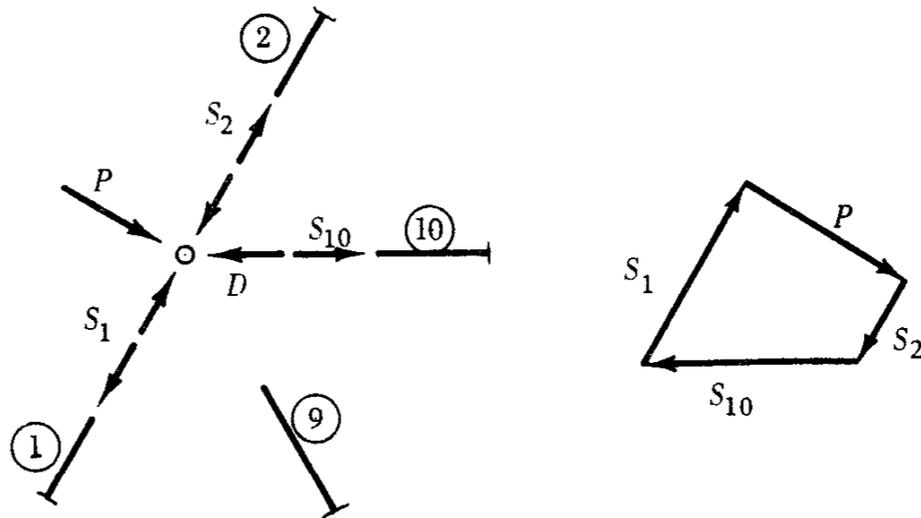


Fig. 27.5

L'asta 2 e la 10 risultano entrambi puntoni.

**METODO DELL'EQUILIBRIO ATTRAVERSO UNA SEZIONE.** - Una sezione (di RITTER) taglia contemporaneamente le tre aste 2, 6, 10. Studiamo l'equilibrio della parte di struttura compresa tra detta sezione e la cerniera  $C$ . Essa è in equilibrio sotto l'azione della forza  $T$  in  $C$  e degli sforzi che le aste della parte soppressa trasmettono a quelle della restante.

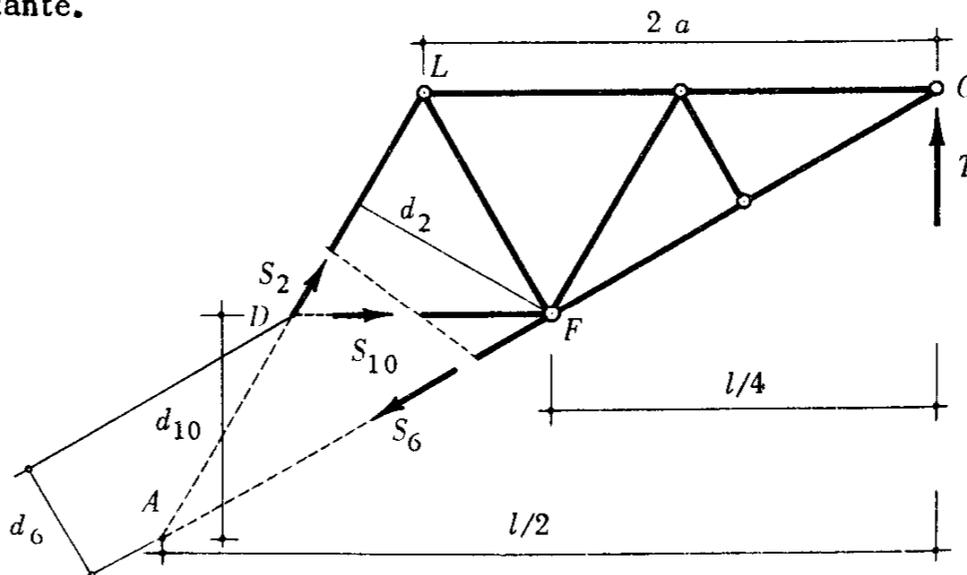


Fig. 27.6

**Asta 2.** - Il suo polo è  $F$ . L'equilibrio alla rotazione intorno ad esso porge:

$$S_2 \cdot d_2 - T \frac{l}{4} = 0 \quad \text{ma} \quad d_2 = \frac{l}{4} \frac{\text{sen}(\alpha - \beta)}{\cos \beta}$$

$$S_2 = \frac{\cos \beta}{\text{sen}(\alpha - \beta)} \cdot T$$

**Asta 6.** - Il suo polo è  $D$ .

$$S_6 \cdot d_6 - T \cdot \frac{5}{2} a = 0 \quad \text{ma} \quad d_6 = a \cdot \text{sen}(\alpha - \beta)$$

$$S_6 = \frac{5}{2} \frac{T}{\text{sen}(\alpha - \beta)}$$

**Asta 10.** - Il suo polo è  $A$ .

$$S_{10} \cdot d_{10} - T \frac{l}{2} = 0 \quad \text{ma} \quad d_{10} = a \cdot \text{sen} \alpha$$

$$S_{10} = \frac{3T}{\text{sen} \alpha}$$

\*\*\*

**28.** - Calcolare, mediante l'uso del cremoniano, gli sforzi nelle aste della reticolare indicata nella fig. 28.1.

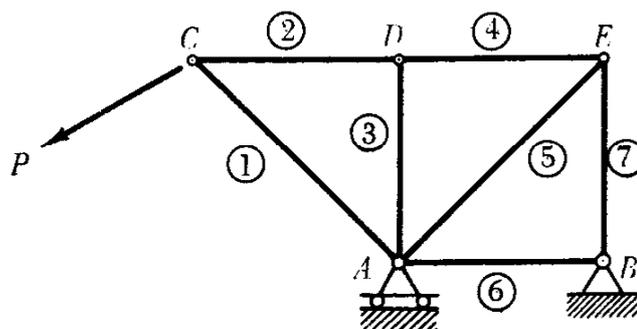


Fig. 28.1

**REAZIONI VINCOLARI.** - Volendo risolvere la struttura valendosi di un cremoniano, è necessario determinare le reazioni vincolari esterne per via grafica.

Il problema è di immediata soluzione: la reazione di  $A$  è verticale, e interseca in  $K$  la retta d'azione di  $P$ . Quella della reazione di  $B$  è la congiungente  $B$  e  $K$ .

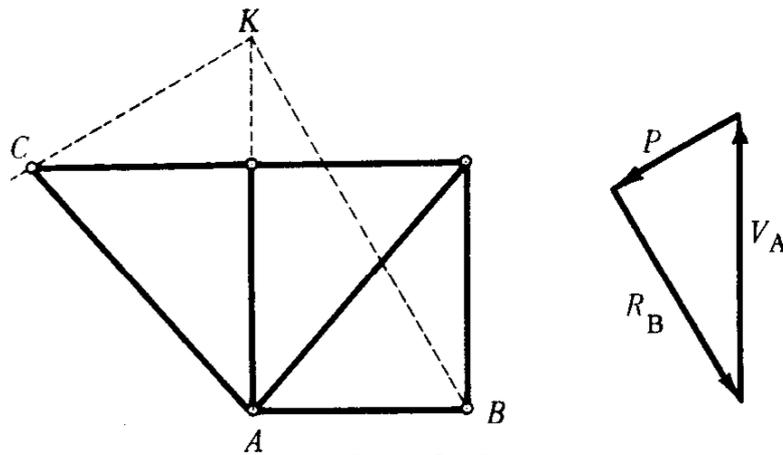


Fig. 28.2

**SFORZI NELLE ASTE.** - Per meglio rendersi conto della genesi del diagramma reciproco (o cremoniano), conviene svincolare completamente la struttura, separando le aste dai nodi. Si mettono così in evidenza tutti gli sforzi, che sono le incognite del problema.

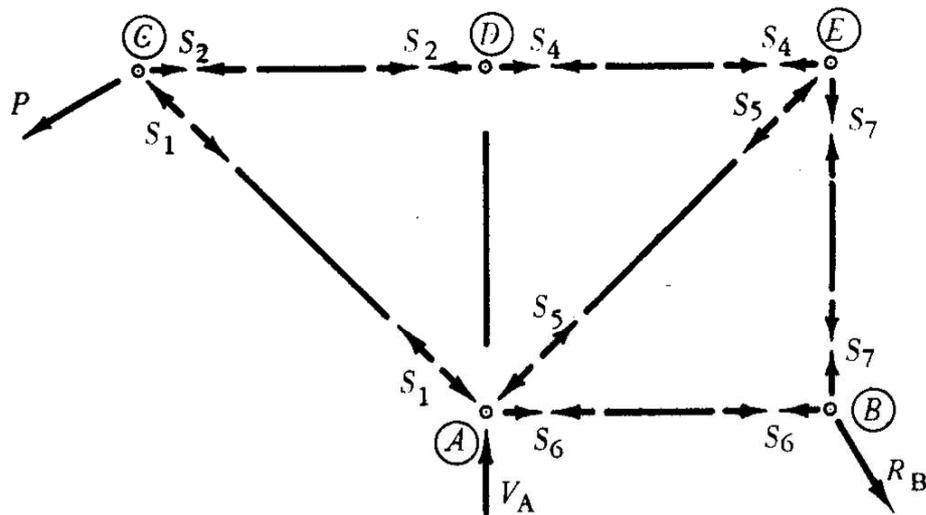


Fig. 28.3

La quiete di ciascun nodo comporta l'equilibrio del sistema di forze che lo sollecita. Da ogni nodo, pertanto, si trae un poligono d'equilibrio.

Conveniamo, in ogni nodo, di tracciare il poligono scegliendo, come ordine delle forze, quello ottenuto ruotando intorno ad esso in senso orario. Si noti (vedi fig. 28.2) che detta convenzione è stata rispettata anche nel tracciamento del triangolo d'equilibrio delle forze esterne.

I singoli poligoni sono riportati nella fig. 28.4.

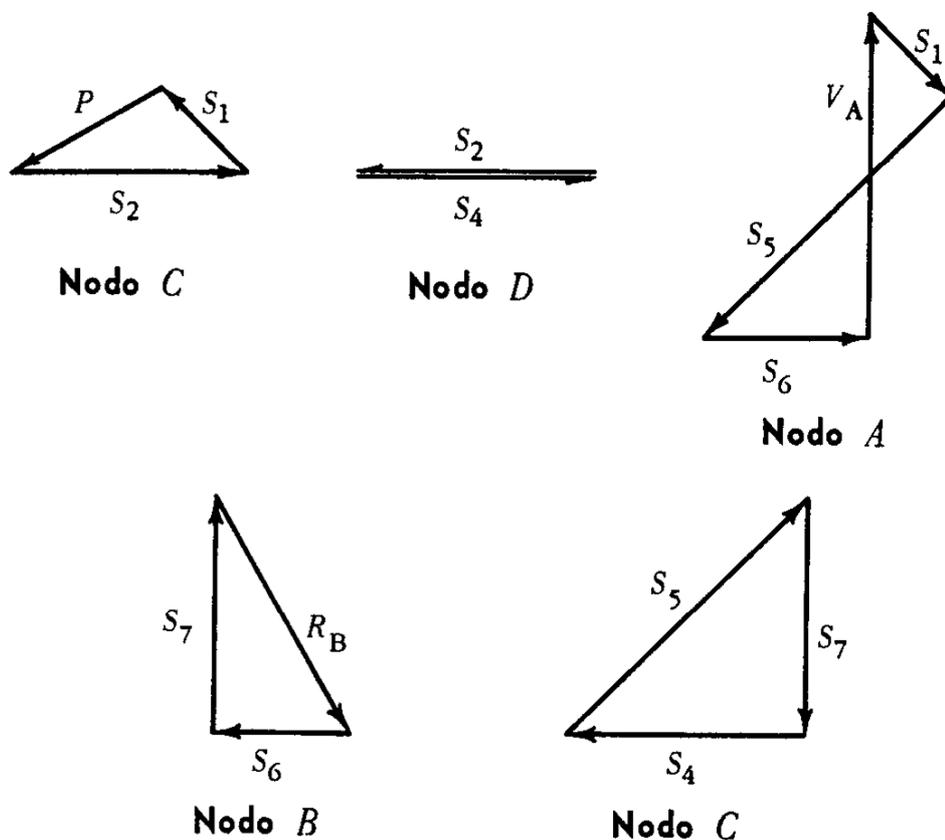


Fig. 28.4

È necessario iniziare da un nodo con due sole incognite, e passare via via a nodi che non ne presentino più di due.

Il cremoniano si ottiene riunendo insieme tutti i poligoni d'equilibrio, tenendo conto dei lati che essi hanno in comune. Come si usa di solito, indichiamo con un tratto sottile gli sforzi dei tiranti, e con tratto grosso quelli dei puntoni (fig. 28.5).

Sotto l'aspetto pratico, il cremoniano potrebbe ottenersi direttamente, senza passare attraverso i poligoni dei singoli nodi.

Elemento di partenza è sempre il triangolo di equilibrio delle forze esterne (carico  $P$  e reazioni).

Se si inizia con lo sciogliere il nodo  $C$  che ha due sole incognite, si osserva che, ruotando in senso orario, si incontrano (dopo la  $P$ ) prima l'asta 2, poi la 1.

Nel cremoniano, la sequenza delle forze deve essere:  $P$ ,  $S_2$ ,  $S_1$ . Perché ciò avvenga, basta tracciare dal secondo estremo di  $P$  la parallela a  $S_2$ , e dal primo a  $S_1$ .

Percorrendo il poligono nel verso imposto da  $P$ , si rileva che  $S_2$  è volto verso destra, esce dal nodo, quindi l'asta 2 è un tirante.

Invece  $S_1$  è volta verso l'alto, entra nel nodo, e l'asta 1 è un puntone.

Passando a sciogliere il nodo  $D$  si rileva subito che l'asta 3 è scarica, quindi  $S_4 = S_2$ .

Nel nodo successivo, cioè  $A$ , sono incogniti solo  $S_5$  e  $S_6$ . L'ordine in cui si susseguono le forze è:  $V_A$ ,  $S_1$ ,  $S_5$ ,  $S_6$ .

Tracciamo dal primo estremo di  $V_A$  la parallela a  $S_6$ , dal secondo estremo di  $S_1$  quella a  $S_5$ .

Lo sforzo  $S_5$  è volto verso il basso, quindi entra nel nodo  $A$ : l'asta 5 è puntone. Invece  $S_6$ , volto verso destra, esce dal nodo: l'asta 6 è un tirante.

Come si vede, il procedimento pratico non presenta particolari difficoltà.

Il cremoniano si presta molto bene quando si vogliono calcolare tutti gli sforzi di una reticolare, perché permette di procedere in modo automatico e spedito.

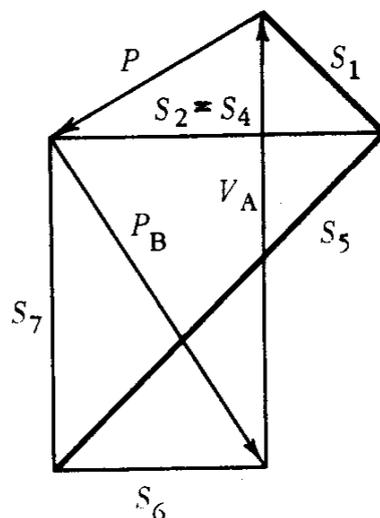


Fig. 28.5

Non è applicabile quando si voglia determinare lo sforzo di singole aste, indipendentemente da quello di tutte le altre.

\*\*\*

29. - Calcolare gli sforzi nelle aste della capriata Polonceau indicata nella fig. 29.1.

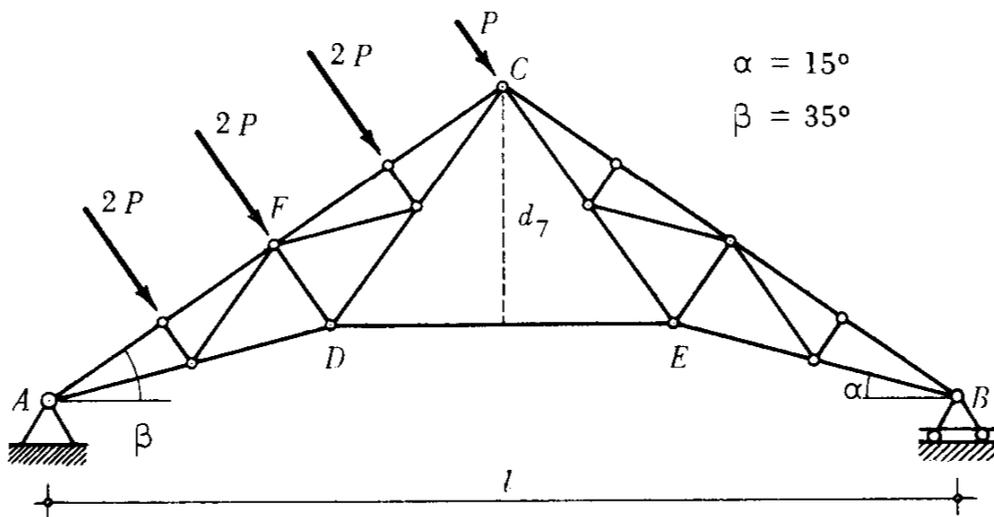


Fig. 29.1

*REAZIONI VINCOLARI.* - La loro determinazione, per via grafica, è immediata.

Il triangolo d'equilibrio che ne definisce i versi e i moduli è riportato come parte del cremoniano (fig. 29.2).

*SFORZI NELLE ASTE.* - Volendo conoscere gli sforzi di tutte le aste, conviene ricorrere al tracciamento del cremoniano.

Scelto come verso di percorrenza della struttura (ed intorno ai nodi) quello orario, iniziamo la costruzione del nodo A (fig. 29.2).

Si determinano, senza particolari difficoltà, gli sforzi delle aste 1, 5, 2, 8, 6, 9. A questo punto non è possibile proseguire oltre. Sia nel nodo D che in F si hanno, infatti, tre sforzi incogniti.

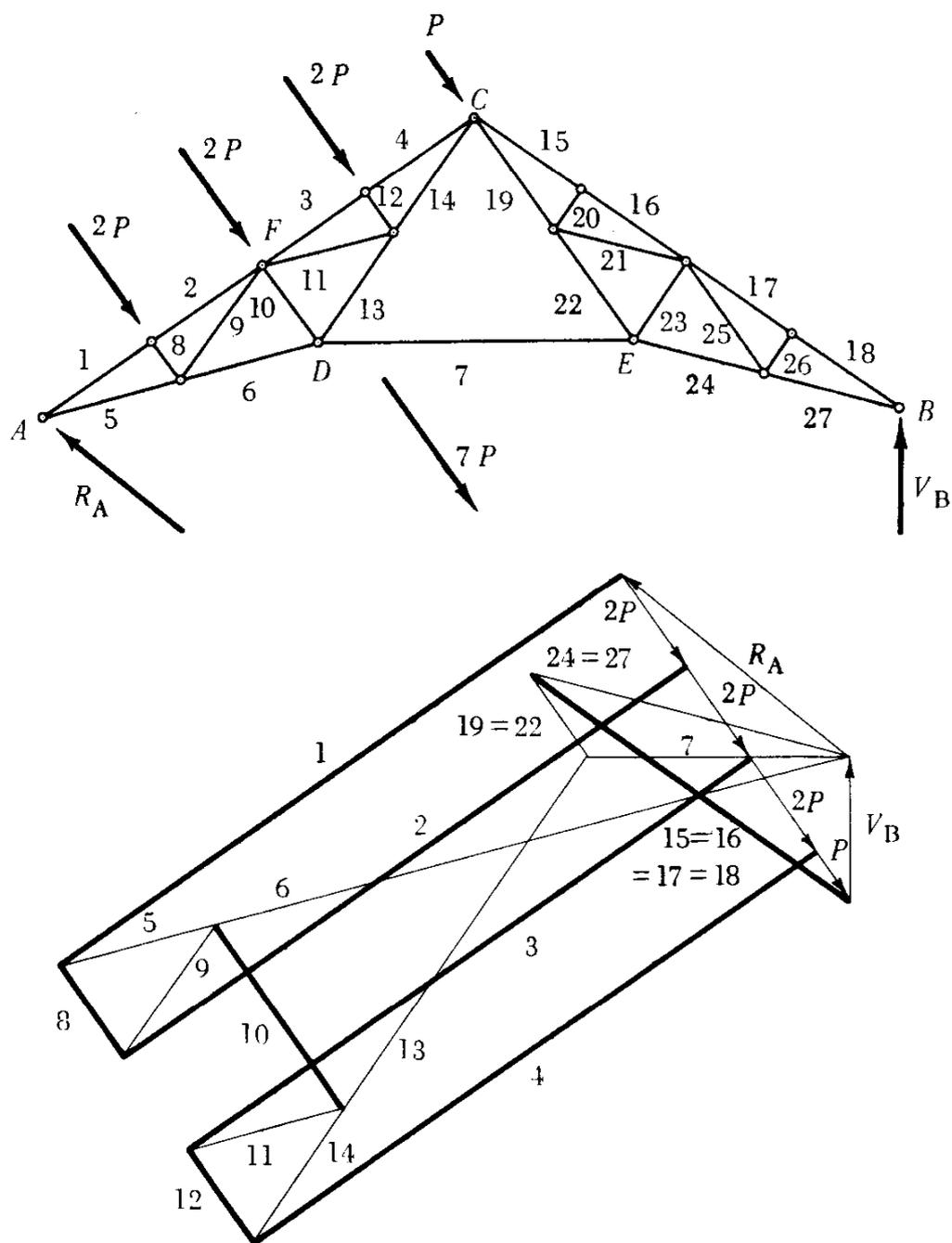


Fig. 29.2

Si può aggirare la difficoltà calcolando a parte uno di tali sforzi (ad esempio, col metodo di RITTER), riportandolo, nella sua scala, nel cremoniano e proseguendo poi la costruzione grafica.

Al riguardo, si osservi che le parti  $ADC$  e  $CEB$ , che si possono isolare svincolando in  $A$ ,  $B$ ,  $C$  ed allontanando l'asta  $DE$ , sono a sem-

plice connessione triangolare. Se si calcola lo sforzo dell'asta  $DE$ , esso diventa una forza nota applicata alle due parti, per le quali è possibile costruire completamente il cremoniano.

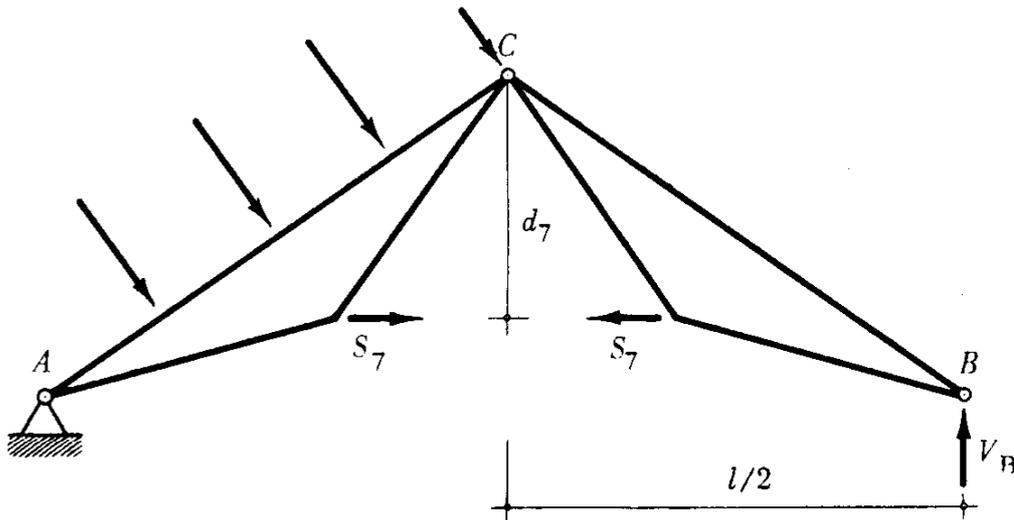


Fig. 29.3

Il polo dell'asta 7 è  $C$ . Annullando ivi il momento delle forze alla sua destra:

$$V_B \frac{l}{2} - S_7 \cdot d_7 = 0.$$

Con le dimensioni della fig. 29.1 si ottiene:

$$S_7 \cong 4,65 P.$$

Riportatolo sul cremoniano, si può completare la costruzione grafica.

*OSSERVAZIONE.* - Il problema poteva risolversi completamente per via grafica interrompendo il cremoniano ai nodi  $D$  e  $F$ , ma riprendendolo dall'estremo opposto  $B$ .

Invero, per essere scarichi i nodi del corrente superiore destro, risulta subito:

$$S_{20} = S_{21} = S_{23} = S_{25} = S_{26} = 0.$$

Inoltre:

$$S_{27} = S_{24}$$

$$S_{15} = S_{16} = S_{17} = S_{18}.$$

Scomponendo  $V_B$  secondo le direzioni 17 e 18 si ottengono subito gli sforzi nelle aste di contorno. Infine, l'equilibrio del nodo  $E$  permette la determinazione di  $S_7$ .

Come è naturale, tali risultati possono controllarsi nel cremoniano già tracciato.

Si osservi infine che tale semplificazione sarebbe impossibile ove tutti i nodi del corrente superiore fossero carichi.

In un caso generale, quindi, non si può che applicare il metodo misto analitico-grafico inizialmente usato.

\*\*\*

30. - Determinare gli sforzi nella capriata ad aste caricate della fig. 30.1.

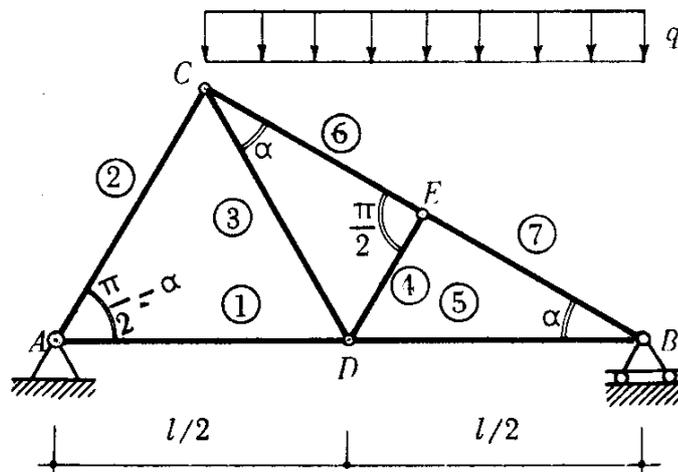


Fig. 30.1

Nella costruzione di capannoni ad uso industriale si adottano spesso le cosiddette coperture a *shed*.

Esse sono formate da falde aventi diversa inclinazione. Quelle più vicine alla verticale sono quasi totalmente finestrate; le altre hanno il manto di copertura sostenuto da un solaio di cemento armato. La struttura portante principale è spesso formata da reticolari, il cui corrente superiore è sagomato secondo la direttrice della copertura.

Quando su questa si deposita la neve, le aste di lucernaio sono scariche, attesa la notevole inclinazione. Quelle di falda sono, invece, direttamente caricate dalla reazione del solaio, che può ritenersi uniformemente distribuita sull'orizzontale.

La soluzione del problema può ottenersi nel modo più rapido studiando separatamente il regime flessionale delle due aste 6 e 7 e quello assiale della reticolare nel suo complesso.

*CALCOLO DELLE REAZIONI ESTERNE.* - Sono entrambe verticali, e volte verso l'alto. Si ottiene facilmente:

$$V_A = q \frac{l}{2} \cos^4 \alpha$$

$$V_B = q \frac{l}{2} \cos^2 \alpha (2 - \cos^2 \alpha).$$

*SOLLECITAZIONI NELLE ASTE.* - Separiamo completamente, dal resto della travata, le aste caricate 6 e 7. Esaminiamo in dettaglio la situazione dell'asta 6.

Si esplicitano, ai suoi estremi, le reazioni mutue derivanti dallo svincolamento. Consideriamone le componenti rispettivamente parallele all'asse dell'asta ed alla risultante  $\frac{Q}{2}$  del carico che le compete.

Le reazioni parallele a  $\frac{Q}{2}$  sono verticali.

Per ragioni di equilibrio dell'asta, esse equilibrano, da sole, le  $\frac{Q}{2}$ .

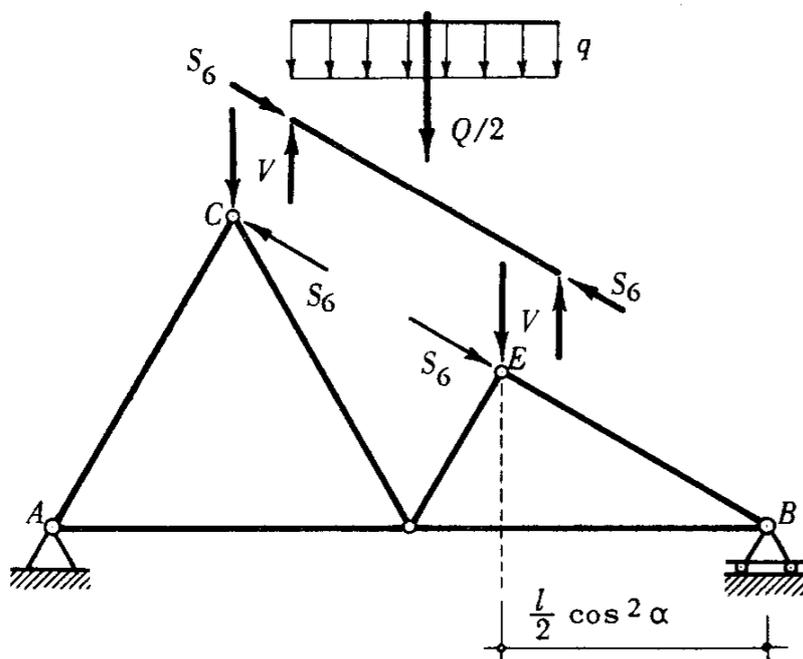


Fig. 30.2

I loro moduli hanno il valore comune:

$$V = \frac{Q}{4} = q \frac{l}{4} \cos^2 \alpha.$$

Allora formano sistema in equilibrio anche le componenti assiali, che hanno perciò verso opposto ed ugual modulo  $S_6$ .

Si noti esplicitamente che  $S_6$  non è lo sforzo assiale alle estremità dell'asta. Esso vale:

$$\begin{aligned} V \operatorname{sen} \alpha - S_6 & \quad \text{all'estremità sinistra} \\ -V \operatorname{sen} \alpha - S_6 & \quad \text{a quella destra.} \end{aligned}$$

I due valori sono differenti, come è naturale, per la presenza del carico assiale distribuito.

Se, infine, rimuoviamo dall'asta 6 il sistema in equilibrio formato da  $\frac{Q}{2}$  e dalle  $V$ , non si turba la situazione statica del resto della struttura. Analogo discorso può farsi per l'asta 7, a cui competono ancora rea-

zioni verticali di modulo

$$V = q \frac{l}{4} \cos^2 \alpha.$$

Ne segue che, per il resto della struttura, è lecito studiare la situazione statica illustrata in fig. 30.3. Oppure, si può ricomporre la continuità materiale, lasciando impliciti gli sforzi  $S_6$  e  $S_7$ . (fig. 30.4).

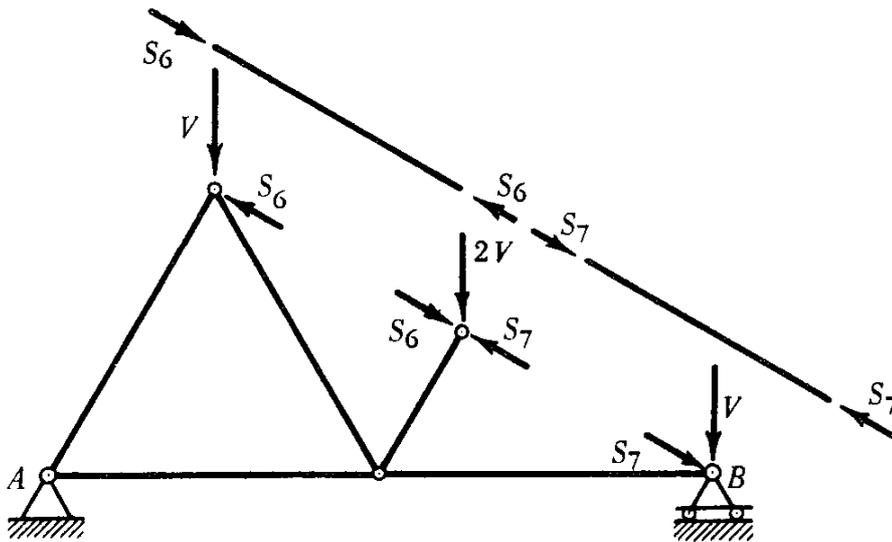


Fig. 30.3

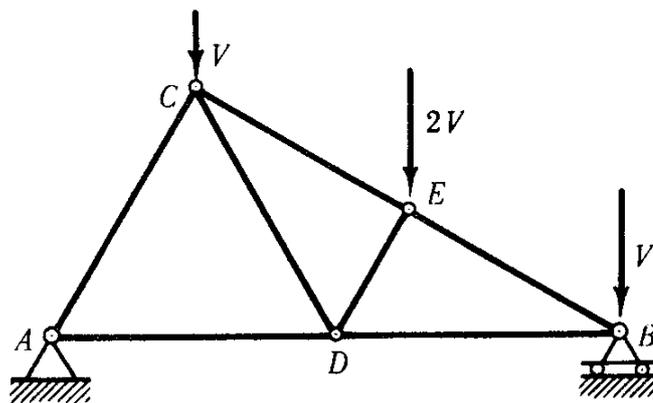


Fig. 30.4

In questa maniera, è chiaro che ci si riduce allo studio della reticolare caricata, nei nodi C, E, B rispettivamente delle forze verticali  $V$ ,

$2V$ ,  $V$  (volte verso il basso).

Da questa situazione si deducono gli sforzi reali in tutte le aste, escluse la 6 e la 7. Di queste ultime si trovano le componenti assiali di reazione  $S_6$  e  $S_7$ .

Si dovrà poi tener conto, a parte, delle ulteriori sollecitazioni imputabili, in dette aste, al carico ripartito ed alle reazioni verticali  $V$ .

*SFORZI NELLE ASTE.* - Lasciamo al lettore la risoluzione dello schema di fig. 30.4. Si può impiegare uno qualsiasi dei metodi illustrati negli esercizi precedenti.

Ci limitiamo ad indicare i risultati che si ottengono per le aste 6 e 7.

$$S_6 = q \frac{l}{4} \frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha} \quad (\text{compressione})$$

$$S_7 = q \frac{l}{4} \frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha} (1 + 2 \sin^2 \alpha) \quad (\text{compressione})$$

Possiamo ora calcolare, nelle medesime aste, le **azioni interne** derivanti dall'applicazione simultanea delle forze esterne  $q$ ,  $V$ ,  $S_6$ ,  $S_7$  (v. anche la fig. 30.2).

**Asta 6.** - Scegliamo un riferimento  $x$  coincidente col suo asse e con origine in  $C$ .

**Sforzo assiale:**

$$N(0) = -S_6 + V \sin \alpha = -q \frac{l}{4} \frac{\cos^4 \alpha}{\sin \alpha}$$

$$N(x) = N(0) - qx \sin \alpha \cos \alpha = -q \cos \alpha \left( \frac{l}{4} \frac{\cos^3 \alpha}{\sin \alpha} + x \sin \alpha \right).$$

**Sforzo di taglio:**

$$T(0) = V \cos \alpha = q \frac{l}{4} \cos^3 \alpha$$

$$T(x) = T(0) - q \cdot x \cos^2 \alpha = q \cos^2 \alpha \left( \frac{l}{4} \cos \alpha - x \right).$$

**Momento flettente:**

$$M(x) = T(0) \cdot x - q \frac{x^2}{2} \cos^2 \alpha = \frac{q}{2} \cos \alpha \cdot x \left( \frac{l}{2} \cos \alpha - x \right).$$

È massimo ove si annulla il taglio, cioè a metà dell'asta.

**Asta 7.** - Il riferimento  $x$ , coincidente col suo asse, ha origine in  $E$ .

**Sforzo assiale:**

$$N(0) = -S_7 + V \sin \alpha = -q \frac{l}{4} \frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha} (1 + \sin^2 \alpha)$$

$$\begin{aligned} N(x) &= N(0) - qx \sin \alpha \cos \alpha = \\ &= -q \cos \alpha \left[ \frac{l}{4} \cotg \alpha (1 + \sin^2 \alpha) + x \sin \alpha \right]. \end{aligned}$$

**Sforzo di taglio:**

$$T(0) = V \cos \alpha = q \frac{l}{4} \cos^3 \alpha$$

$$T(x) = q \cos^2 \alpha \left( \frac{l}{4} \cos \alpha - x \right).$$

**Momento flettente:**

$$M(x) = \frac{q}{2} \cos \alpha x \left( \frac{l}{2} \cos \alpha - x \right).$$

*OSSERVAZIONE.* - Risulta evidente che il comportamento flessionale delle aste 6 e 7 è quello di trave a due appoggi, caricata dalla distribuzione uniforme  $q \cdot \cos^2 \alpha$  normale al suo asse.

PARTE SECONDA

**LA GEOMETRIA DELLE MASSE**