a proposito delle sezioni a doppia armatura, soggetta a flessione [per le quali si indicò il calcolo secondo le (276) e (277)] vogliamo ora accennare ad un calcolo approssimato delle sezioni stesse, il quale, pur essendo più semplice e rapido, può dare risultati molto attendibili.

Riferiamoci alla sezione d'incastro per una nervatura armata, col sistema Hennebique, rialzando all'incastro metà dei tondi calcolati per la sezione di mezzeria, di modo che si abbia: $A'_m = A_m =$ alla metà della sezione metallica in mezzeria.

Calcoliamo poi la sezione d'incastro come se fosse a semplice armatura, con sezione metallica A_m e determiniamone l'altezza teorica h' e la larghezza b; poi, tenendo conto della presenza del ferro nella zona compressa, diminuiamo la larghezza b, in modo da togliere dalla sezione di cemento nella zona compressa una striscia rettangolare di effetto equivalente a quello della sezione metallica ivi esistente.

Ciò è possibile esattamente se si suppone che detta sezione metallica nella zona compressa sia situata col suo centro ad $\frac{y}{3}$ dal bordo esterno della zona compressa: infatti in tal caso se si considera nell'area reagente di cemento una striscia rettangolare di altezza y e di larghezza Δb, avente rispetto all'asse neutro lo stesso momento statico dell'area $A'_m = A_m$ del ferro nella zona compressa ridotto in cemento, tali aree hanno pure rispetto al detto asse neutro lo stesso momento di inerzia: e perciò la sostituzione dell'area $y \times \Delta b$ coll'area $n A'_m = n A_m$ non perturba l'equilibrio statico interno della sezione, nè per la rotazione, nè per la traslazione: l'ipotesi ora fatta si può sempre realizzare esattamente nella costruzione, facendo $\delta' = \frac{y}{3}$.

Ricordiamo che qui dobbiamo assumere $K_m =$ $= 1050$ Kg/cm² e $K_c = 35$ Kg/cm², sicchè valgono le formole (264)

Eliminando b tra la seconda e la terza di esse, si ricava:

$$h' = \frac{M}{960 A_m} \qquad (282)$$

Il valore di h' da questa ricavato si può sostituire nella terza delle (264), che risoluta rispetto a b ci dà:

$$b = \frac{240 A_m}{h'} \qquad (283)$$

valore che corrisponde al caso dell'armatura semplice.

Dobbiamo ora calcolare la diminuzione Δb da attribuire alla b, colla condizione sopra descritta, la quale si esprime come segue:

$$\Delta b \frac{y^2}{2} = n A_m \frac{2}{3} y$$

Da questa, semplificando, ponendo $n = 10$, e, secondo la prima delle (264) : $y = \frac{h'}{4}$, si ricava:

$$\Delta b = \frac{53,333\ Am}{h'} \qquad (284)$$

Orbene la larghezza definitiva della sezione dovrà assumersi:

$$b_1 = b - \Delta b$$

e perciò, secondo le (283) e (284), si ottiene infine:

$$b_1 = \frac{186.667\ Am}{h'} \qquad (285)$$

Le formole, dunque, per il calcolo approssimato della sezione a doppia armatura sono le (282) e (285)

La condizione

$$\delta' = \frac{y}{3} = \frac{h'}{12}$$

per valori non molto grandi di h', conduce a valori di δ' compresi nei limiti usati correntemente in pratica; invece per valori di h' maggiori di 50÷60 cm. conduce a valori di δ' un pò eccessivi, che conviene diminuire, per sfruttare meglio la resistenza del ferro nella zona compressa; con ciò la sezione calcolata come sopra, risulta di resistenza esuberante, ossia la diminuzione di δ' è in favore della stabilità. Se, per ragioni di economia si ritiene opportuno avere una maggiore approssimazione, si può, per le sezioni di altezze rilevanti, eseguire il calcolo esatto colle (276) e (277); però, il calcolo approssimato qui indicato può dare buoni risultati per valori piccoli e medi della h', con notevole risparmio di lavoro e di tempo rispetto al calcolo esatto più laborioso.

- Nota. Calcolo di progetto per una sezione rettangolare a doppia armatura soggetta a compressione eccentrica su di un asse di simmetria.

Vogliamo ora esporre il modo di fare il calcolo di progetto diretto per il caso qui indicato, di cui si studiò la verifica a pag. 433. Useremo le notazioni là specificate, secondo la figura.

Supporremo dato il carico P, agente sul centro di pressione X situato sulla mediana del rettangolo parallelo al lato h di esso, con una eccentricità d pure data: si immaginino anche date le δ e δ' che riterremo diverse, per maggior generalità.

Anche in questo caso, (come in quello della sezione a doppia armatura, soggetta a sola flessione), le quantità che il progettista può far variare sono A_m, A'_m, b, ed $h' (= h - \delta)$.

Tra queste quantità le condizioni di equilibrio stabiliscono due relazioni, che ora dimostreremo, sicché il progettista può secondo i casi, con criteri pratici, fissare due delle dette quantità e ricavare in conseguenza le altre due.

Osserviamo anzitutto che, per le ragioni già esposte anche a pag. 402 sussiste pure per questo caso la relazione (260) che qui trascriviamo:

$$y = \frac{n}{r+n} h'$$

la quale, per i valori usuali di n e di r diviene:

$$y = \frac{1}{4} h'$$

ed esprime la condizione di egual resistenza per $r = 30$.

Possiamo poi utilizzare la (281) trasformandola colla relazione testè ricordata, e ponendovi $h = h' + \delta$: si ottiene così, dopo opportune semplificazioni:

$$\frac{6 h'^2}{32}\left(d - \frac{\delta}{2} - \frac{5}{12} h'\right) + n A'_m \left(\frac{h'}{4} - \delta'\right)\left(d - \frac{h'}{2} + \delta' - \frac{\delta}{2}\right) -$$

$$- \frac{3}{4} n A_m h' \left(d + \frac{h'}{2} - \frac{\delta}{2}\right) = 0 \qquad (286)$$

relazione la quale è di 3° grado in h' e di 1° nelle tre altre variabili ricordate più sopra.

Inoltre dall'equazione di equilibrio alla traslazione assiale, tra le forze interne e lo sforzo normale eccentrico P si trova ovviamente:

$$P = \frac{\sigma_c}{y}\left[\frac{b y^2}{2} + n A'_m (y - \delta') - n A'_m (h' - y)\right]$$

Inoltre per la condizione limite di stabilità $\sigma_c = K_c$, e per la condizione di egual resistenza $y = \frac{h'}{4}$

l'ultima relazione diviene:

$$P = \frac{4K_c}{h'}\left[\frac{b h'^2}{32} + n A'_m\left(\frac{h'}{4} - \delta'\right) - \frac{3}{4} n A_m h'\right] \qquad (287)$$

e questa è di 2° grado in h', e di 1° nelle tre altre variabile b, A_m, A'_m.

Le (286) e (287) sono le due relazioni, poco sopra preannunciate, tra le quattro variabili b, h', A_m, A'_m; da esse si possono ricavare due di tali variabili, quando si siano fissate le altre due.

Per questo problema si potrebbe ripetere una discussione del tutto analoga a quella già fatta a pag. 403 e seguenti, per le sezioni a doppia armatura soggette a sola flessione.

In particolare se, come accade spesso in pratica, sono date A_m ed A'_m e sono incognite la b e la h'; eliminando la b tra le equazioni (286) e (287) si ottiene un'equazione di 2° grado, (analoga a quella di cui si parlò a pag. 405

Ed infatti dalla (287) si può ricavare il rapporto:

$$\frac{b h'^2}{32} = \left(\frac{P}{4K_c} + \frac{3}{4} n A_m - \frac{1}{4} n A'_m\right) h' + n A'_m \delta'$$

il quale resta così espresso linearmente in h'. sostituendo il valore trovato in luogo del detto rapporto nel primo termine della (286), dopo facili riduzioni, si ottiene:

$$\frac{1}{48}\left(\frac{5P}{nK_c}+33A_m+A'_m\right)h^2-\left[\frac{P}{4nK_c}\left(d-\frac{\delta}{2}\right)+\frac{1}{3}A'_m\delta'\right]h+$$

$$+A'_m\delta'^2=0 \qquad (288)$$

e questa è l'equazione di 2° grado, di cui si disse poco sopra.

Perchè le radici risultino reali occorre che sia:

$$\left[\frac{P}{4nK_c}\left(d-\frac{\delta}{2}\right)+\frac{1}{3}A'_m\delta'\right]^2 \geq \frac{1}{12}\left(\frac{5P}{nK_c}+33A_m+A'_m\right)A'_m\delta'^2$$

questa relazione, a parità di altre condizioni, stabilisce, per l'eccentricità d, un valore limite, al di sotto del quale il problema non risulta possibile. In tal caso, (cioè per d inferiore al detto limite), il progettista può variare gli altri elementi a sua disposizione, come A_m, A'_m, δ, δ' in modo da soddisfare alle condizioni di realtà delle radici; ovvero può convenire allora di progettare la sezione resistente in modo che il centro di spinta non sia esterno al nocciolo centrale.

Vedremo tra breve come quest'ultima condizione si possa realizzare col calcolo di progetto.

Dobbiamo ora osservare che le radici della (288), quando sono reali, sono entrambe positive, come risulta dai segni dei coefficienti.

Nei casi più comuni la minore delle due radici risulta troppo piccola, poichè ad essa corrisponderebbe secondo la (286) o la (287) un valore di b troppo grande, e si avrebbe perciò una soluzione praticamente inammissibile.

Occorre quindi scegliere la maggiore delle due radici. Trovata dunque così h', sostituendola nella (286) o nella (287) si può trovare la b, colla soluzione di una equazione lineare.

Anche per il caso qui studiato si può fare un calcolo approssimato analogo a quello già esposto nella nota a pag. 437 per il caso della sola flessione.

Si comincia col calcolare la sezione soggetta a compressione eccentrica, come se fosse a semplice armatura, cioè con ferro solo nella zona tesa, e poi si tiene conto della presenza del ferro nella zona compressa diminuendo la larghezza b, in modo da togliere dalla sezione di cemento nella zona compressa una striscia rettangolare di effetto equivalente a quello della sezione metallica ivi esistente.

Per far ciò, come già si vide nella nota a pag. 437 occorre realizzare l'ipotesi che la detta sezione metallica A'_m nella zona compressa sia situata col suo centro alla distanza $\frac{y}{3}$ dal bordo esterno della medesima zona compressa; e poi togliere da questa una striscia di altezza y e di base Δb, striscia avente, rispetto all'asse neutro n un momento statico uguale a quello della sezione metallica A'_m ridotta in cemento, rispetto allo stesso asse.

In tal caso, per l'ipotesi fatta, le due aree ora specificate hanno rispetto al detto asse pure lo stesso momento d'inerzia, e perciò colla descritta sostituzione l'equilibrio tra le forze interne e quelle esterne non viene alterato.

Supponiamo assegnata la sezione metallica A_m nella zona tesa, come pure siano dati d e δ: le equazioni del problema evidentemente si ottengono dalle (286) e (287), ponendo in esse $A'_m = 0$; così, sopprimendo il fattore comune $\frac{h'}{4}$ (cioè escludendo la radice inutile $h'=0$), si trova:

$$\frac{bh'}{8}\left(d-\frac{\delta}{2}-\frac{5}{12}h'\right)-3nA_m\left(d+\frac{h'}{2}-\frac{\delta}{2}\right)=0 \qquad (289)$$

$$\frac{bh'}{8}-3nA_m-\frac{P}{K_c}=0 \qquad (290)$$

Fra queste due si può eliminare la frazione $\frac{bh'}{8}$ e si ottiene così un'equazione lineare in h' che, risolta, ci dà:

$$h'=\frac{12\frac{P}{K_c}\left(d-\frac{\delta}{2}\right)}{33nA_m+5\frac{P}{K_c}} \qquad (291)$$

D'altra parte dalla ( ), risolvendo rispetto a b, si ottiene:

$$b=\frac{8}{h'}\left(3nA_m+\frac{P}{K_c}\right) \qquad (292)$$

In questa si dovrà sostituire in luogo di h' il valore ricavato dalla (291).

Le (291) e (292) sono dunque le formule per il progetto della sezione a semplice armatura.

Immaginiamo ora di porre nella zona compressa la sezione metallica A'_m (per maggiore generalità supposta diversa da A_m) ad una distanza $\frac{2}{3}y$ dall'asse neutro, secondo la ipotesi sopra specificata: allora, per ristabilire l'equilibrio, occorre, come si è detto, sopprimere una striscia $y \cdot \Delta b$ di area di cemento: e Δb si determina colla sopradetta uguaglianza dei momenti statici:

$$\frac{y^2}{2}\Delta b = \frac{2}{3} n A'_m y$$

da cui:

$$\Delta b = \frac{4 n A'm}{3 y}$$

ed essendo sempre:

$$y = \frac{h'}{4},$$

si ha infine:

$$\Delta b = \frac{16}{3}\,\frac{n A'm}{h'} \qquad (293)$$

La larghezza effettiva b_1 da assegnare alla sezione sarà dunque:

$$b_1 = b - \Delta b$$

e quindi dalle (292) e (293) si trova:

$$b_2 = \frac{8}{h'}\left[n\left(3A_m - \frac{2}{3}A'_m\right) + \frac{P}{K_e}\right] \qquad (294)$$

Può essere opportuno osservare che il secondo membro della (294) si può considerare come ottenuto da quello della (292), in cui l'area A_m sia stata diminuita di $\frac{2}{9}A'_m$, notando poi che tale diminuzione, conforme all'ipotesi fatta sulla posizione di A'_m, rappresenta l'area A'_m ridotta all'asse dell'area A_m: in altri termini, essa è un'area che se fosse situata dall'asse neutro alla stessa distanza $\left(\frac{3}{4}h'\right)$ che la A_m, avrebbe rispetto all'asse medesimo lo stesso momento statico (in valore assoluto) che ha l'area A'_m, ove essa si trova, (cioè a distanza $\frac{h'}{6}$).

Questa osservazione, fatta direttamente, può servire a giustificare, per altra via, la relazione (294).

Se è $A'_m = A_m$, come accade spessissimo nelle applicazioni, allora la (294) diviene evidentemente:

$$b_2 = \frac{8}{h'}\left(\frac{7}{3}nA_m + \frac{P}{K_e}\right) \qquad (294\ bis)$$

È utile ora verificare come dalle formule ricavate per questo caso della pressione eccentrica, supponendo di far tendere a zero la forza P, e contemporaneamente tendere all'infinito l'eccentricità d, in modo però che il prodotto Pd = momento flettente si conservi finito, si possono ritrovare, per altra via, le formole qui stabilite per il caso della sola flessione.

Anzitutto è facile verificare che la (286) per $d=\infty$ e la (287) per $P=0$ danno luogo entrambe alla relazione seguente:

$$\frac{b h'^2}{32} + n A'_m \left(\frac{h'}{4} - \delta'\right) - \frac{3}{4} n A_m h' = 0 \qquad (295)$$

e questa coincide colla (277) quando si faccia in entrambe:

$$n = 10 \;; \quad r' = \frac{1}{4} \;; \quad r = 30$$

Inoltre la (288) per $P=0$, $d=\infty$ e $Pd = M$, dà:

$$\frac{1}{48}(33 A_m + A'_m) h'^2 - \left[\frac{M}{4 n K_c} + \frac{1}{3} A'_m \delta'\right] h' + A'_m \delta'^2 = 0 \quad (296)$$

e questa è l'equazione quadratica per la sezione a doppia armatura soggetta a sola flessione, equazione che si può ottenere per eliminazione della b tra le (276) e (277), come si è detto a suo tempo.

In questo caso la condizione di realtà della radice è:

$$\left[\frac{M}{4 n K_c} + \frac{1}{3} A'_m \delta'\right]^2 \geq \frac{1}{12}(33 A_m + A'_m) A'_m \delta'^2 \;;$$

Essa stabilisce dei limiti superiori che i valori di A_m ed A'_m (qui considerati come dati) non debbono superare perchè il problema risulti possibile; il progettista potrà all'occorrenza variare tali valori, in modo che la detta condizione risulti soddisfatta.

Nel caso poi del calcolo approssimato, osserviamo che la (296bis) col predetto passaggio al limite, e per $K_c = 35$ kg/cm² ed $n = 10$ e per $P = 0$ ci ridà la (285). Infine vogliamo ora indicare come il calcolo di progetto della sezione rettangolare a doppia armatura soggetta a pressione eccentrica mediana con eccentricità piccola, si possa eseguire imponendo la condizione che il centro di spinta coincida con uno dei punti di nocciolo della sezione, come si è detto sopra.

Tale condizione si realizza se l'asse neutro coincide col lato della sezione normale all'asse di sollecitazione e più lontano dal centro di spinta.

Riferendoci sempre alla fig. a p. 433 tale condizione equivale alla seguente:

$$y = h \ (= h' + \delta) \qquad (297)$$

Con questa relazione la (281) si trasforma come segue:

$$\frac{bh^2}{2}\left(d - \frac{h}{6}\right) + n A'_m (h - \delta')\left(d - \frac{h}{2} + \delta'\right) + n A_m \delta \left(d + \frac{h}{2} - \delta\right) = 0 \qquad (298)$$

Inoltre la relazione dalla quale si ricava la (287), diviene in questo caso, sempre ponendo $\sigma_a = K_c$:

$$\frac{Ph}{K_c} = \frac{bh^2}{2} + n A'_m (h - \delta') + n A_m \delta \qquad (299)$$

Ora eliminando la frazione $\frac{bh^2}{2}$ tra le (298) e (299) con facili riduzioni si trova:

$$\left[\frac{P}{6nK_c} + \frac{1}{3} A'_m\right] h^2 + \left[\frac{Pd}{nK_c} + \frac{4}{3} A'_m \delta' + \frac{2}{3} A_m \delta\right] h +$$

$$+ A'_m \delta'^2 + A_m \delta^2 = 0 \quad ;$$

equazione quadratica in h che può facilmente risolversi.

La discussione di questa equazione si può fare analogamente a quella delle altre precedenti; al solito, la condizione di realtà delle radici stabilisce dei limiti ai valori delle A_m ed A'_m: le radici reali sono entrambe positive; una di esse risulta molto piccola e perciò praticamente si deve escludere.

Determinato coll'altra radice il valore di h, per sostituzione nella (299) si ricava facilmente e linearmente la b.

Per ultimo vogliamo osservare che nei calcoli di progetto abbiamo considerati come dati i valori di A_m ed A'_m. Ciò corrisponde alla realtà, in cui il progettista sceglie con criteri pratici i tondini con cui intende armare il pilastro o la trave che deve progettare.

Talora però si stabiliscono "a priori" i rapporti delle A_m ed A'_m alla sezione complessiva di cemento bh; si pone cioè:

$$A_m = a_m bh \quad ; \quad A'_m = a'_m bh \qquad (\quad)$$

ove a_m ed a'_m sono dei coefficienti che si scelgono con criteri pratici; di analoghi rapporti abbiamo visto esempio a pagina 391 a proposito del calcolo dei pilastri.

Vediamo ora dapprima come con tale posizione si modifica l'ultimo calcolo esposto (per il progetto della sezione soggetta a compressione eccentrica, col centro di pressione in un punto di nocciolo).

La (298), colle sostituzioni (300), e sopprimendo il fattore comune bh, diviene:

$$\frac{h}{2}\left(d-\frac{h}{6}\right)+na'_m(h-\delta')\left(d-\frac{h}{2}+\delta'\right)+na_m\delta\left(d+\frac{h}{2}-\delta\right)=0$$

da cui, raccogliendo i termini simili, si ottiene:

$$\left[\frac{1}{12}+\frac{na'_m}{2}\right]h^2-\left[\frac{d}{2}+na'_m\left(d+\frac{3}{2}\delta'\right)+\frac{na_m}{2}\delta\right]h+$$

$$+\,na'_m\delta'(d+\delta')-na_m\delta(d-\delta)=0 \qquad (301)$$

equazione quadratica da cui si può ricavare h, sotto la solita condizione della realtà delle radici, la quale impone dei limiti ai valori delle quantità assegnate.

Le radici, quando sono reali, sono entrambe positive; di esse però una sarà praticamente da escludere per le ragioni solite.

Inoltre, per le sostituzioni (300), la (299), diviene:

$$\frac{P'}{K_c b}=\frac{h}{2}+na'_m(h-\delta')+na_m\delta \;;$$

e da queste, quando sia noto h per la ( ), si può ricavare linearmente b:

$$b=\frac{P}{K_c\left[\frac{h}{2}+na'_m(h-\delta')+na_m\delta\right]} \qquad (302)$$

Per gli altri casi studiati in questo numero, vediamo ora come si modificano le rispettive equazioni colle sostituzioni (300).

Si riconosce facilmente che la (296) colle dette sostituzioni e colla (297), può essere divisa per b e diviene un'equazione di terzo grado nella sola h' che può venire così determinata. L'equazione è la seguente:

$$h'^2\left(d-\frac{\delta}{2}-\frac{5}{12}h'\right)+n a'_m (h'+\delta)\left(\frac{h'}{4}-\delta'\right)\left(d-\frac{h'}{2}+\delta-\frac{\delta'}{2}\right)-$$

$$-\frac{3}{4} n a_m (h'+\delta) h'\left(d+\frac{h'}{2}-\frac{\delta}{2}\right)=0 \; ; \qquad (303)$$

Crediamo superfluo fare qui la discussione sulla realtà e sui segni delle radici: essa si potrà fare caso per caso nelle applicazioni numeriche, e tra le radici si sceglierà quella che meglio risponda alle esigenze pratiche. Il valore di h' così trovato si può sostituire nella (287), dalla quale allora si ricava linearmente la b.

Passando ora a considerare il calcolo approssimato (che si inizia da quello della sezione a semplice armatura), occorre fare le sostituzioni seguenti:

$$A_m = a_m b_1 h \quad ; \quad A'_m = a'_m b_1 h \qquad (304)$$

[ove per semplicità indichiamo ancora colle stesse lettere i coefficienti analoghi a quelli delle sostituzioni (300)].

Inoltre la (293), colla seconda delle sostituzioni (304), diviene:

$$\Delta b = \frac{16}{3} n a'_m b_1$$

e tenendo presente che si è posto:

$$b_1 = b - \Delta b$$

si trova subito:

$$b = b_1 \left(1 + \frac{16}{3} n a'_m\right) \qquad (305)$$

quindi la ( ), colla prima delle (304) e colla (305) si può dividere per b_1, e si trasforma come segue:

$$\left(1 + \frac{16}{3} n a'_m\right) \frac{h'}{8} \left(d - \frac{\delta}{2} - \frac{5}{12} h'\right) - 3 n a_m (h' + \delta) \cdot$$

$$\cdots \left(d + \frac{h'}{2} - \frac{\delta}{2}\right) = 0 \qquad (306)$$

questa è un'equazione quadratica dalla quale, sotto le solite condizioni di realtà, si può ricavare il valore di h'.

Questo si può poi introdurre nella (290), la quale colle sostituzioni (304) e (305) dà luogo ad una equazione lineare, da cui si determina b_1 come segue:

$$b_1 = \frac{P}{K_c \left[\frac{h'}{8}\left(1 + \frac{16}{3} n a'_m\right) - 3 n a_m (h' + \delta)\right]} \qquad (\quad)$$

Per quanto riguarda poi il caso della sola flessione (calcolo esatto) dobbiamo osservare che colle sostituzioni (304) la (277) si può dividere per b e diviene:

$$r a_m (h' + \delta) = \frac{r' h'}{2} + n a'_m (h' + \delta) \frac{r' h' - \delta'}{r' h'} \qquad (308)$$

equazione di secondo grado, da cui si può ricavare h', sotto la solita condizione.

Il valore di h' così trovato si può poi sostituire nella (276): che per le (304) diventa:

$$\frac{M}{K_c} = b\left[\frac{r'}{2}\left(1-\frac{r'}{3}\right)h'^2 + na'_m(h'+\delta)\frac{r'h'-\delta'}{r'h'}\right.$$

$$\left.(h'-\delta')\right] \qquad (309)$$

dalla quale si ricava linearmente la b.

Per il calcolo approssimato dello stesso caso di sola flessione, si può osservare che per $d=\infty$ la (306), diviene:

$$\left(1+\frac{16}{3}na'_m\right)\frac{h'}{8} - 3na_m(h'+\delta) = 0 \qquad (310)$$

che si può pure ricavare dalla (290) per $P=0$: da essa si può ricavare linearmente il valore di h'.

Il valore di b si può poi ricavare dalla equazione di equilibrio alla rotazione (258), che per i valori qui supposti per n, K_c e K_m, si trasforma nella seconda delle (264), e cioè:

$$b = \frac{M}{4h'^2}$$

da cui, tenendo presente la (305), si ricava infine la larghezza effettiva della sezione:

$$b_1 = \frac{M}{4h'^2\left(1+\frac{16}{3}na'_m\right)} \qquad (311)$$

Per rendere più facili i calcoli numerici può essere utile semplificare le formole or ora esposte dalla

(303) compresa in poi.

Per commisurare a priori le aree delle sezioni metalliche all'area complessiva del cemento, dato che δ è sempre relativamente molto piccolo rispetto ad h ed a h', con approssimazione ugualmente buona possiamo porre:

$$A_m = a_m b h' \quad ; \quad A'_m = a'_m b h' \quad (300\ bis)$$

in luogo delle ( ) ed anche:

$$A_m = a_m b_1 h' \quad ; \quad A'_m = a'_m b_1 h' \quad (304\ bis)$$

in luogo delle (304), per il calcolo approssimato.

Con queste nuove sostituzioni le equazioni sopra scritte determinatrici di h', b o b_1 si trasformano in quanto al binomio $(h'+\delta)$, quale fattore delle aree di sezioni metalliche, deve essere sostituito h': con ciò le equazioni stesse si semplificano, ed in particolare quelle che determinano h', abbassano di una metà il loro grado.

Così l'equazione cubica (303) diviene:

$$h'\left(d - \frac{\delta}{2} - \frac{5}{12}\right)h' + n a'_m\left(\frac{h'}{4} - \delta'\right)\left(d - \frac{h'}{2} + \delta' - \frac{\delta}{2}\right) -$$

$$- \frac{3}{4} n a_m (h'+\delta)\left(d + \frac{h'}{2} - \frac{\delta}{2}\right) = 0 \qquad (303\ bis)$$

equazione quadratica in h'!

Così proseguendo troviamo che per il calcolo approssimato la (30?) diviene:

$$\frac{1}{8}\left(1+\frac{16}{3}na'_m\right)\left(d-\frac{\delta}{2}-\frac{5}{12}h'\right)-3na_m\left(d+\frac{h'}{2}-\frac{\delta}{2}\right)=0 \qquad (306\,bis)$$

che è di primo grado in h'; e la ( ) viene sostituita

$$\sigma_1=\frac{P}{K_c h'\left[\frac{1}{8}\left(1+\frac{16}{3}na'_m\right)-3na_m(h'+\delta)\right]} \qquad (307\,bis)$$

Per il caso della sola flessione, la (308) [quadratica] viene ad esser sostituita dalla:

$$ra_m(h'+\delta)=r'\frac{h'}{2}+na'_m\frac{r'h'-\delta'}{r'} \qquad (308\,bis)$$

che è lineare nella h': così pure la (309) si trasforma diventando

$$\frac{M}{K_c}=\sigma\left[\frac{r'}{2}\left(1-\frac{r'}{3}\right)h'^2+na'_m\frac{r'h'-\delta'}{r'}(h'-\delta')\right] \qquad (309\,bis)$$

Per ciò che riguarda il calcolo approssimato nel caso della flessione semplice si può osservare che l'equazione (310) determina già linearmente h' e che perciò si presenta come superflua un'ulteriore semplificazione. Ma inoltre si verifica che, adottate le sostituzioni (304 bis), la (310) contiene a fattore comune h' e perciò non riesce a determinarlo, ma invece stabilisce una relazione che deve essere soddisfatta tra a_m ed a'_m:

$$1+\frac{16}{3}na'_m=24\,na_m \qquad (310\,bis)$$

La stessa condizione si ricava per $n=10$ combi-

nando la terra delle (264), [o la (282)], colla ( ).
Inoltre l'equazione di equilibrio alla rotazione, cioè la seconda delle (264), o la (283), combinate colla prima delle (304 bis) danno luogo ad un'unica relazione tra τ_1 ed h':

$$\tau_1 h'^2 = \frac{M}{960\, a_m} \qquad (311\, bis)$$

(che vale per $n=10$): questa può servire a trovare una delle due quantità τ ed h', quando sia stata arbitrariamente fissata l'altra. Ne risulta che, mentre nei problemi precedenti il progettista poteva fissare arbitrariamente (entro certi limiti stabiliti dalle condizioni di realtà, e da criteri pratici) le quantità a_m ed a'_m, e ne deduceva univocamente τ (o τ_1) ed h', nel quest'ultimo caso qui trattato il progettista può e deve assegnare ad arbitrio una delle due quantità a_m ed a'_m e ne dedurre l'altra colla (310 bis), e fissare pure arbitrariamente una delle τ_1 ed h', ricavandone l'altra mediante la (311 bis).

Per la chiarezza dobbiamo infine ricordare che in tutto quest'ultimo numero, nelle equazioni in cui non compaiono esplicitamente r ed r', noi abbiamo supposto, (secondo i dati dei casi pratici più comuni):

$$n = 10 \qquad r = 30 \qquad r' = \frac{1}{4}$$

e perciò dette equazioni valgono solo per questi valori, e perciò per $K_c = 35 \ Kg/cm^2$; sono però ovvie le modificazioni che le equazioni stesse [dalla (286) in poi] dovrebbero subire per valori generici delle dette grandezze -

Riteniamo superfluo esporre qui le dette modificazioni, reputando più utile aver esposto le equazioni sotto la forma corrispondente ai casi più comuni nelle pratiche applicazioni.

FINE