

In sostanza, il poligono così tracciato è curva delle pressioni per il portale caricato dalla forza  $Q$ : esso fornisce i valori esatti delle reazioni. Per ottenere, invece, le azioni interne si deve prendere in esame la reale distribuzione dei carichi.

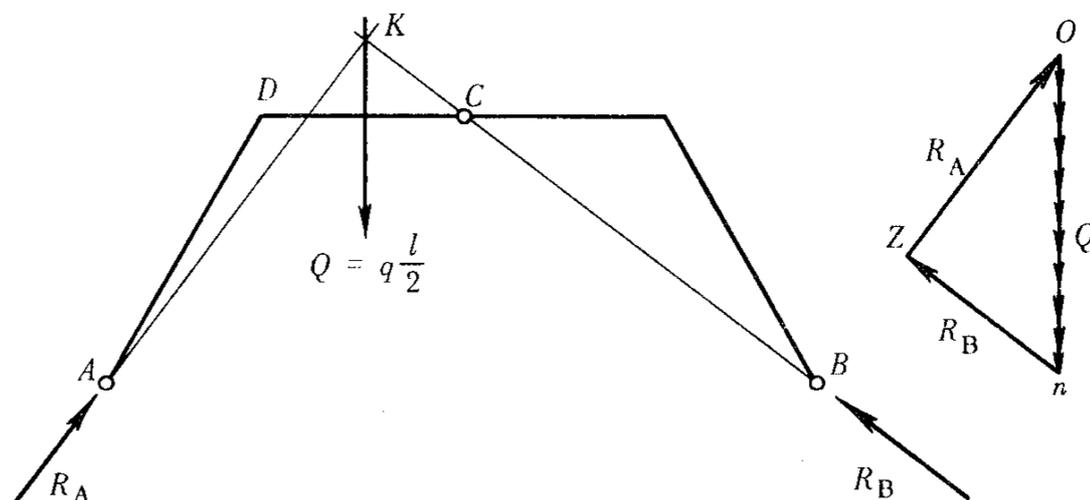


Fig. 10.2

La curva delle pressioni è senz'altro inscritta nella bilatera già ottenuta, ed ha con essa in comune i lati estremi: invero, essi sono rette d'azione delle reazioni definitive.

La curva è di forma parabolica, perché funicolare di un carico parallelo uniforme; è tangente alle rette  $R_A$  e  $R_B$  rispettivamente sulle verticali di  $D$  e  $C$ , a cui sono applicati il primo e l'ultimo carico esterno elementare.

Per meglio comprendere il modo di utilizzarla, seguiamone in dettaglio la genesi statica. Se si parte dalla cerniera  $A$ , la prima forza da comporre è la  $R_A$ . Sulla verticale di  $D$  agisce il primo carico elementare  $(q \, dx)_1 = dq_1$ ; la risultante di  $R_A$  e  $dq_1$  passa per la loro intersezione, ed ha inclinazione infinitesima rispetto ad  $R_A$ . La curva, allora, si distacca gradualmente da  $R_A$ , e il punto di tangenza è proprio sulla verticale di  $D$ .

Proseguendo per composizioni successive, la precedente risultante  $R_1$  va composta col secondo carico elementare  $(q \, dx)_2 = dq_2$ . La lo-

ro intersezione è sulla verticale di  $dq_2$ , e identifica, sulla curva delle pressioni, il punto per cui passa la successiva risultante  $R_2 = R_1 + dq_2$  (si tratta, ovviamente, di somma vettoriale).

Si può quindi dire che, per ogni sezione  $S$  della struttura, i carichi esterni che la precedono sono quelli a sinistra della verticale per il suo baricentro. Su tale verticale giace un solo punto della curva delle pressioni; la tangente in esso è la retta della risultante di  $R_A$  e dei carichi che precedono, cioè dell'azione interna della sezione. Il modulo è poi uguale alla proiettante, sulla poligonale delle forze, parallela alla tangente. Invero (fig. 10.3) se  $\overline{O'i}$  è il carico a sinistra della sezione, risulta:

$$R_S = \overline{Zi} = \overline{ZO} + \overline{O'i} = R_A + \overline{O'i}.$$

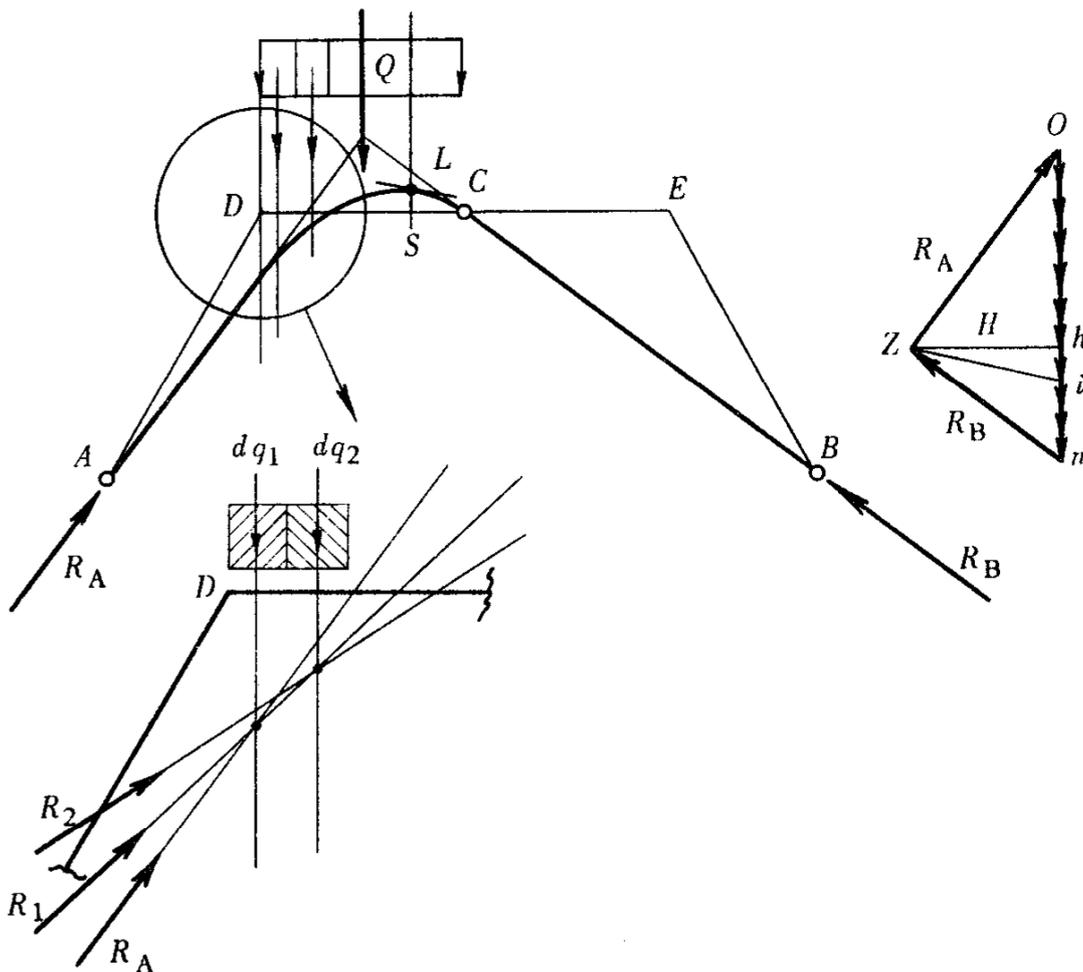


Fig. 10.3

Invertendo il ragionamento, si vede subito come si possa utilizzare la curva delle pressioni, supposta nota, per determinare le azioni interne.

Ad una qualsiasi sezione del tratto  $AD$  compete un'azione interna pari alla risultante  $R_A$  delle forze che precedono (sul tratto non sono applicate forze esterne). Così, per tutte le sezioni del tratto  $CEB$  l'azione interna è  $R_B$ , in quanto unica forza alla destra.

Per la sezione  $S$ , generica del tratto  $DC$  caricato, possiamo riallacciarsi ai ragionamenti usati per la costruzione della curva.

La retta dell'azione interna si ottiene componendo la penultima risultante parziale con l'ultimo carico elementare a sinistra (o a destra) di  $S$ : è allora la tangente alla curva nel punto appartenente alla verticale della sezione. Il modulo ed il verso dell'azione interna sono poi subito noti dalla poligonale delle forze. La proiettante  $\bar{Z}i$  parallela a detta tangente identifica il carico  $\bar{O}i$  che precede la sezione  $S$ ; cioè:

$$\bar{Z}i = \bar{Z}O + \bar{O}i = R_A + \bar{O}i = R_S.$$

Si noti che la  $R_S$  così ottenuta è la risultante delle forze che precedono: rappresenta l'azione, attraverso  $S$ , della parte sinistra sulla destra. Inversamente, la reazione della destra sulla sinistra è la risultante delle forze che seguono  $S$ :

$$i\bar{Z} = i\bar{n} + n\bar{Z} = i\bar{n} + R_B.$$

**OSSERVAZIONE.** - È facile rilevare i rapporti esistenti tra la curva delle pressioni ed i diagrammi delle azioni interne.

**Sforzo assiale.** - Per il tratto  $AD$  l'azione interna è  $R_A$ . La sua componente lungo la trave è lo sforzo assiale (costante).

Nel tratto  $DC$  l'azione interna è variabile in direzione e modulo, ma ha componente orizzontale costante ed uguale alla proiezione orizzontale  $H$  delle reazioni (vedi la poligonale delle forze). Essa è lo sforzo assiale di questo tratto.

Infine,  $CB$  ha, come azione interna, la reazione  $R_B$ . Lo sforzo assiale vale ancora  $H$  su  $CE$ ; è costante su  $EB$ , e pari alla componente assiale di  $R_B$ .

**Sforzo di taglio.** - Per le stesse ragioni di sopra, è costante (a tratti) in  $AD$  e  $CEB$ .

In corrispondenza della sezione generica del tratto  $DC$  caricato, se  $\beta$  è l'inclinazione della tangente alla curva delle pressioni e  $T$  lo sforzo di taglio, si ha  $\text{tg}\beta = \frac{T}{H}$ , perciò  $T = H \cdot \text{tg}\beta$ . Poiché  $H$  è costante e  $\text{tg}\beta$  variabile linearmente (l'azione interna è tangente ad una parabola) anche  $T$  risulta lineare.

**Momento flettente.** - Nel tratto  $AD$  il momento è dato, a meno di  $R_A$ , dalla distanza, dalla sua retta, del baricentro della sezione corrente: è quindi lineare, con zero in  $A$  e massimo in  $D$ .

Nel tratto  $BEC$  è pure lineare, con zero in  $B$  e  $C$  e massimo in  $E$ .

Nella sezione corrente del tratto  $DC$  il momento flettente coincide col momento, rispetto al suo baricentro, della componente orizzontale (e perciò assiale)  $H$  dell'azione interna, e vale:

$$M_S = H \cdot y$$

ove  $y$  è la distanza tra il centro di pressione  $X$  ed il baricentro  $G$  della sezione.

Il diagramma del momento flettente è allora parabolico, perché tale è la legge di variazione dell'eccentricità  $y$  (fig. 10.4).

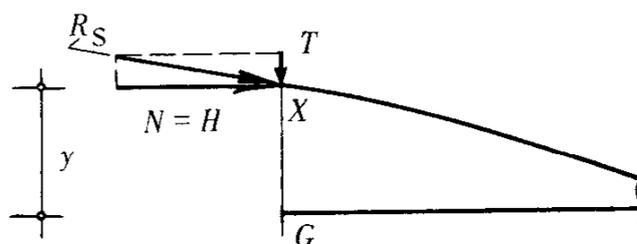


Fig. 10.4

## SOLUZIONE ANALITICA.

*CALCOLO DELLE REAZIONI.* - Il carico ripartito sul semitraverso *DC* può essere sostituito dalla risultante

$$Q = q \frac{l}{2}.$$

Svincolata completamente la struttura, scelte come direzioni di decomposizione l'orizzontale e la verticale, si possono scrivere le equazioni di equilibrio.

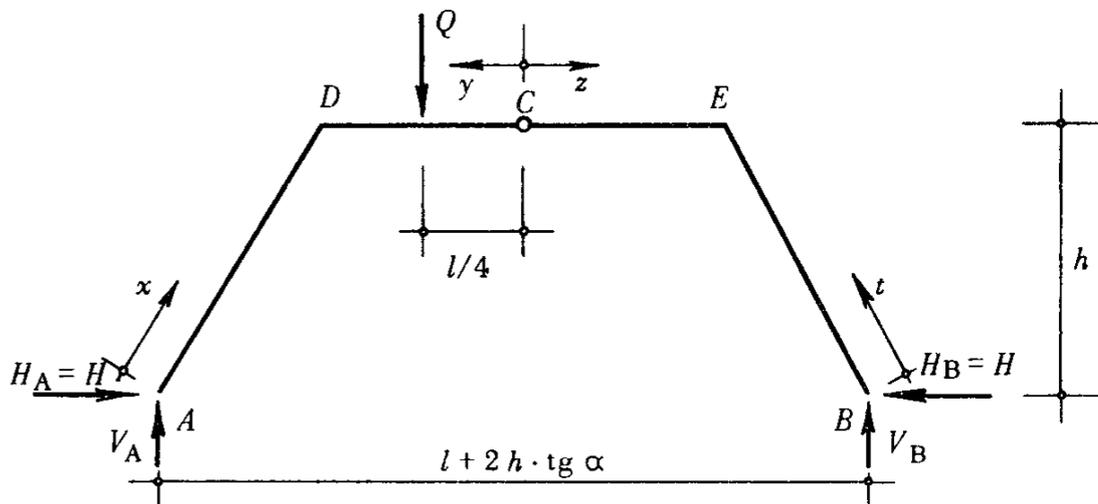


Fig. 10.5

**Equilibrio alla traslazione orizzontale.**

$$H_A - H_B = 0$$

$$H_A = H_B = H.$$

**Equilibrio alla rotazione attorno ad A.**

$$V_B (l + 2h \operatorname{tg} \alpha) - Q \left( \frac{l}{4} + h \operatorname{tg} \alpha \right) = 0$$

**Equilibrio alla rotazione attorno a B.**

$$V_A (l + 2h \operatorname{tg} \alpha) - Q \left( \frac{3}{4}l + h \operatorname{tg} \alpha \right) = 0$$

**Equazione ausiliaria: momento flettente nullo in C.** - Operando con le forze alla destra:

$$V_B \left( \frac{l}{2} + h \operatorname{tg} \alpha \right) - H \cdot h = 0$$

**SOLUZIONE:**

$$V_A = \frac{ql}{8} \frac{3l + 4h \operatorname{tg} \alpha}{l + 2h \operatorname{tg} \alpha}$$

$$V_B = \frac{ql}{8} \frac{l + 4h \operatorname{tg} \alpha}{l + 2h \operatorname{tg} \alpha}$$

$$H = \frac{ql}{16} \frac{l + 4h \operatorname{tg} \alpha}{l + 2h \operatorname{tg} \alpha} \frac{l + 2h \operatorname{tg} \alpha}{h} = \frac{ql}{16} \frac{l + 4h \operatorname{tg} \alpha}{h}$$

**CALCOLO DELLE AZIONI INTERNE.** - Si adottano i riferimenti indicati nella fig. 10.5.

**Sforzo assiale.**

1. *Tratto AD.* All'estremità del piedritto sono applicate le forze esterne  $V_A$  e  $H$ , perciò:

$$N(x) = -V_A \cdot \cos \alpha - H_A \cdot \sin \alpha$$

I segni negativi indicano che si tratta di forze di compressione.

2. *Tratto DC.* È privo di carichi assiali; le forze orizzontali che precedono (o seguono) la sezione corrente si riducono alla sola  $H$ :

$$N(y) = -H.$$

3. *Tratto CE*. Valgono le stesse considerazioni fatte per l'altro semitraverso:

$$N(z) = -H.$$

4. *Tratto EB*. Operando con le forze alla destra:

$$N(t) = -V_B \cdot \cos \alpha - H \cdot \sin \alpha \quad (\text{compressione})$$

### Sforzo di taglio.

1. *Tratto AD*. Si ottiene facilmente:

$$T(x) = V_A \cdot \sin \alpha - H \cdot \cos \alpha$$

2. *Tratto DC*. Le azioni interne che la parte destra del portale applica, attraverso *C*, alla sinistra, coincidono con *H* e  $V_B$  (reazioni della cerniera *B*). Allora:

$$T(y) = -V_B + q \cdot y$$

3. *Tratto CE*. Il taglio è costante per l'assenza di carichi:

$$T(z) = -V_B$$

4. *Tratto EB*. Analogamente all'altro piedritto:

$$T(t) = H \cos \alpha - V_B \cdot \sin \alpha.$$

### Momento flettente.

1. *Tratto AD*. Varia linearmente, per l'assenza di carichi ripartiti, ed è nullo in *A*:

$$M(x) = (H \cdot \cos \alpha - V_A \cdot \sin \alpha) x.$$

Un rapido esame della curva delle pressioni mostra che il termine tra parentesi è positivo, perciò risultano tese le fibre all'estradosso.

2. *Tratto DC*. È parabolico, a causa del carico uniformemente distribuito:

$$M(y) = V_B y - q \frac{y^2}{2}$$

Ove il momento è positivo risultano tese le fibre inferiori.

3. *Tratto CE.*

$$M(z) = V_B \cdot z \quad (\text{tende le fibre superiori}).$$

4. *Tratto EB.*

$$M(t) = (H \cdot \cos \alpha - V_B \cdot \sin \alpha) t.$$

Sono tese le fibre all'estradosso.

*OSSERVAZIONE.* - Un semplice esame delle leggi di variazione sopra riportate mostra che il taglio e lo sforzo assiale subiscono una discontinuità in corrispondenza dei nodi *D* ed *E*; il momento flettente vi è, invece, continuo. Dette discontinuità sono imputabili alla brusca variazione di direzione dell'asse: anche se l'azione interna totale è continua, le sue componenti seguono le sorti della brusca variazione delle direzioni di riferimento.

*CASO NUMERICO.* - Con i dati:

$$\begin{aligned} l &= 3,00 \text{ m} \\ h &= 3,00 \text{ m} \\ \alpha &= 30^\circ \\ q &= 2,50 \text{ t/m.} \end{aligned}$$

si ottengono le seguenti reazioni:

$$\begin{aligned} V_A &= 2,310 \text{ t} \\ V_B &= 1,440 \text{ t} \\ H &= 1,550 \text{ t} \end{aligned}$$

Con queste si possono calcolare le leggi di variazione delle azioni interne, i cui diagrammi sono riportati nella fig. 10.6.

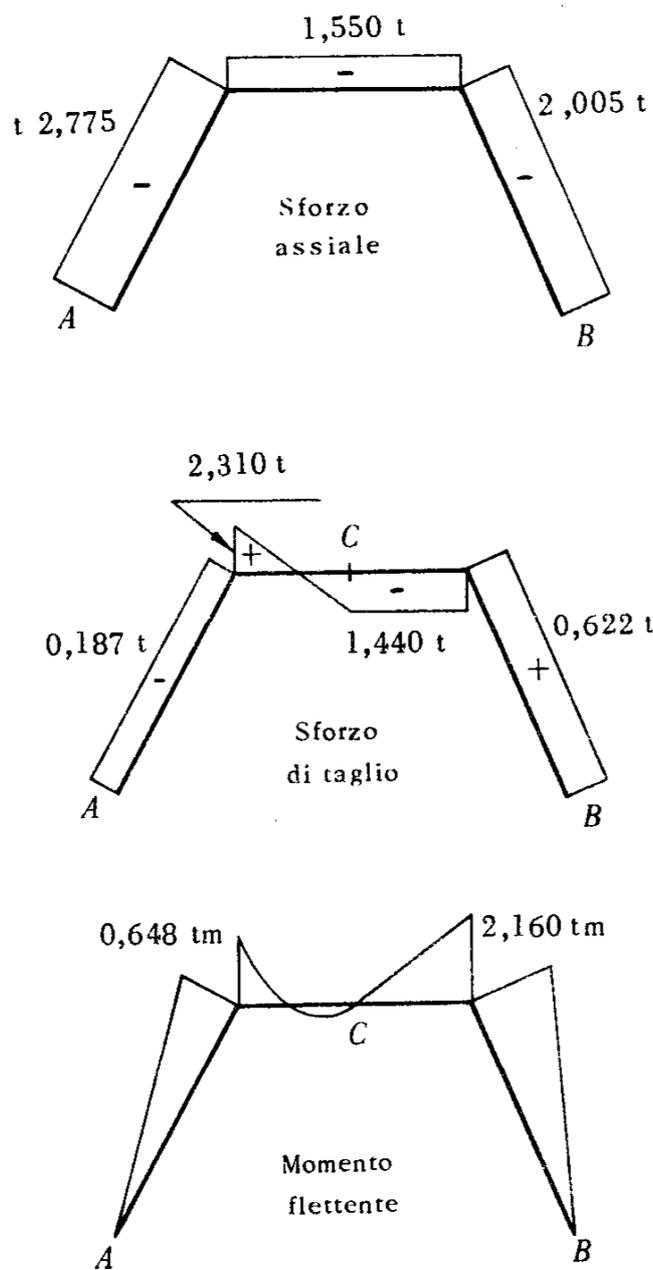


Fig. 10.6

**Sforzo assiale.**

1. *Tratto AD:*  $N(x) = -2,775 \text{ t}$
2. *Tratto DC:*  $N(y) = -1,550 \text{ t}$
3. *Tratto CE:*  $N(z) = -1,550 \text{ t}$
4. *Tratto EB:*  $N(t) = -2,005 \text{ t}$

**Sforzo di taglio:**

1. *Tratto AD:*  $T(x) = -0,187 \text{ t}$
2. *Tratto DC:*  $T(y) = -1,440 + 2,500 \cdot y \text{ t}$
3. *Tratto CE:*  $T(z) = -1,440 \text{ t}$
4. *Tratto EB:*  $T(t) = +0,622 \text{ t}$

**Momento flettente:**

1. *Tratto AD:*  $M(x) = 0,187 \cdot x \text{ tm}$
2. *Tratto DC:*  $M(y) = 1,440 \cdot y - 1,250 \cdot y^2 \text{ tm}$
3. *Tratto CE:*  $M(z) = 1,440 \cdot z \text{ tm}$
4. *Tratto EB:*  $M(t) = 0,622 \cdot t \text{ tm}$

\* \* \*

11. - Risolvere la struttura indicata nella fig. 11.1.

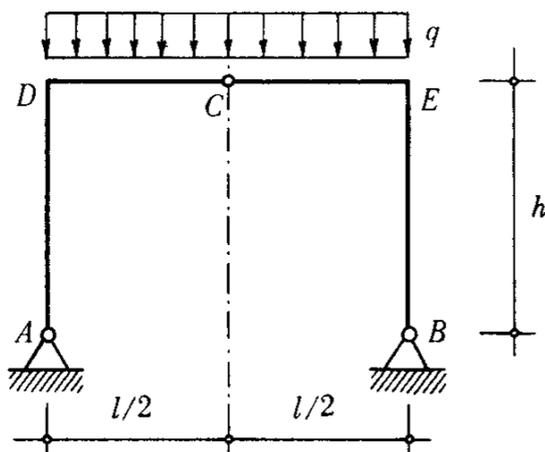


Fig. 11.1

## LA CURVA DELLE PRESSIONI.

La riduzione del carico alle risultanti parziali  $Q_1 = q \frac{l}{2}$  permette la rapida determinazione delle reazioni.

La soluzione del problema è facilitata dalla simmetria geometrica, di vincolo e di carico rispetto alla verticale per la cerniera interna.

Identico carattere di simmetria conservano reazioni ed azioni interne. È subito evidente, in particolare, che l'azione interna in  $C$  non può che essere orizzontale: nella cerniera interna, oltre al momento flettente, si annulla anche lo sforzo di taglio.

Il poligono funicolare che collega le forze  $Q_1$ , passando per le cerniere  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , è univocamente determinato: il suo lato intermedio è l'orizzontale per  $C$ , gli altri due le congiungenti  $AL$  e  $BM$ .

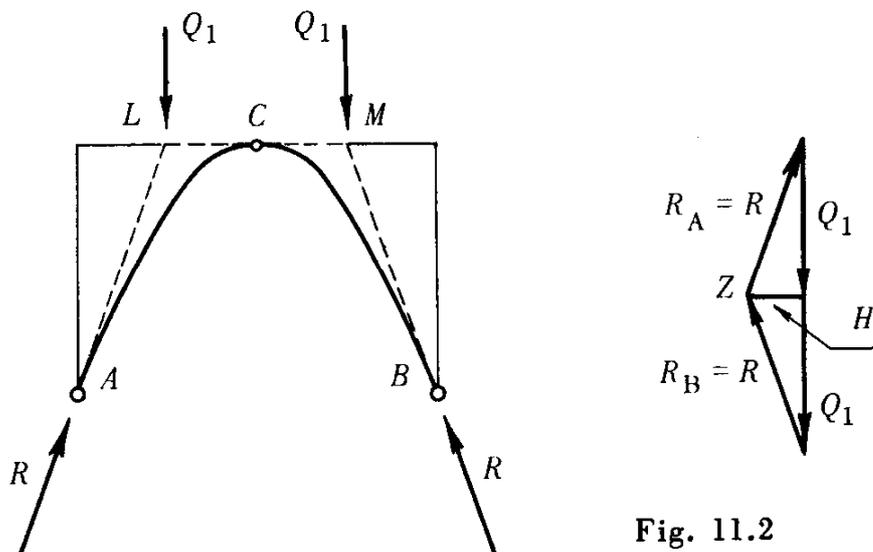


Fig. 11.2

Nella poligonale delle forze, il polo  $Z$  è l'intersezione delle reazioni, ottenute come proiettanti parallele ai lati  $AL$  e  $BM$ . La curva delle pressioni, infine, si ottiene inscrivendo nella trilatera  $ALMB$  l'arco di parabola ad essa tangente in  $A$ ,  $C$ ,  $B$ .

In definitiva, la curva delle pressioni consta:

a) delle rette d'azione delle reazioni (tangenti alla parabola nelle cerniere d'imposta) che forniscono l'azione interna per ogni sezione

dei piedritti;

b) dell'arco di parabola, che dà l'andamento dell'azione interna sul traverso.

### SOLUZIONE ANALITICA.

*CALCOLO DELLE REAZIONI VINCOLARI.* - Ciascuna metà della struttura è caricata dalla forza  $Q_1 = q \frac{l}{2}$ .

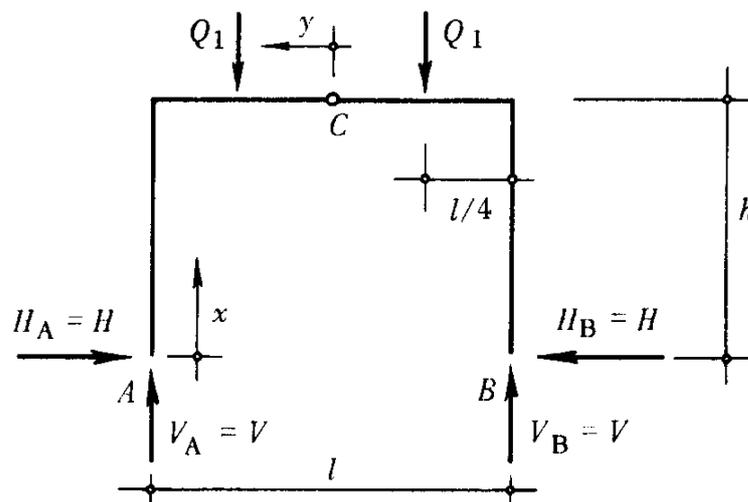


Fig. 11.3

La simmetria rende uguali ed equiverse le reazioni verticali. Ciascuna di esse vale, perciò, la metà del carico complessivo:

$$V_A = V_B = V = Q_1 = q \frac{l}{2}.$$

Le reazioni orizzontali, invece, sono uguali e opposte, e se ne determina il modulo annullando il momento flettente in C:

$$V \frac{l}{4} - H h = 0$$

$$H = \frac{q l^2}{8 h}.$$

*CALCOLO DELLE AZIONI INTERNE.* - Stante la simmetria del problema, ci si può limitare alla determinazione delle azioni interne per una sola metà della struttura.

Prima di passare al calcolo, però, conviene riconoscere alcune proprietà, dovute alla simmetria, inerenti alle azioni interne della sezione posta sull'asse mediano.

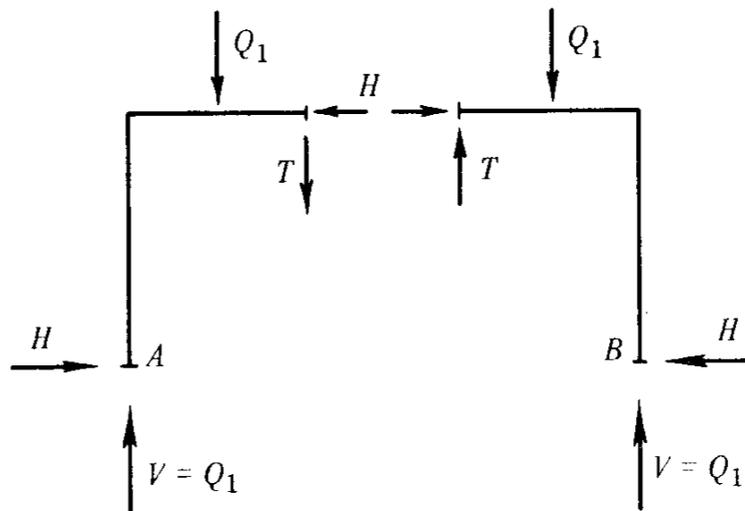


Fig. 11.4

Si può stabilire a priori che in  $C$  è nullo lo sforzo di taglio. Infatti, ciascuna delle due parti, ottenuta mediante uno svincolamento completo in  $C$ , è in equilibrio alla traslazione verticale sotto l'effetto del carico  $Q_1$  e della reazione  $V = Q_1$ . La presenza, in  $C$ , di un'azione mutua verticale  $T$  di intensità arbitraria turberebbe tale equilibrio.

Oppure, si può riconoscere che l'azione mutua verticale non rispetta le condizioni di simmetria del problema.

In definitiva, l'azione interna in  $C$  deve risultare normale all'asse di simmetria, cioè orizzontale. E poiché tale è la direzione locale dell'asse della trave, l'azione interna  $H$  coincide con lo sforzo assiale, ed il taglio è identicamente nullo.

Si noti che la simmetria permette che in  $C$  esista anche il momento flettente. Esso è, qui, nullo per la presenza della cerniera. Poiché sono già note le azioni interne in  $C$ , sceglieremo tale sezione come iniziale per il semitraverso.

**Sforzo assiale.**

1. *Tratto AD.* - È costante, di compressione, e vale la componente verticale della reazione d'imposta:

$$N(x) = -V = -q \frac{l}{2}.$$

2. *Tratto DC.* - È ancora costante, e dovuto alla spinta  $H$  che lo comprime:

$$N(y) = -H = -\frac{ql^2}{8h}.$$

**Sforzo di taglio.**

1. *Tratto AD.* - È costante, negativo, e vale la reazione orizzontale:

$$T(x) = -H = -\frac{ql^2}{8h}.$$

2. *Tratto DC.* - Varia linearmente, annullandosi sull'asse di simmetria:

$$T(y) = +q \cdot y.$$

**Momento flettente.**

1. *Tratto AD.* - Varia linearmente (il piedritto è privo di carichi) e tende le fibre esterne:

$$M(x) = H \cdot x.$$

2. *Tratto DC.* - Varia con legge parabolica, e tende le fibre all'estradosso (superiori):

$$M(y) = q \frac{y^2}{2}.$$

**OSSERVAZIONE.** - In corrispondenza dei nodi, in cui confluiscono i piedritti ed il traverso, lo sforzo assiale ed il taglio sono discontinui a causa della brusca variazione di direzione dell'asse geometrico. Di più, essendo le travi tra loro ortogonali, lo sforzo assiale dell'una di-

viene taglio dell'altra, e viceversa. Il momento flettente, invece, vi è continuo.

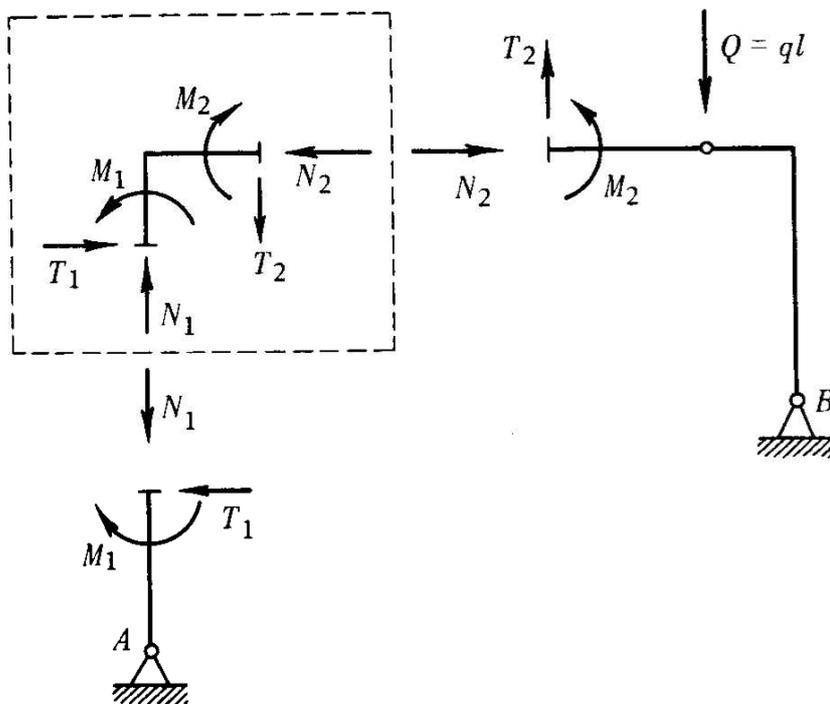


Fig. 11.5

Questi risultati possono mettersi in evidenza, per via meccanica, esprimendo l'equilibrio (fig. 11.5) di un elemento materiale nell'intorno del nodo, isolato dal resto del portale e caricato dalle reazioni mutue che si mettono in evidenza con i sezionamenti.

**Equilibrio alla traslazione orizzontale:**

$$|T_1| = |N_2|.$$

**Equilibrio alla traslazione verticale.** - Il carico verticale agente sulla porzione elementare di traverso ha risultante infinitesima, perciò trascurabile rispetto alle altre forze:

$$|N_1| = |T_2|.$$

**Equilibrio alla rotazione.** - I momenti delle forze assiali e taglianti sono infinitesimi, perciò trascurabili rispetto alle coppie flettenti (finite):

$$M_1 = M_2.$$

Il momento flettente risulta continuo anche in segno, nel senso che le fibre tese sono all'estradosso sia per il piedritto che per il traverso (naturalmente, nell'intorno del nodo).

DIAGRAMMI DELLE SOLLECITAZIONI. - Sono riportati nella fig. 11.6.

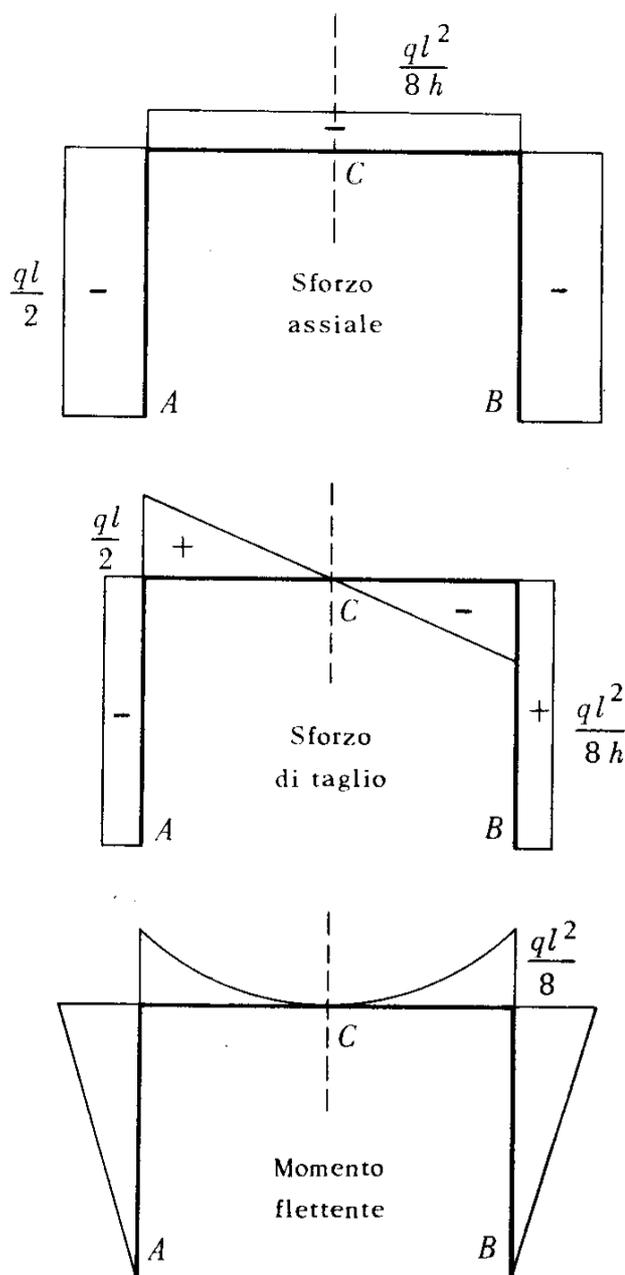


Fig. 11.6

\* \* \*

12. - Risolvere la struttura simmetrica indicata nella fig. 12.1.

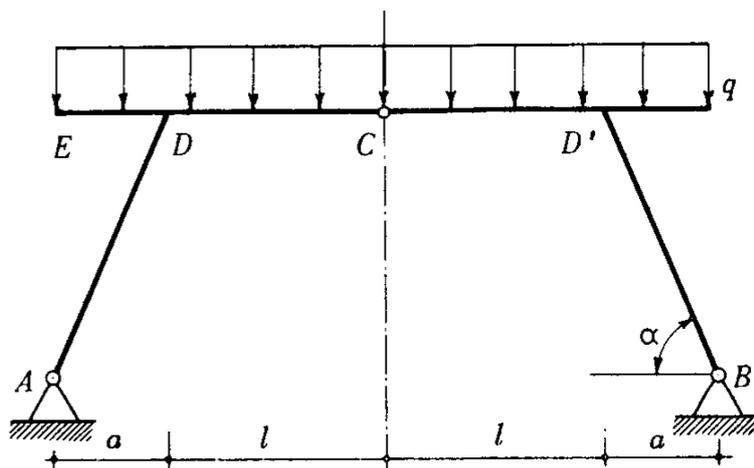


Fig. 12.1

La verticale passante per la cerniera interna  $C$  è asse di simmetria ortogonale per la struttura e per i carichi che la sollecitano.

Di conseguenza, anche le reazioni vincolari e le azioni interne dovranno rispettare tali condizioni di simmetria.

### SOLUZIONE ANALITICA.

*CALCOLO DELLE REAZIONI VINCOLARI.* - Poniamo, per brevità:

$$d = l + a$$

$$h = a \operatorname{tg} \alpha.$$

Il carico ha risultante (verticale):

$$Q = 2qd = 2q(l + a).$$

A ciascuna metà della struttura compete allora il carico esterno di risultante

$$\frac{Q}{2} = q(l+a).$$

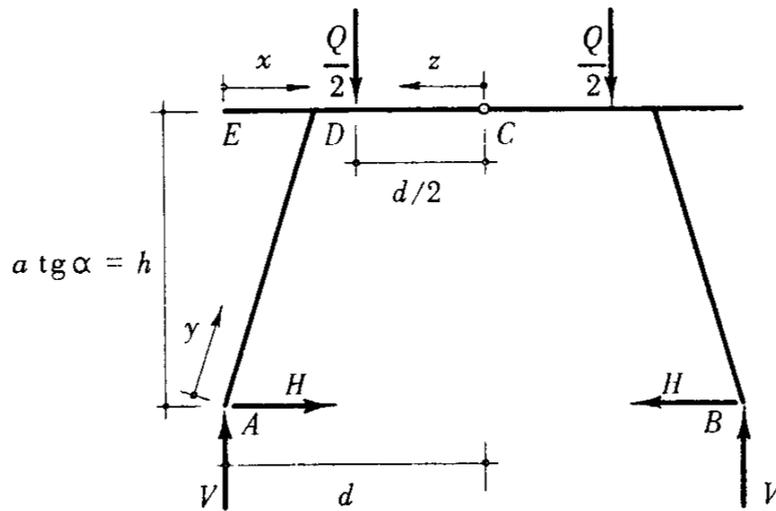


Fig. 12.2

Svincolando in  $A$  e  $B$  si mettono in evidenza le rispettive componenti di reazione: esse sono state prefissate in maniera da rispettare a priori le condizioni di simmetria. Le incognite sono solo due, cioè  $V$  e  $H$ . In ugual numero sono anche le equazioni di equilibrio disponibili.

**Equilibrio alla traslazione orizzontale.** - È identicamente soddisfatto.

**Equilibrio alla traslazione verticale:**

$$2V - Q = 0$$

$$V = \frac{Q}{2} = q(l+a).$$

**Equilibrio alla rotazione intorno ad un polo arbitrario.** - È identicamente soddisfatto.

**Equazione ausiliaria: momento flettente nullo in C.** - Operando indifferentemente con le forze che precedono o che seguono:

$$V d - H \cdot h - \frac{Q}{2} \frac{d}{2} = 0$$

da cui

$$H = \frac{Q d}{4 h} = q \frac{(l + a)^2}{2 a \operatorname{tg} \alpha}.$$

### CALCOLO DELLE AZIONI INTERNE.

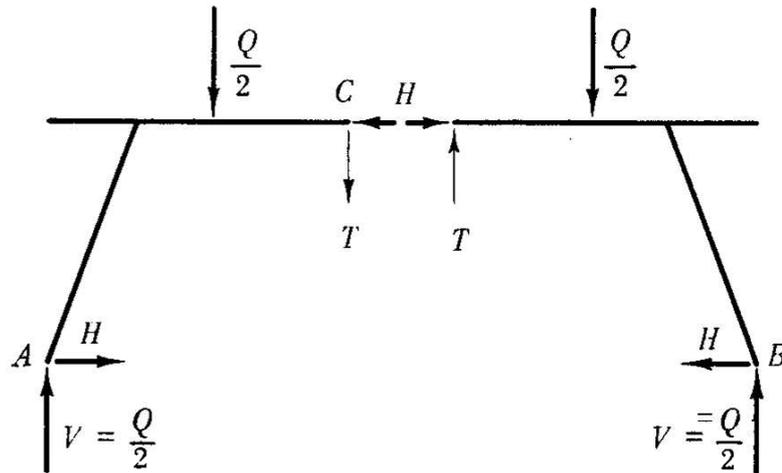


Fig. 12.3

#### Sforzo assiale.

1. *Tratto ED:*

$$N(x) = 0.$$

2. *Tratto AD:*

$$N(y) = -V \operatorname{sen} \alpha - H \cos \alpha = -q(l + a) \left( \operatorname{sen} \alpha + \frac{l + a}{2 a \operatorname{tg} \alpha} \cos \alpha \right).$$

3. *Tratto DC:*

$$N(z) = -H = -q \frac{(l + a)^2}{2 a \operatorname{tg} \alpha}.$$

**Sforzo di taglio.**1. *Tratto ED:*

$$T(x) = -qx.$$

2. *Tratto AD:*

$$T(y) = V \cos \alpha - H \sin \alpha = q \cos \alpha (l+a) \left(1 - \frac{l+a}{2a}\right).$$

3. *Tratto DC:*

$$T(z) = +qz.$$

**Momento flettente.**1. *Tratto ED:*

$$M(x) = q \frac{x^2}{2}.$$

Risultano tese le fibre superiori.

2. *Tratto AD:*

$$M(y) = (V \cos \alpha - H \sin \alpha) y = q \cos \alpha (l+a) \left(1 - \frac{l+a}{2a}\right) \cdot y.$$

Risultano tese le fibre esterne quando il momento è negativo.

3. *Tratto DC:*

$$M(z) = q \frac{z^2}{2}.$$

Risultano tese le fibre superiori.

**PRIMA OSSERVAZIONE.** - L'equilibrio del nodo *D* permette di porre in evidenza, per via meccanica, le relazioni tra le sollecitazioni che competono alle sezioni, ad esso adiacenti, delle tre membrature concorrenti.

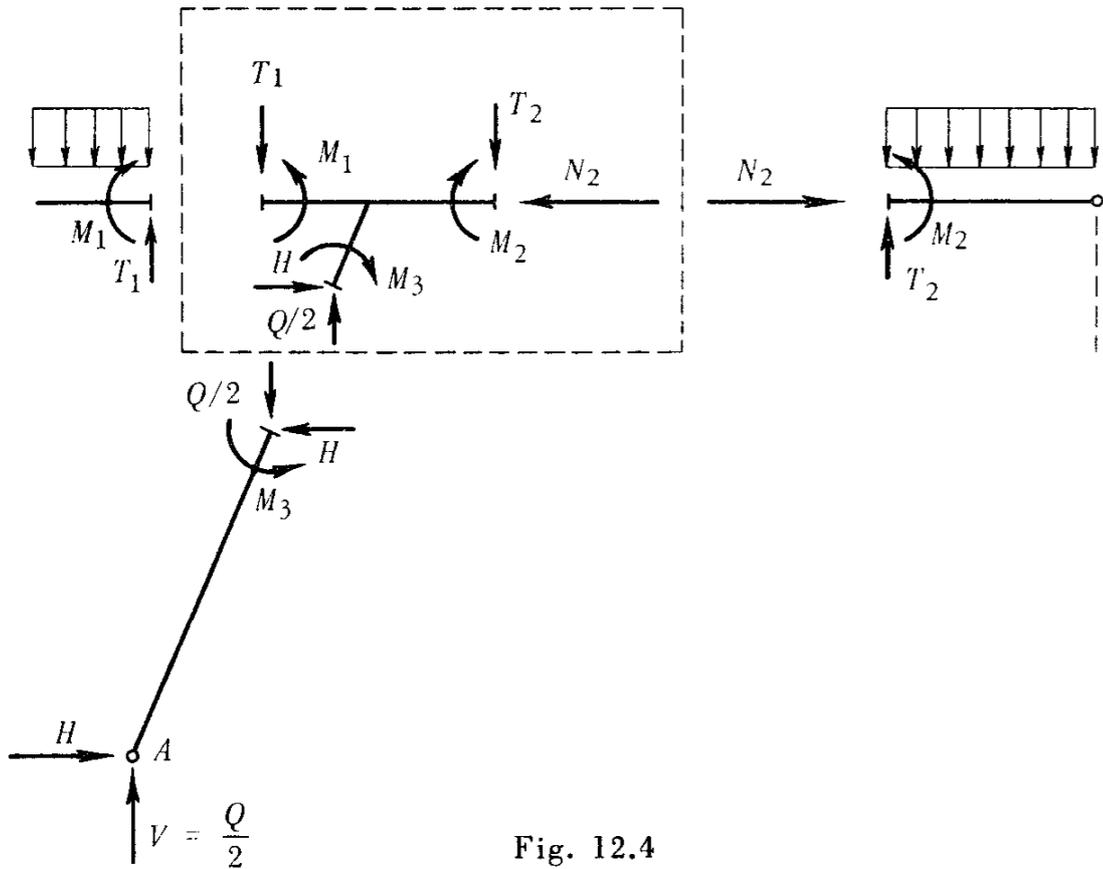


Fig. 12.4

**Equilibrio alla traslazione verticale:**

$$|T_1| + |T_2| - \frac{Q}{2} = 0; \quad |T_2| = \frac{Q}{2} - |T_1|$$

Sulla trave, lo sforzo tagliante è discontinuo per la presenza della reazione verticale trasmessa dal piedritto  $AD$ .

**Equilibrio alla traslazione orizzontale.** - Sullo sbalzo non vi è sforzo assiale, perciò:

$$|N_2| = H.$$

Lo sforzo assiale sul traverso è discontinuo, a causa dell'azione orizzontale del piedritto.

**Equilibrio alla rotazione.** - Sussiste, tra i moduli delle coppie flettenti, la relazione:

$$|M_1| - |M_2| = |M_3|.$$

La presenza dello sbalzo induce, in corrispondenza del nodo, una discontinuità nel momento flettente sul traverso.

*SECONDA OSSERVAZIONE.* - Tutti i ragionamenti precedenti conducono alla conclusione che, ai fini del calcolo delle azioni interne del portale, si possono sopprimere gli sbalzi, sostituendogli però le azioni che essi applicano ai nodi  $D$  e  $D'$ .

Esse sono:

- il taglio  $T_1 = q \cdot a$ , coincidente col carico totale agente su ciascuno sbalzo;

- il momento flettente  $M_1 = q \frac{a^2}{2}$ , cioè il momento di trasporto di detto carico sul nodo.

*CASO NUMERICO.* - I valori delle reazioni e l'andamento delle azioni interne dipendono dai rapporti tra le dimensioni della struttura. Riporteremo i diagrammi delle azioni interne per un caso particolare.

Si ponga:

$$\begin{aligned} a &= 1,00 \text{ m;} \\ l &= 2,50 \text{ m;} \\ h &= 3,00 \text{ m;} \\ \text{tg } \alpha &= 3,00; \\ q &= 3,00 \text{ t/m.} \end{aligned}$$

Si ottiene:

$$\text{sen } \alpha = 0,950; \quad \text{cos } \alpha = 0,317;$$

$$Q = 21,00 \text{ t;} \\ V = 10,50 \text{ t;} \\ H = 6,12 \text{ t.}$$

In base a questi valori delle reazioni sono state determinate le leggi di variazione delle azioni interne.

Nella fig. 12.5 se ne riportano i diagrammi, insieme ai valori numerici relativi alle sezioni più importanti.

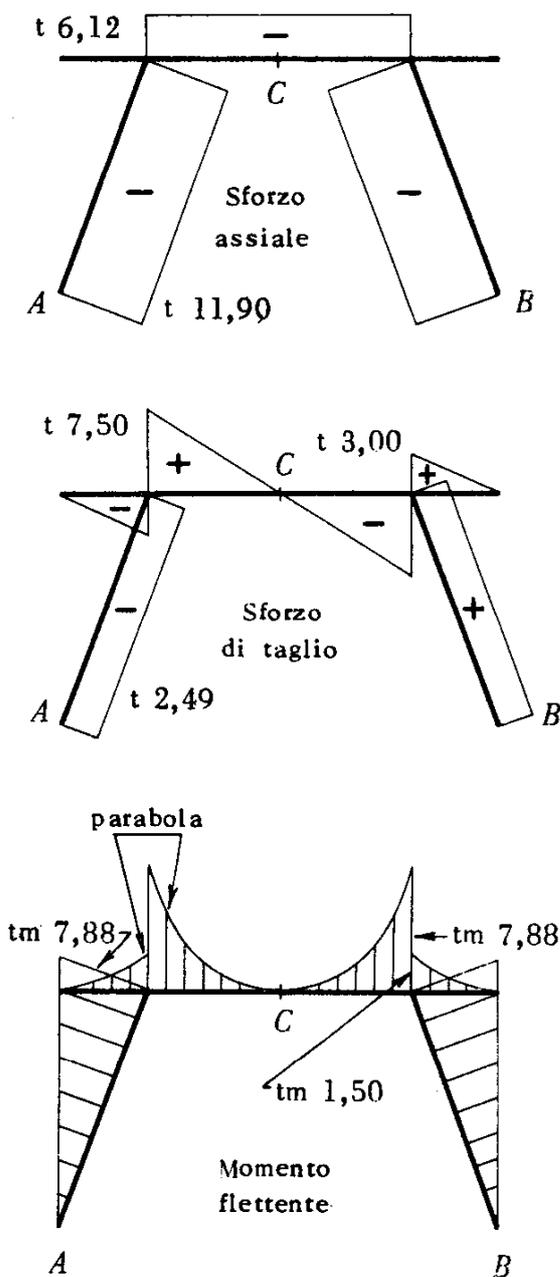


Fig. 12.5

### SOLUZIONE GRAFICA. LA CURVA DELLE PRESSIONI.

Il tracciamento della curva delle pressioni merita qualche attenzione, per la presenza degli sbalzi che introducono discontinuità nei nodi  $D$  e  $D'$ .

Innanzitutto, le reazioni si ottengono tracciando il poligono che, passando per le tre cerniere, connette le due risultanti parziali, ciascuna di modulo  $Q/2$ .

Per la simmetria del problema, l'azione interna di  $C$  non deve avere componente tagliante. Cioè, il lato intermedio della trilatera che collega le forze  $Q/2$  è orizzontale. Il polo  $Z$  è allora univocamente definito.

Negli sbalzi, la curva delle pressioni degenera in un fascio di rette verticali: ciascuna sezione è preceduta da carichi verticali, che hanno risultante pure verticale.

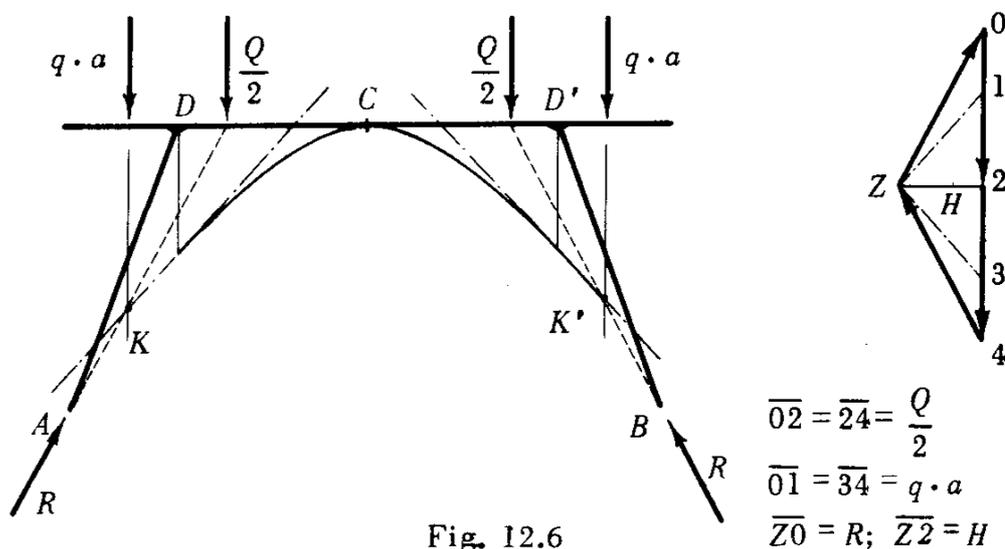
Nei piedritti, l'azione interna coincide con la reazione totale della cerniera.

Nel traverso (tra i nodi  $D$  e  $D'$ ) la curva è formata da un arco di parabola (il carico è uniforme) il cui vertice è nella cerniera  $C$ , in cui si annullano taglio e momento flettente.

All'estremo sinistro, l'arco è tangente alla retta su cui agisce la risultante delle forze che precedono  $D$ , cioè la reazione di  $A$  e il carico applicato allo sbalzo. Tale risultante contiene l'intersezione  $K$  di dette forze, ed il suo modulo è deducibile dalla poligonale delle forze.

Il punto di tangenza appartiene anche al primo carico elementare del tratto  $DD'$ , è quindi posto sulla verticale di  $D$ .

Come è facile verificare, la curva così ottenuta è quella del portale  $ADD'B$  privato degli sbalzi e coi nodi caricati dalle forze  $q \cdot a$  e dalle coppie di trasporto  $q \cdot \frac{a^2}{2}$ : queste rappresentano l'azione meccanica degli sbalzi sul portale.



*OSSERVAZIONE.* - La parabola, che rappresenta la curva delle pressioni dell'architrave, passa, con i suoi prolungamenti, per le cerniere  $A$  e  $C$ .

Così completata, essa rappresenta la curva delle pressioni per il portale di ugual luce e carichi, ma con i piedritti verticali <sup>(1)</sup>. Questo ultimo ha, infatti, le stesse reazioni del portale primitivo: la diversa forma della struttura non influisce sulle reazioni, bensì sull'andamento delle azioni interne, e quindi sulla curva delle pressioni.

\* \* \*

### 13. - Risolvere la struttura indicata in fig. 13.1.

L'arco è simmetrico, per geometria e condizioni di vincolo, rispetto al raggio verticale. Questo è inoltre asse di antisimmetria per i carichi: reazioni ed azioni interne avranno andamento antisimmetrico.

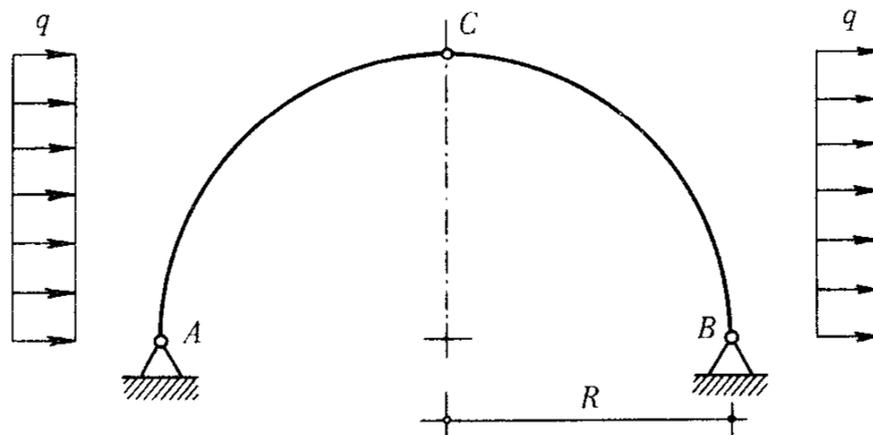


Fig. 13.1

<sup>(1)</sup> Vedi l'esercizio 11.

**SOLUZIONE ANALITICA.**

**CALCOLO DELLE REAZIONI.** - Ciascuna delle due stese di carico ha risultante orizzontale, posta a metà altezza dell'arco; il suo modulo risulta:

$$Q = q \cdot R.$$

Le componenti di reazione, messe in evidenza dallo svincolamento, rispettano a priori l'antisimmetria del problema (fig. 13.2).

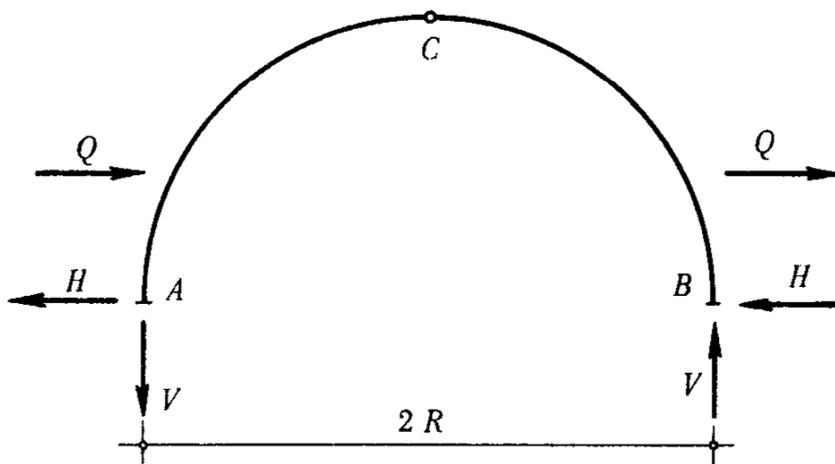


Fig. 13.2

**Equilibrio alla traslazione orizzontale :**

$$2H - 2Q = 0$$

$$H = Q = qR.$$

**Equilibrio alla traslazione verticale.** - È identicamente soddisfatto, per il rispetto dell'antisimmetria.

**Equilibrio generale alla rotazione :**

$$2Q \frac{R}{2} - V 2R = 0$$

$$V = \frac{Q}{2} = q \frac{R}{2}.$$

Come si vede, per calcolare le reazioni non è necessario ricorrere all'equazione ausiliaria. Come si può facilmente controllare, essa è identicamente soddisfatta, sempre per l'antisimmetria del problema, che porta ad esser naturalmente nullo il momento flettente in  $C$ .

**CALCOLO DELLE AZIONI INTERNE.** - Lo svincolamento della struttura in  $A$ ,  $B$ ,  $C$  permette di riconoscere le proprietà, derivanti dall'antisimmetria, dell'azione interna relativa alla sezione sull'asse mediano.

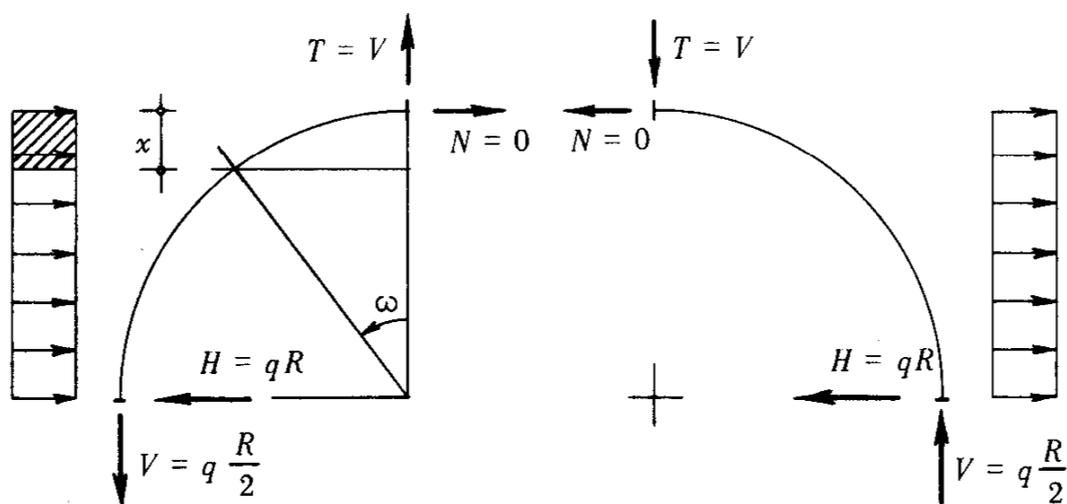


Fig. 13.3

Ciascuna metà della struttura è equilibrata alla traslazione orizzontale sotto l'azione di  $Q = qR$  e di  $H = qR$ . Ciò comporta l'annullarsi dello sforzo assiale in  $C$ .

Oppure, si può dire che lo sforzo assiale, in quanto componente simmetrica, non rispetta, al contrario del taglio, l'antisimmetria del problema.

Analogo ragionamento può farsi per il momento flettente: esso è nullo in  $C$ , anche se non vi è cerniera. È questa la ragione per cui l'equazione ausiliaria è un'identità.

In altre parole, l'arco a due cerniere, ottenuto eliminando quella interna (in  $C$ ), è staticamente determinato, pur se iperstatico.

**Sforzo assiale.** - Posta l'origine delle anomalie di un riferimento polare sulla verticale mediana, si ottiene facilmente:

$$N(\omega) = +T \operatorname{sen} \omega + q \cdot x \cdot \cos \omega$$

e ricordando che  $x = R(1 - \cos \omega)$ :

$$N(\omega) = qR \left( \frac{\operatorname{sen} \omega}{2} + \cos \omega - \cos^2 \omega \right)$$

### Sforzo di taglio

$$\begin{aligned} T(\omega) &= -T \cdot \cos \omega + qx \cdot \operatorname{sen} \omega = \\ &= qR \left( \operatorname{sen} \omega - \frac{\cos \omega}{2} - \operatorname{sen} \omega \cdot \cos \omega \right) \end{aligned}$$

### Momento flettente

$$\begin{aligned} M(\omega) &= T \cdot R \operatorname{sen} \omega - q \frac{x^2}{2} = \\ &= q \frac{R^2}{2} (-1 + \operatorname{sen} \omega + 2 \cos \omega - \cos^2 \omega) \end{aligned}$$

Su tutto il semiarco di sinistra sono tese le fibre all'intradosso.

**OSSERVAZIONE.** - Si è riconosciuto (v. anche l'es. 11) che lo sforzo di taglio ha andamento antisimmetrico per le strutture con carico simmetrico, e simmetrico per carico antisimmetrico; il contrario accade per lo sforzo assiale ed il momento flettente. Spesso si suole mettere in evidenza questo comportamento chiamando lo sforzo di taglio caratteristica *dispari*, il momento e lo sforzo assiale caratteristiche *pari*.

## SOLUZIONE GRAFICA: LA CURVA DELLE PRESSIONI.

Ciascuna metà della curva delle pressioni deve soddisfare alle seguenti condizioni:

- è formata da un arco di parabola, poiché deriva da un carico parallelo uniforme;

- passa per la cerniera esterna, ed è ivi tangente alla rispettiva reazione;
- passa per la cerniera interna, ed ha ivi tangente verticale (è nullo lo sforzo assiale).

L'intersezione di  $Q$  con la verticale per  $C$  dà l'ulteriore punto di passaggio di ciascuna reazione esterna. Determinata la trilatera fondamentale (curva delle pressioni per l'arco caricato dalle due forze  $Q$ ), in essa risultano inscritti i due archi di parabola.

In due sezioni come  $S$  e  $S'$ , simmetriche rispetto alla verticale per  $C$ , le azioni interne differiscono solo per il verso, conservando lo stesso modulo e retta d'azione simmetrica.

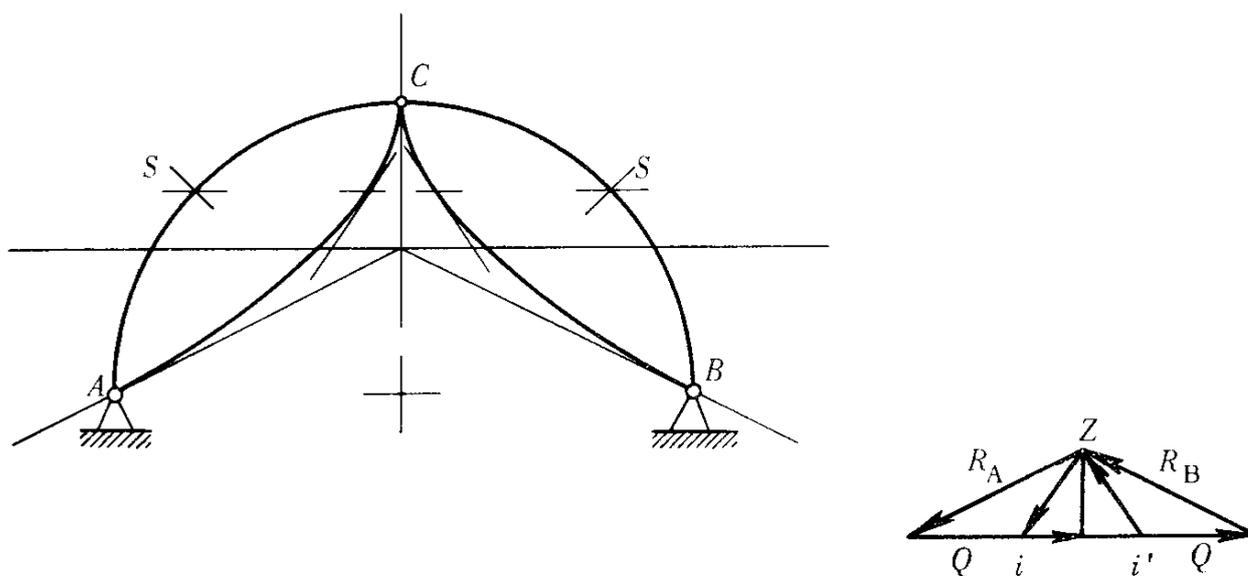


Fig. 13.4

L'azione interna in  $S$  (azione del tratto  $AS$  su quello seguente) è rappresentata, nella poligonale delle forze, dal vettore  $\overline{Zi}$ ; quella in  $S'$  (azione del tratto  $BS'$  sul precedente), dal vettore  $\overline{i'Z}$ .

Si conclude che la curva delle pressioni è formata di due rami geometricamente simmetrici. L'antisimmetria è assicurata dal cambiamento di verso dell'azione interna corrente.

\* \* \*

14. - Determinare le leggi di variazione delle azioni interne in un arco semicircolare a tre cerniere con carico idrostatico.

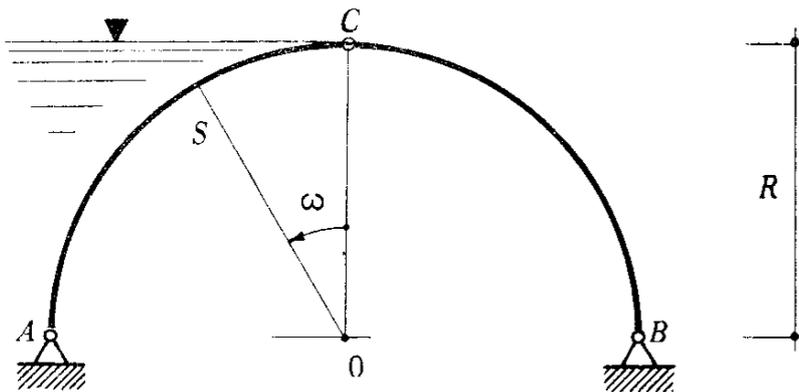


Fig. 14.1

Il semiarco di sinistra sostiene la spinta di una massa d'acqua avente il pelo libero alla quota della cerniera interna  $C$ . Il carico specifico che l'acqua applica alla struttura ha direzione normale al generico elemento di arco, e modulo proporzionale alla sua profondità.

Con il riferimento polare di fig. 14.1, se  $\gamma$  è il peso specifico dell'acqua, detto modulo vale:

$$p = \gamma R (1 - \cos \omega) \quad (0 \leq \omega \leq \frac{\pi}{2})$$

Il semiarco di destra è ovviamente scarico.

## SOLUZIONE ANALITICA.

*CALCOLO DELLE REAZIONI VINCOLARI.* - Le reazioni possono essere determinate semplicemente in funzione della risultante del carico esterno. Le sue componenti orizzontale e verticale si ottengono subito ricordando alcuni risultati dell'idrostatica (ma vedi anche l'esercizio 4).

La componente orizzontale  $H$  è uguale alla spinta che, attraverso il piano verticale per la cerniera  $A$ , si trasmettono le due masse d'acqua ai suoi lati.

La pressione varia linearmente con la profondità sotto il pelo libero. Il suo massimo è alla profondità della cerniera, e vale  $\gamma R$ .

La risultante del triangolo delle pressioni è

$$H = \frac{1}{2} \gamma R^2$$

è volta verso destra (azione dell'acqua sull'arco) ed ha la retta d'azione posta alla distanza verticale  $R/3$  dal centro.

La componente verticale  $Q$  è invece uguale al peso del prisma liquido compreso tra il suddetto piano verticale e l'arco.

Il suo volume si ottiene calcolandone l'area di base come differenza tra quella del quadrato di lato  $R$  e quella del quarto di cerchio di ugual raggio:

$$Q = \gamma R^2 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) \cong 0,216 \gamma R^2$$

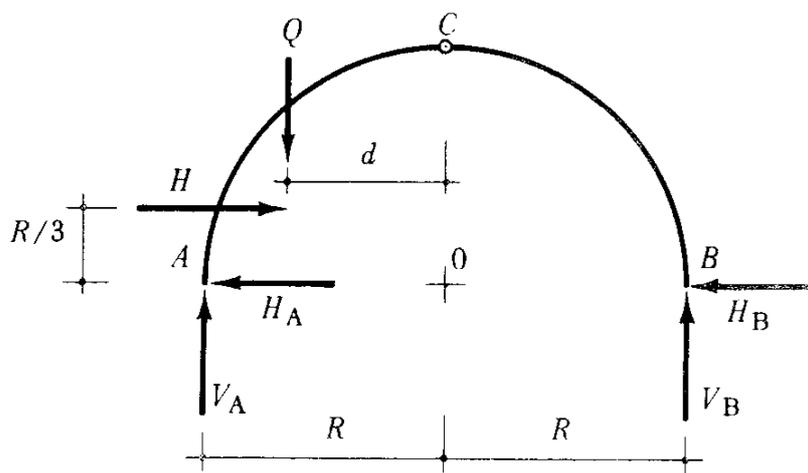


Fig. 14.2

Essa è applicata al baricentro del prisma, cioè alla distanza orizzontale dal centro:

$$d = \frac{2R}{3(4 - \pi)} \cong 0,777 R.$$

A questo punto si possono calcolare le reazioni, per le quali si sono prefissati i versi della fig. 14.2.

**Equilibrio alla rotazione intorno al centro  $O$ .**

Come già detto, il carico idrostatico è radiale: il suo momento risultante è nullo rispetto al centro. Per questo passano anche le spinte delle cerniere esterne. Allora:

$$V_A \cdot R - V_B \cdot R = 0$$

$$V_A = V_B = V.$$

**Equilibrio alla traslazione verticale.**

$$2V - Q = 0$$

$$V = \frac{Q}{2} = \gamma \frac{R^2}{2} \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$$

**Equazione ausiliaria: momento flettente nullo in  $C$ .** - Operando con le forze alla destra:

$$H_B \cdot R - V \cdot R = 0$$

$$H_B = V = \gamma \frac{R^2}{2} \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$$

**Equilibrio alla traslazione orizzontale.**

$$H_A + H_B - H = 0$$

$$H_A = H - H_B = \gamma \pi \frac{R^2}{8}$$

**CALCOLO DELLE AZIONI INTERNE.** - Per il calcolo delle azioni interne si può scegliere come iniziale una qualsiasi sezione: basta conoscere l'azione interna che le compete.

Nel tratto  $BC$  calcoleremo a partire dalla sezione  $B$ : di essa sono già note le reazioni, coincidenti ovviamente con le azioni interne.

Per il tratto  $CA$ , invece, sceglieremo come iniziale la sezione  $C$ : le sue azioni interne, com'è evidente, coincidono ancora con  $H_B$  (sforzo assiale) e  $V$  (sforzo di taglio). Il momento flettente è, naturalmente, nullo.

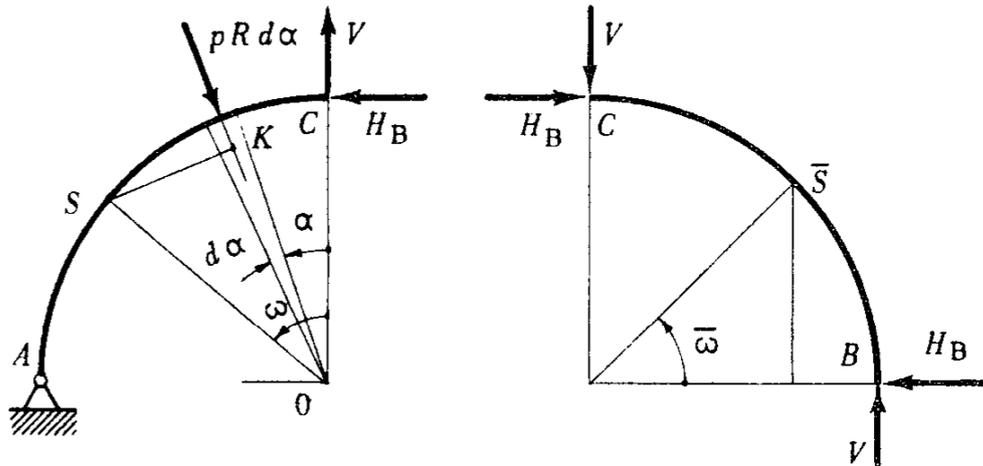


Fig. 14.3

### Sforzo assiale.

1. *Tratto CB.* - Per ciascuna sezione  $\bar{S}$  l'azione interna totale è costante ed uguale alla risultante di  $V$  e  $H_B$ .

La continua variazione della giacitura della sezione corrente fa sì che varino anche le componenti dell'azione interna.

$$N(\omega) = -V \cos \bar{\omega} - H_B \sin \bar{\omega} = -\gamma \frac{R^2}{2} \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) (\sin \bar{\omega} + \cos \bar{\omega}).$$

Entrambi i termini risultano negativi perché sia  $H_B$  che  $V$  comprimono il materiale nell'intorno della sezione corrente.

2. *Tratto CA.* - Lo sforzo assiale è variabile non solo per la curvatura della trave, ma anche per la presenza del carico esterno che precede la sezione corrente. Di quest'ultimo non è immediato determinare modulo e retta d'azione della risultante: conviene allora procedere per componenti elementari.

Scelto un riferimento ausiliario  $\alpha$  ( $0 \leq \alpha \leq \omega$ ), la forza elementare, applicata al tronco compreso tra le ascisse  $\alpha$  e  $\alpha + d\alpha$ , ha modulo:

$$df = p \cdot ds = p R d\alpha.$$

La sua direzione è radiale; il suo contributo allo sforzo assiale si ottiene proiettandola sulla tangente, in  $S$ , all'arco.

$$dN(\omega) = p \cdot ds \cdot \text{sen}(\omega - \alpha) = \gamma R^2 (1 - \cos \alpha) \text{sen}(\omega - \alpha) d\alpha.$$

Ciascuna forza elementare comprime il materiale nell'intorno di  $S$ . Infine:

$$\begin{aligned} N(\omega) &= -\int_0^\omega \gamma R^2 (1 - \cos \alpha) \text{sen}(\omega - \alpha) d\alpha - H_B \cos \omega + V \text{sen} \omega = \\ &= -\gamma R^2 \left(1 - \cos \omega - \frac{\omega}{2} \text{sen} \omega\right) - H_B \cos \omega + V \text{sen} \omega = \\ &= -\gamma R^2 \left[1 - \frac{\text{sen} \omega}{2} \left(\omega + 1 - \frac{\pi}{4}\right) - \frac{\cos \omega}{2} \left(1 + \frac{\pi}{4}\right)\right]. \end{aligned}$$

### Sforzo di taglio.

1. *Tratto BC.* - Si ottiene subito:

$$T(\bar{\omega}) = H_B \cos \bar{\omega} - V \text{sen} \bar{\omega} = \gamma \frac{R^2}{2} \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) (\cos \bar{\omega} - \text{sen} \bar{\omega})$$

2. *Tratto CA.* - Il carico elementare ha, sul piano della sezione corrente, proiezione di modulo:

$$dT(\omega) = \gamma R^2 (1 - \cos \alpha) \cos(\omega - \alpha) d\alpha.$$

Il taglio totale dovuto al carico esterno è, in  $S$ :

$$T_q(\omega) = +\int_0^\omega \gamma R^2 (1 - \cos \alpha) \cos(\omega - \alpha) d\alpha = \gamma \frac{R^2}{2} (\text{sen} \omega - \cos \omega).$$

In totale:

$$T(\omega) = T_q(\omega) - H_B \operatorname{sen} \omega - V \cos \omega =$$

$$= +\gamma \frac{R^2}{2} \left[ \frac{\pi}{4} \operatorname{sen} \omega - \left( \omega + 1 - \frac{\pi}{4} \right) \cos \omega \right].$$

**Momento flettente.**

1. *Tratto BC.*

$$M(\bar{\omega}) = H_B R \operatorname{sen} \bar{\omega} - V \cdot R(1 - \cos \bar{\omega}) =$$

$$= \gamma \frac{R^3}{2} \left( 1 - \frac{\pi}{4} \right) (\operatorname{sen} \bar{\omega} + \cos \bar{\omega} - 1).$$

Poiché  $\operatorname{sen} \bar{\omega} + \cos \bar{\omega} - 1 \geq 0$ , prevale l'effetto di  $H_B$ . Le fibre tese sono quelle esterne lungo tutto il semiarco.

2. *Tratto CA.* - Il momento flettente elementare in  $S$ , imputabile alla forza  $df$ , ha il valore:

$$dM(\omega) = df \cdot \overline{KS} = pR d\alpha R \operatorname{sen}(\omega - \alpha).$$

In totale:

$$M(\omega) = -\int_0^\omega \gamma R^3 (1 - \cos \alpha) \operatorname{sen}(\omega - \alpha) d\alpha + H_B R(1 - \cos \omega) + V \cdot R \operatorname{sen} \omega =$$

$$= \gamma \frac{R^3}{2} \left[ \left( 1 + \frac{\pi}{4} \right) (\cos \omega - 1) + \left( \omega + 1 - \frac{\pi}{4} \right) \operatorname{sen} \omega \right].$$

Quando  $M(\omega)$  è positivo, sono tese le fibre interne

**OSSERVAZIONE.** - In questo esercizio non eseguiamo la ricerca della curva delle pressioni, lasciando tale compito al lettore. Ad ogni modo, un problema simile sarà completamente risolto nell'esercizio 20.

\* \* \*

15. - Determinare le azioni interne nel portale di fig. 15.1, con un carico sinusoidale sul piedritto sinistro.

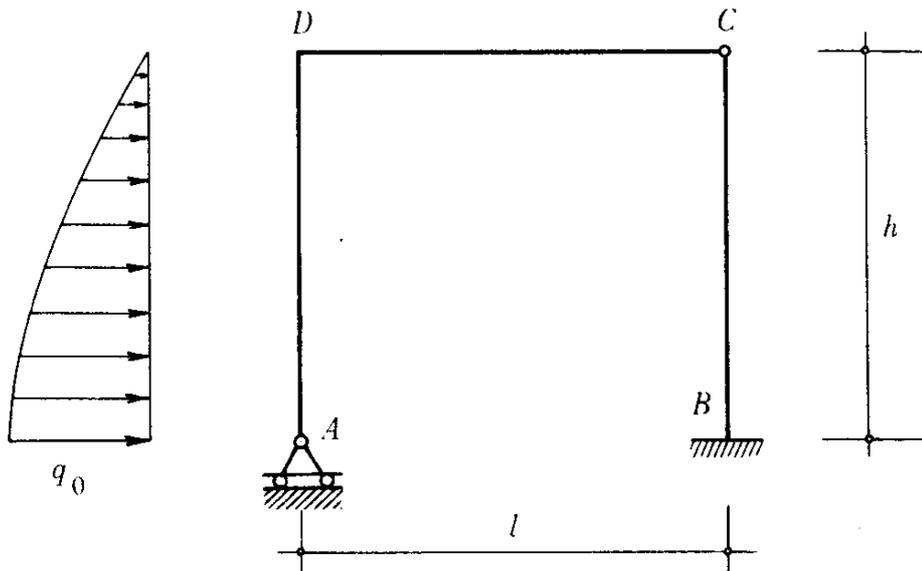


Fig. 15.1

Sul piedritto  $AD$  del portale sia ripartito un carico orizzontale, avente diagramma in forma di quarto d'onda di senoide, e con ordinata massima di modulo  $q_0$ . La sua legge di variazione può esprimersi mediante le seguenti considerazioni. Scelto un riferimento verticale  $x$ , con origine in  $A$  ed orientato verso l'alto, deve risultare:

$$q(0) = q_0 \quad \text{e} \quad q(h) = 0.$$

L'ordinata corrente di carico può allora porsi sotto la forma:

$$q(x) = q_0 \cdot \cos \omega x.$$

La costante  $\omega$  è da determinarsi in maniera che risulti:

$$q(h) = 0$$

cioè:

$$q_0 \cdot \cos \omega h = 0.$$

Ciò si verifica solo se

$$\omega h = \frac{\pi}{2} \quad \text{ovvero} \quad \omega = \frac{\pi}{2h} .$$

In definitiva:

$$q(x) = q_0 \cos \frac{\pi x}{2h} .$$

## SOLUZIONE ANALITICA.

*CALCOLO DELLE REAZIONI VINCOLARI.* - Togliendo l'appoggio in  $A$ , se ne mette in evidenza la reazione. Essa è determinata annullando il momento flettente, valutato con le forze alla sinistra, nella cerniera interna  $C$ .

La forza esterna elementare applicata al piedritto  $AD$  è orizzontale, ed ha il modulo:

$$q(x) dx = q_0 \cos \frac{\pi x}{2h} dx$$

ed il suo momento rispetto alla cerniera  $C$ :

$$dM = q(x) dx (h - x) = q_0 \cos \frac{\pi x}{2h} (h - x) dx .$$

Annullando il momento flettente in  $C$  si ha:

$$V_A l - \int_0^h q_0 \cos \frac{\pi x}{2h} (h - x) dx = 0$$

$$V_A = \frac{4q_0 h^2}{\pi^2 l}$$

Nota la  $V_A$ , le reazioni dell'incastro si otterrebbero subito svincolando anche la sezione  $B$  ed equilibrando l'intera struttura. La loro conoscenza non è però indispensabile per calcolare le azioni interne.

**CALCOLO DELLE AZIONI INTERNE.** - La conoscenza della reazione esterna in  $A$  permette di calcolare le azioni interne, operando in ogni tratto con le forze che precedono.

### Sforzo assiale.

1. *Tratto AD.* - Ogni sezione del piedritto è preceduta dalla sola forza assiale  $V_A$ .

Il carico esterno è orizzontale, perciò non dà alcun contributo.

$$N(x) = -V_A = \frac{4q_0 h^2}{\pi^2 l}$$

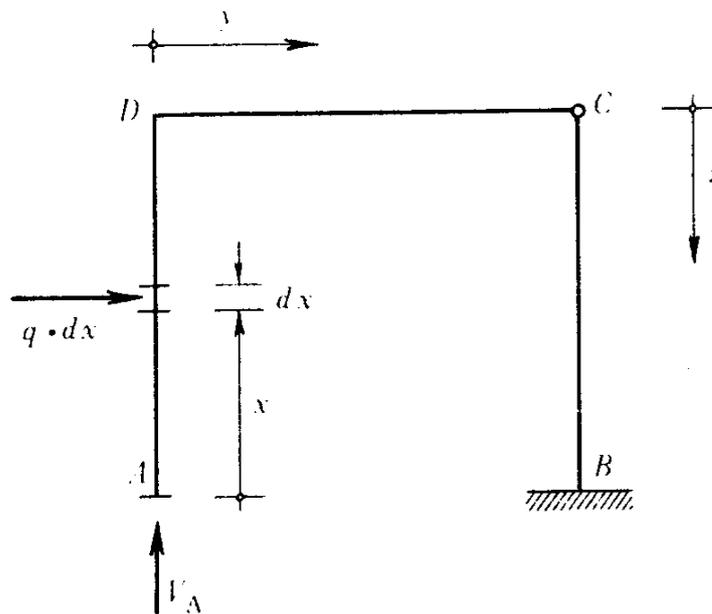


Fig. 15.2

2. *Tratto DC.* - Alla sinistra della sezione corrente le forze assiali si riducono al carico esterno, che ha risultante:

$$Q = \int_0^h q(x) dx = \int_0^h q_0 \cos \frac{\pi x}{2h} dx = \frac{2h}{\pi} q_0$$

Lo sforzo assiale è di compressione:

$$N(y) = -Q = -\frac{2h}{\pi} q_0$$

3. *Tratto CB.* - Alla sinistra vi è la sola forza verticale  $V_A$  :

$$N(z) = +V_A = +\frac{4q_0 h^2}{\pi^2 l}$$

### Sforzo di taglio.

1. *Tratto AD.* - Le uniche forze che producono taglio sono i carichi esterni. Operando con le forze precedenti:

$$T(x) = -\int_0^x q(x) dx = -\frac{2h}{\pi} q_0 \operatorname{sen} \frac{\pi x}{2h}$$

Esso raggiunge un massimo in sommità del piedritto, ove:

$$T(h) = -Q = -\frac{2h}{\pi} q_0$$

2. *Tratto DC.* - Ciascuna sezione del traverso è preceduta (o seguita) dalla sola forza verticale  $V_A$ . Il taglio è costante e positivo:

$$T(y) = +V_A = +\frac{4q_0 h^2}{\pi^2 l}$$

3. *Tratto CB.* - L'assenza di carichi rende il taglio costante.

$$T(z) = +Q = +\frac{2h}{\pi} q_0$$

**Momento flettente.**

1. *Tratto AD.* - Qui, il procedimento più breve è quello di integrare la legge di variazione del taglio.

$$\begin{aligned} M(x) &= \int T(x) dx = \int \frac{2h}{\pi} q_0 \operatorname{sen} \frac{\pi x}{2h} dx = \\ &= -\frac{4h^2}{\pi^2} q_0 \cos \frac{\pi x}{2h} + C \end{aligned}$$

Con la condizione

$$M(0) = 0$$

si trova

$$C = \frac{4h^2}{\pi^2} q_0$$

e perciò

$$M(x) = \frac{4h^2}{\pi^2} q_0 \left(1 - \cos \frac{\pi x}{2h}\right).$$

Le fibre tese sono quelle esterne (a sinistra). In sommità, il momento raggiunge un massimo:

$$M(h) = \frac{4q_0h^2}{\pi^2}$$

che è, anche, il momento della risultante  $Q$ .

2. *Tratto DC.* - Operando con le forze alla sinistra:

$$M(y) = + \frac{4q_0h^2}{\pi^2} - V \cdot y = \frac{4q_0h^2}{\pi^2} \left(\frac{1}{l} - y\right).$$

Come è logico, esso si annulla in  $C$ . Le fibre tese sono quelle dell'estradosso.

3. *Tratto CB.* - L'assenza di carichi distribuiti fa sì che il momento vari linearmente. Il taglio, in sommità, vale  $Q$ , e perciò:

$$M(z) = Q z = \frac{2h}{\pi} q_0 \cdot z.$$

Le fibre tese sono quelle all'interno.

*OSSERVAZIONE.* - Le leggi di variazione delle azioni interne forniscono anche i valori delle componenti della reazione d'incastro.

$$V_B = N(z=h) = +V_A \quad (\text{ha verso opposto a } V_A)$$

$$T_B = T(z=h) = +Q \quad (\text{è volta verso sinistra})$$

$$M_B = M(z=h) = Q \cdot h \quad (\text{ha il senso antiorario}).$$

## LA CURVA DELLE PRESSIONI.

Innanzitutto, è opportuno determinare le reazioni vincolari a partire dalla risultante del carico  $Q$ . Essa ha il modulo

$$Q = \frac{2h}{\pi} q_0;$$

la sua retta d'azione ha distanza  $d$  dal traverso calcolabile uguagliandone il momento a quello risultante del carico:

$$Q d = M(h) \quad \text{ovvero} \quad \frac{2h}{\pi} q_0 \cdot \frac{4q_0 h^2}{\pi^2}; \quad d = \frac{2h}{\pi}$$

La retta d'azione di  $V_A$  è nota; essa interseca in  $K$  la risultante del carico. La reazione dell'incastro ha, allora, come retta d'azione la congiungente  $KC$ .

I moduli delle reazioni si deducono poi dalla poligonale delle forze.

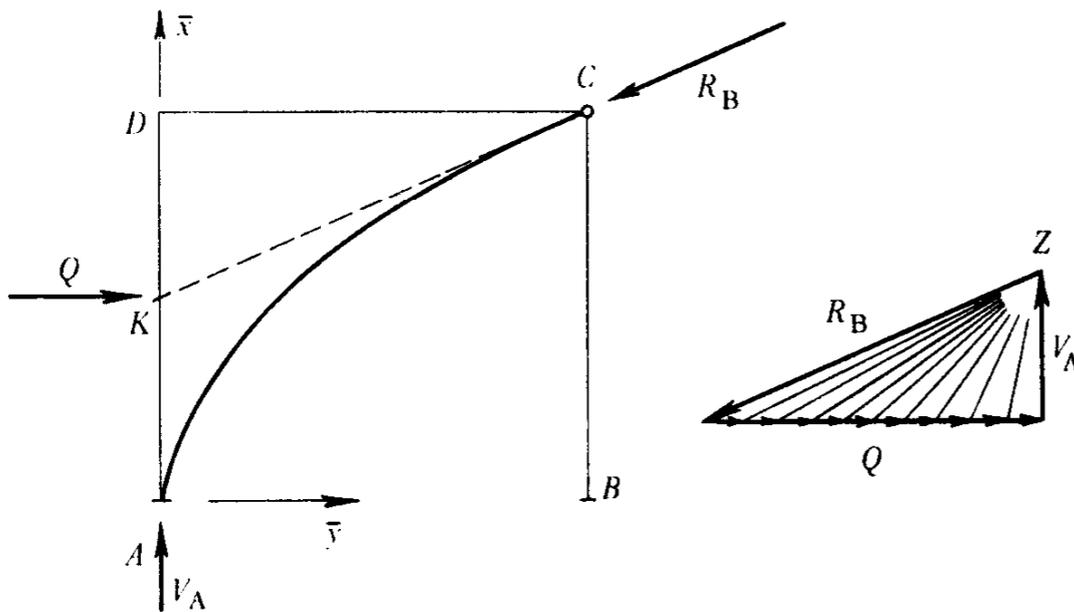


Fig. 15.3

Per il tratto  $BCD$ , l'azione interna (e perciò la curva delle pressioni) coincide con la reazione totale dell'incastro  $B$ .

Per il ritto  $AD$ , occorre prendere in considerazione il carico, che dà origine ad una funicolare di forma sinusoidale. Essa è tangente in  $A$  e  $C$  alle reazioni vincolari, poiché per detti punti passano i carichi elementari estremi.

È facile determinare anche l'equazione della curva delle pressioni. Nel riferimento  $(\bar{x}A\bar{y})$  risulta:

$$\bar{y}''(\bar{x}) = \frac{q(\bar{x})}{H} \quad \text{ove} \quad H = V_A,$$

perciò

$$\bar{y}''(\bar{x}) = \frac{q_0}{V_A} \cos \frac{\pi \bar{x}}{2h};$$

integrando:

$$\bar{y}(\bar{x}) = -l \cos \frac{\pi \bar{x}}{2h} + C_1 \bar{x} + C_2$$

Con le condizioni iniziali:

$$\bar{y}(0) = 0; \quad \bar{y}'(0) = 0$$

si ottiene:

$$C_1 = 0; \quad C_2 = l$$

e perciò

$$\bar{y} = l \left( 1 - \cos \frac{\pi x}{2h} \right).$$

\* \* \*

16. - Determinare le sollecitazioni nel portale a tre cerniere della figura 16.1.

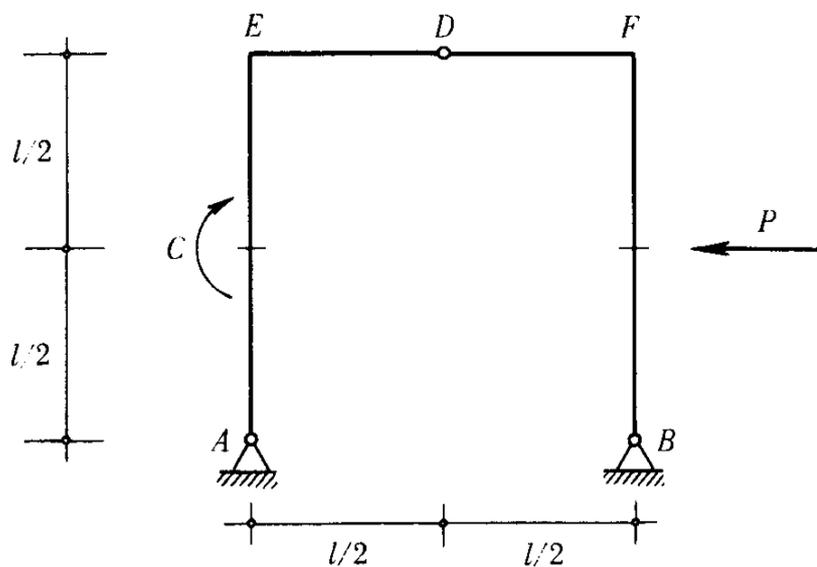


Fig. 16.1

### LA CURVA DELLE PRESSIONI.

La risoluzione grafica richiede la conoscenza dei valori dei carichi applicati. Poniamoci nel caso particolare:

$$P \cdot l = C.$$



## SECONDA SOLUZIONE: SOVRAPPOSIZIONE DI EFFETTI.

A) *EFFETTO DELLA FORZA ORIZZONTALE.* - La soluzione non abbisogna di particolari commenti.

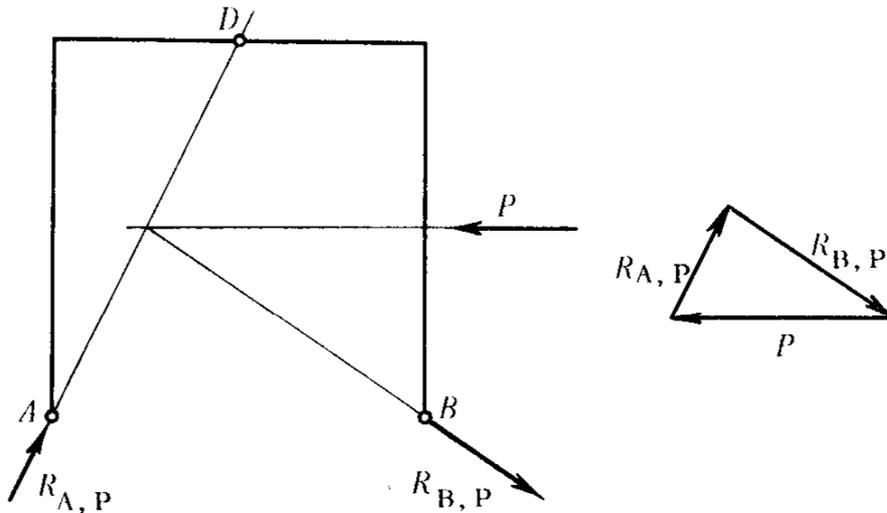


Fig. 16.3

B) *EFFETTO DELLA COPPIA.* - Le reazioni sono parallele, ed hanno, come direzione comune, quella della congiungente  $BD$ . Il loro modulo è

$$R_c = \frac{C}{a}$$

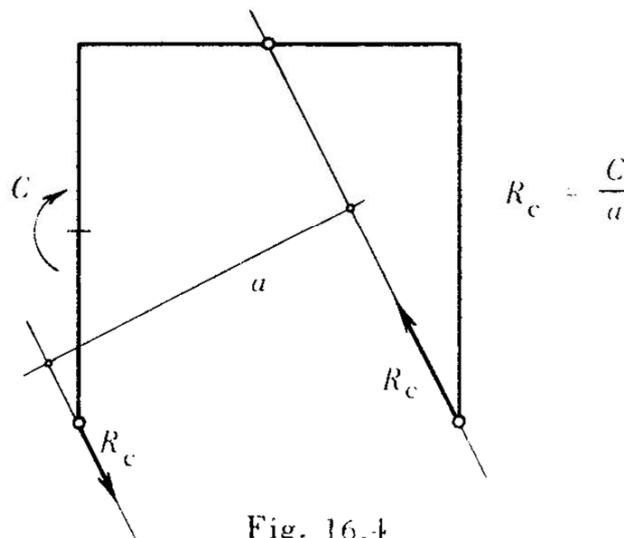


Fig. 16.4