CAPITOLO X

LE SOLLECITAZIONI COMPOSTE

In tutti i problemi relativi alle travi, lo stato di tensione è, in ogni punto, biassiale. Sarà perciò necessario, nelle sezioni più affaticate, ricercare i punti più sollecitati, ed in loro corrispondenza calcolare le tensioni su due elementi piani ortogonali. In tal modo è possibile risalire allo stato di tensione completo, ed identificare le direzioni principali.

Ai fini della verifica di resistenza, occorre (e basta) limitare le massime tensioni ideali ai carichi di sicurezza a trazione e compressione semplice.

* * *

63. - Una trave a mensola, con sezione a cassone, sopporta un carico verticale di 20 t, eccentrico di 1 m rispetto al suo asse.

Eseguire le verifiche di resistenza, dopo aver determinato lo stato di tensione dei punti più affaticati.

Le massime sollecitazioni si verificano nella sezione d'incastro, e valgono:

Momento flettente	M_f	$= P \cdot l$	$=$	20 tm
Momento torcente	M_t	$= P \cdot a$	$=$	10 tm
Sforzo di taglio	T	$= P$	$=$	10 t.

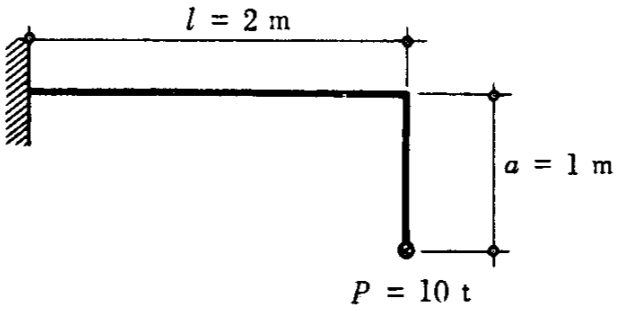


Fig. 63.1

Le dimensioni della sezione resistente sono indicate nella fig. 63.2, intendendo che il lato maggiore sia disposto parallelamente all'asse di sollecitazione flessionale. La trave è costruita con lamiera di Fe 50; il carico di sicurezza è:

$$K = 1600 \text{ kg/cm}^2.$$

Determiniamo, ora, lo stato di tensione.

Momento flettente. - Le tensioni variano con legge bitriangolare. Con le dimensioni segnate in figura, si ottiene:

$$J = \frac{BH^3 - bh^3}{12} = \frac{20 \times 40^3 - 18 \times 36^3}{12} = 36\,650 \text{ cm}^4$$

$$W = \frac{2J}{H} = \frac{36\,650}{20} = 1832 \text{ cm}^3$$

$$\sigma_{max} = \frac{M_f}{W} = \frac{20 \times 10^5}{1832} = 1090 \text{ kg/cm}^2.$$

Se il carico è volto verso il basso, le fibre superiori risultano tese; quelle inferiori compresse.

Momento torcente. - Le tensioni tangenziali sono date dalla formula di BREDT:

$$\tau_1 = \frac{M_t}{2\,\Omega s} \qquad \Omega = 19 \times 38 = 722 \text{ cm}^2$$

Sulle ali: $s = 2$ cm:

$$\tau_1 = \frac{10^6}{2 \times 722 \times 2} = 346 \text{ kg/cm}^2.$$

Sulle anime: $s = 1$ cm:

$$\tau_1 = \frac{10^6}{2 \times 722} = 692 \text{ kg/cm}^2.$$

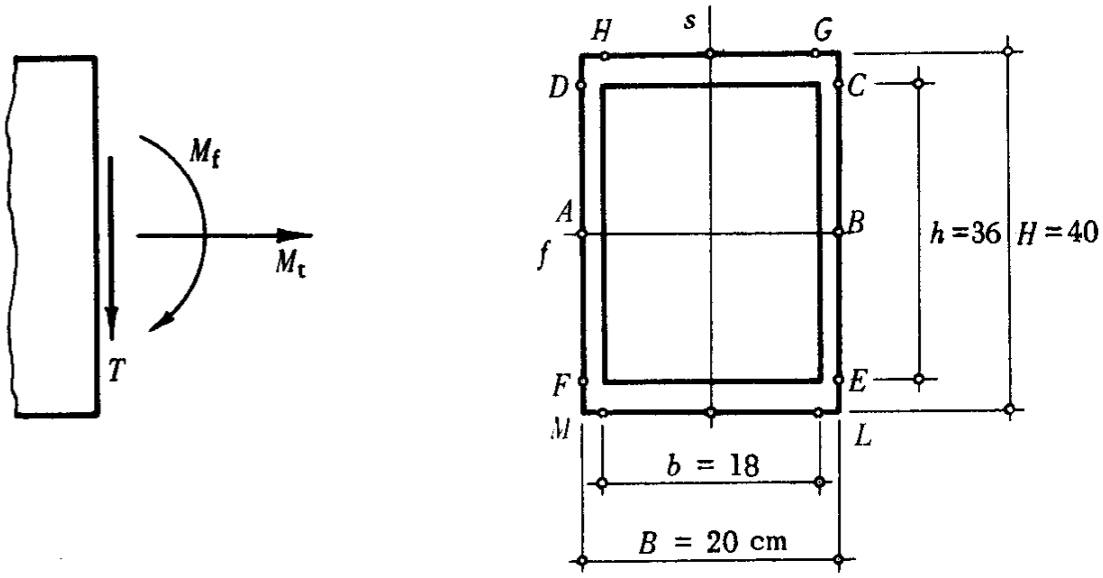


Fig. 63.2

Sforzo di taglio. - Tensioni sull'asse di flessione:

$$\tau_2 = \frac{TS}{bJ}$$

ove:

$$b = 2 \times 1 = 2 \text{ cm}$$

$$S = \frac{B}{2}\left(\frac{H}{2}\right)^2 - \frac{b}{2}\left(\frac{h}{2}\right)^2 = 1084 \text{ cm}^2$$

$$\tau_2 = \frac{10^4 \times 1084}{2 \times 36650} = 148 \text{ kg/cm}^2.$$

Agli attacchi anima-ala, sulle anime:

$$S = B\frac{H-h}{2}\cdot\frac{H+h}{4} = 20 \times 2 \times 19 = 760 \text{ cm}^3$$

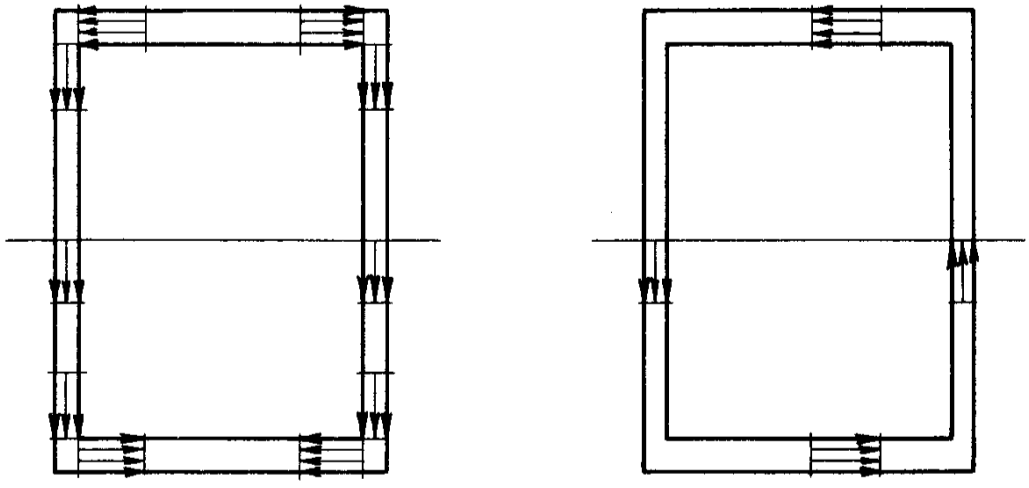
$$\tau_2 = \frac{10^4 \times 760}{2 \times 36\,650} = 104 \text{ kg/cm}^2$$

Agli attacchi anima-ala, sulle ali:

$$S = \frac{b}{2}\,\frac{H-h}{2}\cdot\frac{H+h}{4} = 9 \times 2 \times 19 = 342 \text{ cm}^3$$

$$\tau_2 = \frac{10^4 \times 342}{2 \times 36\,650} = 47 \text{ kg/cm}^2.$$

Nella fig. 63.3 sono indicati i versi delle tensioni tangenziali dovute, rispettivamente, al taglio ed al momento torcente.



Taglio Torsione

Fig. 63.3

Identifichiamo, ora, i punti più sollecitati.

Punti *A* **e** *B*. - Vi sono solo tensioni tangenziali. Il più sollecitato è *A* (insieme agli altri punti della corda orizzontale sull'anima sinistra), ove le τ si sommano:

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 = 692 + 148 = 840 \text{ kg/cm}^2.$$

Il criterio (di SAINT-VENANT = GRASHOF) della massima dilatazione conduce alla tensione ideale massima:

$$\sigma_{1\,id} = \tau(1+\nu) = 1090 \text{ kg/cm}^2.$$

Invece, adottando il criterio del massimo lavoro di distorsione (HUBER-HENCKY-VON MISES) si giunge all'espressione:

$$\sigma_{2\,id} = \tau\sqrt{3} = 1460 \text{ kg/cm}^2.$$

Il secondo criterio, come si vede, è più restrittrivo.

Lo stato tensionale ed il circolo di MOHR sono illustrati nella fig. 63.4.

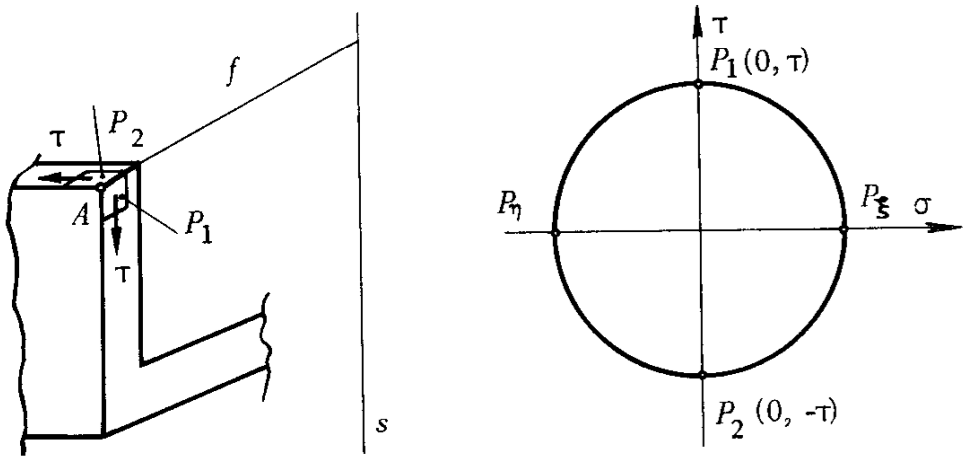


Fig. 63.4

Punti *C* **ed** *E*. - In essi, le tensioni tangenziali τ_1 e τ_2 si sottraggono. Sono perciò meno sollecitati di quelli corrispondenti dell'altra anima.

Punti *D* **e** *F* (e tutti quelli delle corde orizzontali che li contengono, salvo le singolarità dovute agli spigoli).

Sono ugualmente sollecitati. Consideriamo il punto *D*. Per esso:

$$\overline{\sigma} = \sigma\frac{h}{H} = 1090\frac{18}{20} = 980 \text{ kg/cm}^2.$$

Le tensioni tangenziali (verso il basso) si sommano:

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 = 692 + 104 = 796 \text{ kg/cm}^2.$$

Nella fig. 63.5 è illustrato lo stato tensionale, insieme al circolo di MOHR.

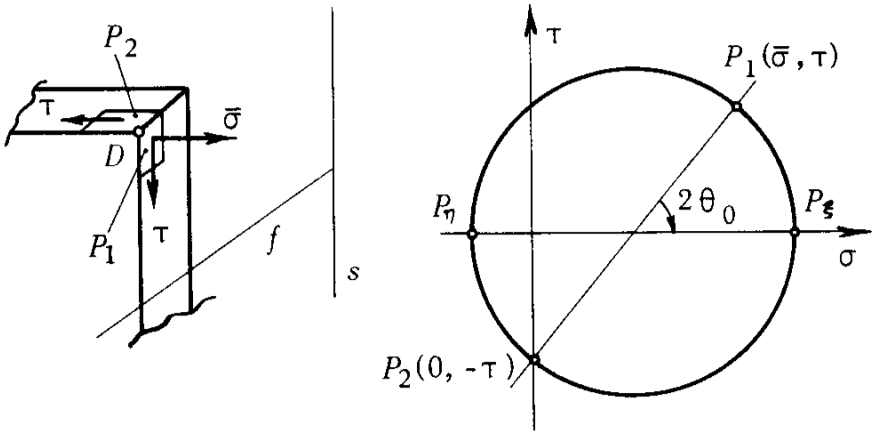


Fig. 63.5

La massima tensione ideale (di trazione) vale:

$$\sigma_{1\,id} = 0{,}35\ \bar{\sigma} + 0{,}65\sqrt{\bar{\sigma}^2 + 4\ \tau^2} = 1563\ \text{kg/cm}^2.$$

seguendo la teoria della massima dilatazione.

Col criterio di VON MISES:

$$\sigma_{2\,id} = \sqrt{\bar{\sigma}^2 + 3\tau^2} = 1690\ \text{kg/cm}^2.$$

Con il primo metodo, la resistenza è assicurata.

Col secondo, il carico di sicurezza è superato di circa il 6 %, cosa non sempre tollerabile.

Punti *G* **e** *L*. - In essi, le tensioni τ del taglio e del momento torcente si sottraggono. Sono meno sollecitati di *H* e *M*.

Punti *H* **e** *M*. - Trattandosi di acciaio, che ha ugual resistenza a trazione e compressione, sono ugualmente sollecitati. In essi è massima la tensione flessionale:

$$\sigma = 1090\ \text{kg/cm}^2.$$

La tensione tangenziale totale risulta:

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 = 346 + 47 = 393\ \text{kg/cm}^2.$$

Nella fig. 63.6 è indicato lo stato tensionale del punto H, col relativo circolo di MOHR.

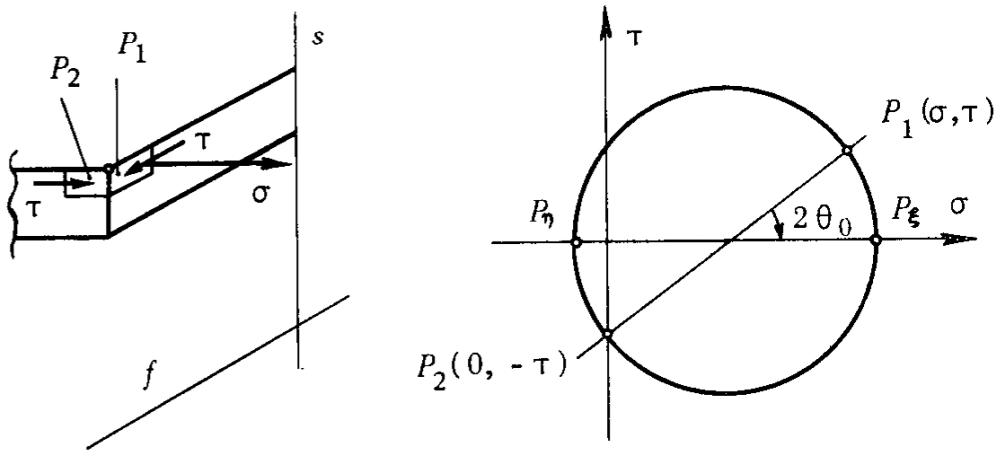


Fig. 63.6

La massima tensione ideale è (massima dilatazione):

$$\sigma_{1\,id} = 0{,}35\ \sigma + 0{,}65\ \sqrt{\sigma^2 + 4\ \tau^2} = 1255\ \text{kg/cm}^2.$$

Con la teoria di VON MISES:

$$\sigma_{2\,id} = \sqrt{\sigma^2 + 3\ \tau^2} = 1283\ \text{kg/cm}^2.$$

La resistenza è sicuramente verificata.

Mette conto di rilevare che l'effetto dello sforzo di taglio, nella verifica delle ali, è praticamente ininfluente. Trascurandone la tensione tangenziale, si otterrebbe (ad esempio, col criterio della massima dilatazione):

$$\sigma = 1090\ \text{kg/cm}^2; \qquad \tau = 346\ \text{kg/cm}^2$$

$$\sigma'_{id} = 1221\ \text{kg/cm}^2$$

con una differenza, in difetto, del 2,7 % rispetto al valore esatto.