Capitolo XIV -

- Calcolo delle costruzioni in cemento armato -

Preliminari

I concetti fondamentali sui quali si basa il calcolo e il progetto delle costruzioni di cemento armato sono desunti da risultati sperimentali, e sono i seguenti:

I. Nelle parti di una costruzione in cemento nelle quali per effetto delle forze esterne, si sviluppano sollecitazioni interne di trazione, si dispongono, annegate, nella massa di calcestruzzo, armature di ferro, per lo più costituite da tondini, in modo che il ferro assuma su di sè lo sforzo di trazione. Nel calcolo statico o di stabilità si prescinde completamente dalla resistenza del calcestruzzo alla trazione e ciò per mettersi al riparo dalla eventualità della presenza di screpolature nel calcestruzzo stesso. Però quando si debbono calcolare le deformazioni di una costruzione, non si prescinde tutta della resistenza del calcestruzzo alla tensione e si tiene conto delle sezioni trasversali complete di cemento e ferro e, ciò perchè un numero anche notevole, ma limitato, di screpolature non altera la deformabilità del complesso, (mentre invece anche una sola screpolatura in una sezione molto cimentata può pregiudicare la resistenza e la stabilità).

II. Tra il calcestruzzo di cemento ed il ferro in esso incorporato si sviluppa una notevolissima aderenza (circa 20 Kg per cm² di superficie di contatto), la quale impedisce gli scorrimenti relativi del ferro rispetto al cemento. Ne consegue che fibre di cemento e ferro tra loro adiacenti devono sempre subire uguali dilatazioni elastiche unitarie. Perciò, in virtù della ben nota legge di Hooke, le tensioni unitarie nei due materiali devono stare tra loro come i rispettivi moduli di elasticità.

Se contrassegniamo coll'indice m le grandezze relative al metallo, e coll'indice c quelle relative al cemento, abbiamo, coi simboli soliti:

$$\sigma_m : \sigma_c = E_m : E_c \qquad (252)$$

Praticamente si ritiene che il rapporto $E_m : E_c$ sia circa uguale a 10, ma nelle formule, per maggiore generalità lo si indica con la lettera n:

$$n = \frac{E_m}{E_c} \qquad (253)$$

Ne consegue che nel computo del modulo di resistenza di una sezione l'area del ferro A_m equivale (per lo sforzo che essa assume su di sè) ad un'area di cemento uguale ad nA_m: questo valore si dice brevemente l'area del ferro ridotta in cemento.

III - Nei solidi inflessi, con o senza simultaneo sforzo normale, l'asse neutro deve essere contemporaneamente asse di separazione tra la zona della sezione di cemento reagente a compressione e la rimanente zona di cemento inerte (nella quale invece reagisce a trazione il solo ferro). Tale asse gode delle ben note proprietà dell'asse neutro, rispetto alla sezione netta, nella quale cioè non si consideri l'area del cemento inerte.

IV. Per resistere alle tensioni tangenziali che in una trave, per effetto del taglio, si sviluppano nelle sezioni longitudinali parallele all'asse geometrico ed all'asse neutro, si dispongono nella massa di calcestruzzo dei tondini di ferro con andamento perpendicolare a quelli della armatura destinata a resistere a trazione: esse si dicono *staffe*; e sul loro calcolo torneremo tra breve.

Avvertenza. Nel calcolare il momento di inerzia della sezione metallica rispetto all'asse neutro complessivo di una sezione mista reagente, si valuta il momento d'inerzia della sezione di ogni barra di armatura come prodotto dell'area per il quadrato della distanza del suo baricentro dall'asse neutro: si trascura cioè il momento d'inerzia dell'area del tondino rispetto al suo asse baricentrico parallelo a quello neutro, ciò equivale a prescindere dalla resistenza a flessione propria della barra di armatura, rispetto alla resistenza a flessione complessiva della trave. I termini che così si trascurano sono sempre piccolissimi.

Le barre di armatura (tondini) devono essere sistemate ad una distanza netta dal bordo della sezione non inferiore a cm. 2,5 ÷ 3.

Nei calcoli pratici si può ritenere:

$$E_m = 2000 \frac{t}{cm^2}, \quad n = 10, \text{ perciò } E_c = 200 \frac{t}{cm^2}.$$

Calcolo dei pilastri.

a) Armatura semplice.

I pilastri in cemento armato sono prismi compressi secondo l'asse; si fanno per lo più a sezione rettangolare, e si armano con 4 tondini situati in prossimità dei vertici del rettangolo, coll'avvertenza, fatta più sopra, a proposito della distanza tra i tondi ed i bordi della sezione.

L'area del ferro A_m si assume di solito compresa tra il 2% ed il 5% dell'area del cemento A_c. Come A_c nella pratica si assume tutta l'area complessiva compresa nel perimetro, occupata da cemento e ferro.

Numerosi esperimenti hanno dimostrato che se il solido ha una lunghezza non superiore a 15 volte la minore dimensione trasversale, esso non sente l'effetto del carico di punta e della conseguente flessione laterale; in tal caso il calcolo statico si può fare determinando la sezione ideale di cemento A_{ic} uguale alla somma dell'area effettiva del cemento più quella del ferro ridotta in cemento, e si ha:

$$A_{ic} = A_c + n A_m \qquad (254)$$

Se K_c è il carico di sicurezza a compressione del calcestruzzo, il carico totale P che il pilastro può sopportare è:

$$P = K_c A_{ic} \qquad (255)$$

Se è data la sezione del pilastro, la (255) serve a determinare P, ed a fare quindi una verifica del pilastro già esistente o progettato.

In un calcolo di progetto invece saranno dati P, K_c e dalla (255) si ricaverà la sezione ideale A_{ic} e mediante la (254), tenendo conto dei valori già indicati per il rapporto $A_m : A_c$, si ricaveranno queste aree ed infine le dimensioni del pilastro; (poichè il progettista potrà fissarsi il rapporto $b : a$ tra i lati del rettangolo (sezione).

Se poi il pilastro ha una lunghezza maggiore di 15 volte la minor dimensione della sua sezione trasversale, allora occorre calcolarlo colla formola di Rankine (vedi pag. 283 formula (200)), in cui α si può assumere $= 0.00015$.

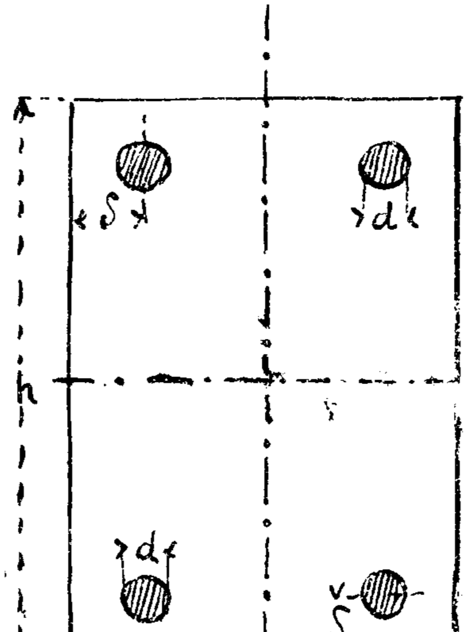
Per un calcolo di verifica la (200) si presta senz'altro, poichè dalle dimensioni del pilastro permette di ricavare subito il carico ammissibile P.

Se invece si deve fare un calcolo di progetto, per ottenere la sezione resistente, dato il carico esterno P e la lunghezza libera di flessione del pilastro si può procedere per tentativi, scegliendo una sezione per analogia con altre costruzioni in condizioni paragonabili, e quindi verificando colla (200) la sezione stessa, aumentandone poi le dimensioni se essa risulta deficiente, diminuendole invece se essa risulta esuberante, e ripetendo successivamente la verifica fino ad ottenere una sezione soddisfacente.

I tentativi possono essere evitati, o almeno ridotti di numero, se si fissa "a priori" la forma della sezione, e si determinano poi le sue dimensioni, intendendo che la sezione vari con la legge di omotetia.

b) - Cerchiatura dei Pilastri - (Frettage).

Spesso in un pilastro di cemento armato, oltre all'armatura con ferri longitudinali si dispone una specie di fasciatura formata con una spirale di ferro tondo o di "moietta" che avvolge i ferri dell'armatura longitudinale, con un passo della spirale di circa 30÷40 m.m.; questa disposizione si dice anche <u>frettage</u> e il cemento



armato in tali condizioni si suol chiamare <u>béton fretté</u>.

La disposizione è dovuta al Considère, il quale fece pure in proposito numerosissime esperienze conclusive. Il risultato di questa disposizione è quello di ostacolare, mediante la cerchiatura laterale o frettage, le dilatazioni trasversali che si verificano nel pilastro quando questo è compresso secondo l'asse: perciò il calcestruzzo resiste in migliori condizioni, ed il carico ammissibile sul pilastro può essere notevolmente aumentato.

Dell'influenza del frettage secondo i risultati sperimentali, si tiene conto, considerando come sezione resistente di cemento una sezione ideale che si calcola come ora diremo.

Sia A_f l'area della sezione trasversale del tondino o della moietta che costituisce la spirale di fasciatura; sia <u>l</u> la lunghezza di una intera spira della fasciatura e sia <u>p</u> il passo della spirale. Si definisce allora come sezione ideale del frettage, indicandola con A_{fi}, la sezione di una barra ideale longitudinale avente a parità di lunghezza di pilastro lo stesso volume della spirale di frettage. Si ha quindi evidentemente:

$$A_{fi} = A_f \frac{l}{p}$$

Se indichiamo con <u>l'</u> la lunghezza della proiezione di l sulla sezione trasversale del pilastro, sarà:

$$l = \sqrt{l'^2 + p^2}$$

e siccome quasi sempre p è molto piccolo in confronto di l', si può ritenere spesso con buona approssimazione:

$$l = l'$$

Ciò posto, in base ai risultati sperimentali sopra ricordati, e coi simboli già noti, si pone come sezione resistente ideale di cemento:

$$A_{ci} = A_c + n\,A_m + 20\,A_{fi} \qquad (256)$$

Con questa sezione ideale, il calcolo statico di un pilastro in *béton fretté*, si fa come quello più sopra esposto per il pilastro semplice senza frettage, tenendo conto del carico di punta, mediante la formula di Rankine, quando ne sia il caso.

È buona regola tenere A_{ci} non superiore a $2A_c$.

La spirale del frettage si tiene ad una distanza di circa 1 cm dal perimetro esterno della sezione; il passo della spirale si prende tra $\frac{1}{5}$ ed $\frac{1}{10}$ della minor dimensione del nocciolo compreso internamente alla spirale. La sezione A_f si assume tra $\frac{1}{5}$ ed $\frac{1}{8}$ della sezione A_m dell'armatura longitudinale.

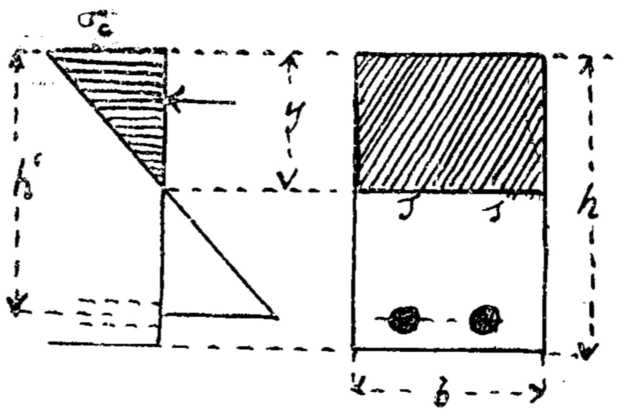
Calcolo dei solidi inflessi.

Travi semplici. Nel calcolo dei solidi inflessi si devono tener presenti i concetti fondamentali esposti in principio: inoltre si ammette la legge della conservazione delle sezioni piane, poichè numerosi esperimenti dimostrarono che essa è praticamente soddisfatta.

Studieremo ora il calcolo di travi semplici soggette a flessione: studieremo più oltre l'effetto del taglio.

a) *Sezione rettangolare, armatura semplice*.

Si consideri una trave a sezione rettangolare, con armatura da una sola parte, (nella zona tesa), armatura costituita di uno o più tondini di area complessiva A_m; sia b la base del rettangolo, h la sua altezza, ed h' la distanza del centro della sezione metallica dal bordo estremo della zona compressa.



L'asse di separazione s tra la zona di cemento compressa e quella inerte (nella quale reagisce il ferro a tensione), si determina colla equazione seguente, la quale esprime pure che detto asse è baricentrico per la sezione netta:

$$\frac{by^2}{2} = n\,Am\,(h'-y)$$

dalla quale, risolvendo rispetto ad y, e scartando la radice negativa, priva di significato concreto, si trova:

$$y = \frac{nA_m}{b}\left[-1+\sqrt{1+2\frac{bh'}{nA_m}}\right] \qquad (257)$$

Le tensioni massime nel calcestruzzo e nel ferro si possono ricavare in funzione del momento flettente dato M, rispettivamente colle relazioni:

$$\left.\begin{aligned} \sigma_c &= \frac{2M}{by\left(h'-\frac{y}{3}\right)} \\ \sigma_m &= \frac{M}{A_m\left(h'-\frac{y}{3}\right)} \end{aligned}\right\} \qquad (258)$$

Esse si possono pure ricavare colla formola ben nota di Navier, esprimendole come segue:

$$\sigma_c = \frac{My}{I} \quad ; \quad \sigma_n = n\frac{M(h'-y)}{I}$$

ove I è il momento d'inerzia della sezione rispetto all'asse s espresso da:

$$I = \frac{1}{3}by^3 + nA_m\left(h'-y\right)^2$$

Le formole che precedono si prestano bene per fare la verifica statica di una data sezione.

Volendo invece progettare direttamente una sezione di data larghezza b, atta a resistere ad un momento flettente dato M, dobbiamo osservare che per la conservazione delle sezioni piane si deve avere un dato rapporto tra le dilatazioni unitarie nel ferro ε_m e nel cemento ε_c; e precisamente deve essere:

$$\frac{\varepsilon_m}{\varepsilon_c} = \frac{h'-y}{y} \qquad (259)$$

Applicando ora la legge di Hooke, tenendo conto del rapporto n tra i moduli di elasticità, introducendo il rapporto $r = \frac{\sigma_m}{\sigma_c}$, e semplificando si ottiene:

$$y = \frac{m}{r+n} h' \qquad (260)$$

Se introduciamo questa espressione nella 1ª delle (258), risolviamo rispetto ad h', e poniamo $\sigma_c = K_c$ (K_c = = carico di sicurezza nel cemento) otteniamo:

$$h' = (r+n) \sqrt{\frac{6M}{n b K_c (3r+2n)}} \qquad (261$$

Inoltre, per l'equilibrio alla traslazione in direzione dell'asse geometrico le risultanti degli sforzi di compressione nel cemento e di tensione nel ferro devono essere uguali e di segno contrario; perciò in valore assoluto si ha: supponendo che le tensioni massime nei due materiali uguaglino i rispettivi carichi di sicurezza K_c e K_m:

$$A_m K_m = \frac{K_c}{2} y b \qquad (262)$$

da cui, tenendo conto della (260) si ottiene:

$$A_m = \frac{n}{2r(r+n)} b h' \qquad (263)$$

Usando ferro omogeneo e calcestruzzo dosato con 300 Kg. di buon cemento per m³ di impasto, si può porre:

$K_m = 1050$ Kg/cm² ; $K_c = 35$ Kg/cm².

Allora le formole (260) (261) (263) divengono rispettivamente:

$$\left.\begin{aligned} y &= \frac{1}{4}\ h' \\ h' &= \frac{1}{2}\sqrt{\frac{M}{b}} \\ A_m &= \frac{1}{240}\ bh' \end{aligned}\right\} \qquad (264)$$

e queste sono le formole che servono per il calcolo diretto di progetto di una trave rettangolare con armatura semplice -

b) Sezione rettangolare, doppia armatura -

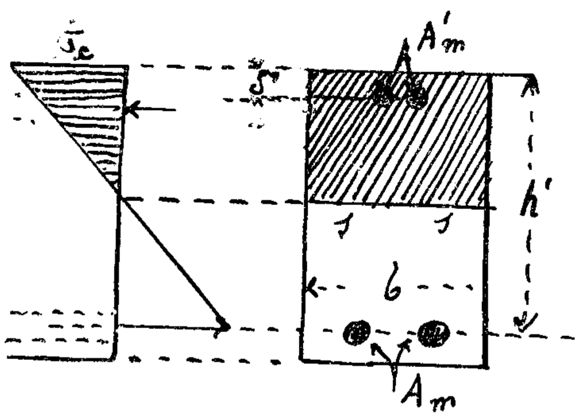
Se anche nella zona compressa si ha un'armatura di ferro, di sezione A'_m e col centro situato dal lembo della zona compressa ad una distanza δ', allora la posizione dell'asse neutro si determina analiticamente colla relazione seguente, la quale ancora esprime che l'asse neutro è baricentrico per la sezione netta.

$$\frac{by^2}{2} + n\,A'_m\,(y - \delta') = n\,A_m\,(h' - y) \qquad (265)$$

da cui risolvendo si trova:

$$y = n\,\frac{A_m + A'_m}{b}\left(-1 + \sqrt{1 + 2b\,\frac{A_m h' + A'_m \delta'}{n(A_m + A'_m)^2}}\right) \quad (266)$$

Le tensioni massime nei due materiali si tro-



vano poi colle equazioni seguenti, che equaglino il momento delle forze interne al momento flettente esterno:

$$M = \frac{1}{2}\sigma_c b y\left(h' - \frac{y}{3}\right) + \sigma'_m F'_m (h' - \delta') \qquad (267)$$

(si noti che questa è l'equazione dei momenti delle forze rispetto al centro della sezione metallica A_m, la cui reazione dà perciò momento nullo); ma, per la conservazione delle sezioni piane:

$$\sigma'_m = n\sigma_c \frac{y - \delta'}{y} \qquad (268)$$

quindi la (267) diviene:

$$M = \frac{1}{2}\sigma_c b y\left(h' - \frac{y}{3}\right) + n\sigma_c \frac{y-\delta'}{y} A_m (h' - \delta') \qquad (269)$$

dalla quale, risolvendo, si trova:

$$\sigma_c = \frac{M}{\frac{1}{2} b y\left(h' - \frac{y}{3}\right) + n\frac{y-\delta'}{y} A'_m (h' - \delta')} \qquad (270)$$

Trovato σ_c, si trova σ'_m dalla (268), e σ_m da un'altra relazione analoga, la quale pure esprime la conservazione delle sezioni piane: ed è la seguente:

$$\sigma_m = n\sigma_c \frac{h'-y}{y} \qquad (271)$$

anche in questo caso si possono calcolare le σ_m, σ'_m, σ_c colla nota formula di Navier, trovando:

$$\sigma_c = \frac{My}{I}$$

$$\sigma_m = n\frac{M(h-y)}{I}$$

$$\sigma'_m = n\frac{M(y-\delta')}{I}$$

Dove I, momento d'inerzia della sezione resistente netta rispetto all'asse neutro, è:

$$I = \frac{1}{3}by^3 + n\left[A_m(h'-y)^2 + A'_m(y-\delta')^2\right]$$

Si deve ora osservare che se anche qui poniamo: $\sigma_m : \sigma_c = r$, e ricaviamo dalla (271) il valore di y, otteniamo per esso la stessa espressione data dalla (260) per la trave ad armatura semplice; ossia, a parità di r ed n l'altezza y della zona di cemento compressa è sempre una determinata frazione dell'altezza h', frazione che resta la stessa sia nella trave con armatura semplice, sia in quella con doppia armatura.

$$y = \frac{n}{r+n}h'$$

Per fare il calcolo diretto di progetto talora si usa nella pratica calcolare la sezione a doppia armatura, prescindendo dalla presenza della A'_m nella zona compressa: tale semplificazione è talora ammissibile praticamente.

Ma talvolta è opportuno procedere in modo più rigoroso, ed imponendo la condizione di uguale resistenza, che cioè il cemento ed il ferro siano sollecitati entrambi ai rispettivi carichi di sicurezza. Si utilizza in tal caso la (269), nella quale si pone $\sigma_c = K_c$ = carico di sicurezza a compressione, ottenendo:

$$M = K_c \left[\frac{by}{2}\left(h' - \frac{y}{3}\right) + n A'_m \frac{y - \delta'}{y} (h' - \delta') \right] \qquad (272)$$

Altra equazione che torna utile è quella che esprime l'equilibrio alla traslazione lungo l'asse geometrico, ossia che la somma degli sforzi interni elementari di trazione uguaglia l'analoga somma degli sforzi interni di compressione; essa è la seguente, se poniamo $\sigma_m = K_m$ ed $\sigma_c = K_c$:

$$K_m A_m = K_c \left[\frac{by}{2} + n A'_m \frac{y - \delta'}{y} \right] \qquad (273)$$

Le due equazioni si possono poi trasformare esprimendo y come frazione di h', secondo la (260) e potremo scrivere:

$$y = r'h' \qquad (274)$$

avendo posto:

$$r' = \frac{n}{r+n} \qquad (275)$$

Allora facendo la sostituzione (274) nelle (272) e (273) queste divengono:

$$M = K_c\left[\frac{b}{2}r'\left(1-\frac{r'}{3}\right)h'^2 + n A'_m \frac{r'h'-\delta'}{r'h'}(h'-\delta')\right] \qquad (276)$$

$$rA_m = \frac{br'h'}{2} + n A'_m \frac{r'h'-\delta'}{r'h'} \qquad (277)$$

Queste due relazioni, oltre ai dati relativi ai materiali impiegati, K_c, n, r, r', (e notiamo che coi valori di r ed r' si tiene conto della condizione di equiresistenza sopra citata), oltre a δ' che si fissa con criterii pratici compreso tra 2.5 e 4 cm. ed oltre ad M, dato relativo al carico esterno, contengono 4 variabili A_m, A'_m, b, h'.

Due tra queste potranno perciò venir scelte ad arbitrio o saddisfacenti eventualmente altre condizioni p. es. d'indole costruttiva, e le altre due potranno venir determinate mediante le due equazioni (276) e (277).

Molto spesso nella pratica una sezione a doppia armatura è la sezione d'incastro in una trave, di cui si calcola in precedenza la sezione in mezzeria, orbene, come vedremo meglio in séguito, in una trave presso le estremità incastrate si rialzano verso il bordo superiore della sezione alcuni dei ferri dell'armatura, i quali, per le sezioni prossime alla mezzeria, sono invece tutti in basso.

In tal caso, quando si passa a fare il calcolo della sezione d'incastro sono già determinate le quantità A_m ed A'_m od almeno conviene tener fissa A'_m e variare soltanto A_m.

Le equazioni (276) e (277) (come è facile riconoscere con semplice esame) sono lineari in A_m, A'_m, b; invece in h' la (276) è di terzo grado e la (277) di secondo grado.

Se è dato h' ed una delle altre tre grandezze, allora le equazioni sono lineari nelle incognite, e non offrono difficoltà.

Se una delle due incognite è la A_m, poichè essa compare soltanto nella (277), allora la (276) contiene solo l'altra incognita, che ne viene perciò determinata separatamente; sostituito il relativo valore nella (277) in cui sono date le altre due grandezze, si ricava pure separatamente la A_m; se l'altra incognita è la h', la (276), che in essa è di 3° grado, si può risolvere col noto metodo algebrico, ovvero per tentativi, aiutandosi eventualmente con diagrammi ed escludendo le radici che non abbiano un significato pratico.

Se poi sono date la A_m e la A'_m tra le due equazioni si può eliminare la b, che compare in esse linearmente: uguagliati i due valori di b da esse ricavati in funzione di h' e delle quantità date, si ottiene un'equazione di 2° grado in h' (com'è facile verificare); delle due radici di questa una risulta negativa, e perciò è da escludere: si assume quindi come valore di h' l'altra radice.

Quest'ultimo caso è quello che più comunemente si presenta nel calcolo delle travi inflesse, come vedremo più innanzi.

Tensioni tangenziali - Calcolo delle staffe

In una sezione trasversale di un solido soggetto a flessione e taglio si sviluppa in corrispondenza dell'asse neutro la tensione tangenziale massima τ_{max} data dalla ben nota relazione (V. Cap. 6 a pag. 168)

$$\tau_{max} = \frac{T\,\mathfrak{M}_0}{I\,b}$$

ove T è lo sforzo di taglio, I il momento d'inerzia della sezione resistente rispetto all'asse neutro, b_0 la larghezza della sezione proprio in corrispondenza dell'asse neutro stesso, ed $\mathfrak{M}_0$ il momento statico, rispetto all'asse neutro, di una delle due parti in cui questo divide la sezione.

Si dimostra pure che il rapporto $\frac{I}{\mathfrak{M}_0}$ è la distanza misurata parallelamente al piano di sollecitazione, tra i due punti nei quali sono rispettivamente applicate le risultanti degli sforzi interni di compressione e di tensione nelle due zone in cui l'asse neutro divide la sezione.

Per una trave in cemento armato si ha:

$$\frac{I}{\mathfrak{M}_0} = h' - \frac{y}{3}$$

ed inoltre

$$z_c = b$$

quindi sostituendo, risulta:

$$\tau_{max} = \frac{T}{b\left(h' - \frac{y}{3}\right)} \qquad (278)$$

Si dimostra pure che nella sezione longitudinale fatta nella trave col piano degli assi geometrico e neutro si ha una tensione tangenziale uguale alla τ_{max}.

Perciò su un tratto di trave lungo Δx, sulla porzione di sezione longitudinale di area $b\,\Delta x$, si esercita uno sforzo tangenziale dato da:

$$\tau_{max} \cdot b \cdot \Delta x = \frac{T}{h' - \frac{y}{3}} \Delta x$$

Non potendo fare assegnamento su una resistenza del calcestruzzo a detto sforzo tangenziale, poichè si potrebbe, nella detta sezione longitudinale, avere eventualmente qualche screpolatura, si usa disporre, incorporate nel calcestruzzo, sulla mezzeria del tratto Δx una o più staffe di ferro, costituite da tondi in generale da 8 m/m di diametro, ripiegati ad V, abbraccianti i tondini dell'armatura resistenti a tensione, disposte coi loro assi normali al piano degli assi geometrico e neutro.

In tal caso lo sforzo tangenziale $\tau_{max}\ b \cdot \Delta x$ verificantesi sull'area $b \cdot \Delta x$, viene equilibrato dalla resistenza alla recisione delle dette staffe, e poichè queste hanno una piccola sezione, e sono incorporate nel cemento, in modo che le loro sezioni trasversali debbano mantenersi piane, si ritiene che sulle sezioni trasversali stesse la tensione tangenziale si distribuisca uniformemente.

Perciò se i è il numero delle staffe, se ω è l'area della sezione trasversale del tondino e se K_m è il carico di sicurezza a trazione del ferro di cui sono costituite, si ha:

$$\frac{4}{5} K_m \cdot 2 i \omega = \frac{T}{h - \frac{y}{3}} \Delta x$$

Da questa relazione, fissato Δx, si può ricavare ω o viceversa; e si noti che Δx rappresenta la distanza tra due gruppi di staffe consecutive.

Più comunemente si fissa ω e si ricava Δx, si mantiene poi ω costante per i vari gruppi di staffe; ed allora deve restare costante pure il prodotto $T \Delta x$.

Perciò, se abbiamo il diagramma dello sforzo di taglio e lo dividiamo in varie strisce verticali, ciascuna di area equivalente a $T \Delta x$, ogni gruppo di staffe dovrà essere collocato in corrispondenza della verticale baricentrica della striscia relativa.

La determinazione di queste striscie si può fare agevolmente utilizzando la linea integrale del diagramma dello sforzo di taglio, per un tratto in cui il taglio mantiene valori tutti dello stesso segno. Si divide allora l'ordinata estrema di detta linea integrale in tante parti uguali, quante sono le staffe che si vogliono porre nel tratto considerato, in modo che ogni parte rappresenti un valore che si approssimi per difetto al $T \Delta x$ prima calcolato. Poi per i punti di divisione si conducono delle parallele alla fondamentale (orizzontale) che intersecano la linea integrale suddetta in punti che stanno sulle verticali dividenti delle striscie cercate.

È facile riconoscere che per una trave uniformemente caricata, partendo dalla sezione di sforzo di taglio nullo, le distanze progressive dei vari gruppi di staffe devono stare tra loro come le radici quadrate dei successivi numeri interi, cioè come $\sqrt{1} : \sqrt{2} : \sqrt{3} \ldots\ldots$

Alle sollecitazioni tangenziali si oppongono anche i ferri che, divenuti superflui per resistere alla flessione procedendo dalla mezzeria verso gli appoggi, si ripiegano per armare la zona compressa (quando si tratti di travi appoggiate) ovvero per assorbire le sollecitazioni di tensione che, per l'inversione del segno del momento flettente, nelle travi incastrate si verificano nelle fibre più alte. Se la resistenza alle sollecitazioni tangenziali è affidata precipuamente ai ferri piegati, si usa disporre le staffe equidistanti, se invece si fa affidamento sulle staffe, queste si avvicinano maggiormente là dove maggiore è lo sforzo di taglio, secondo quanto si è detto più sopra.

La piegatura dei ferri è fatta (salvo casi eccezionali di travi molto alte) con inclinazione di 45° cioè secondo le direzioni delle tensioni principali in corrispondenza dell'asse neutro (confronta pag: 104, 105 e 160) ed è bene siano disposti in modo che ogni sezione inclinata a 45° ne incontri almeno uno.

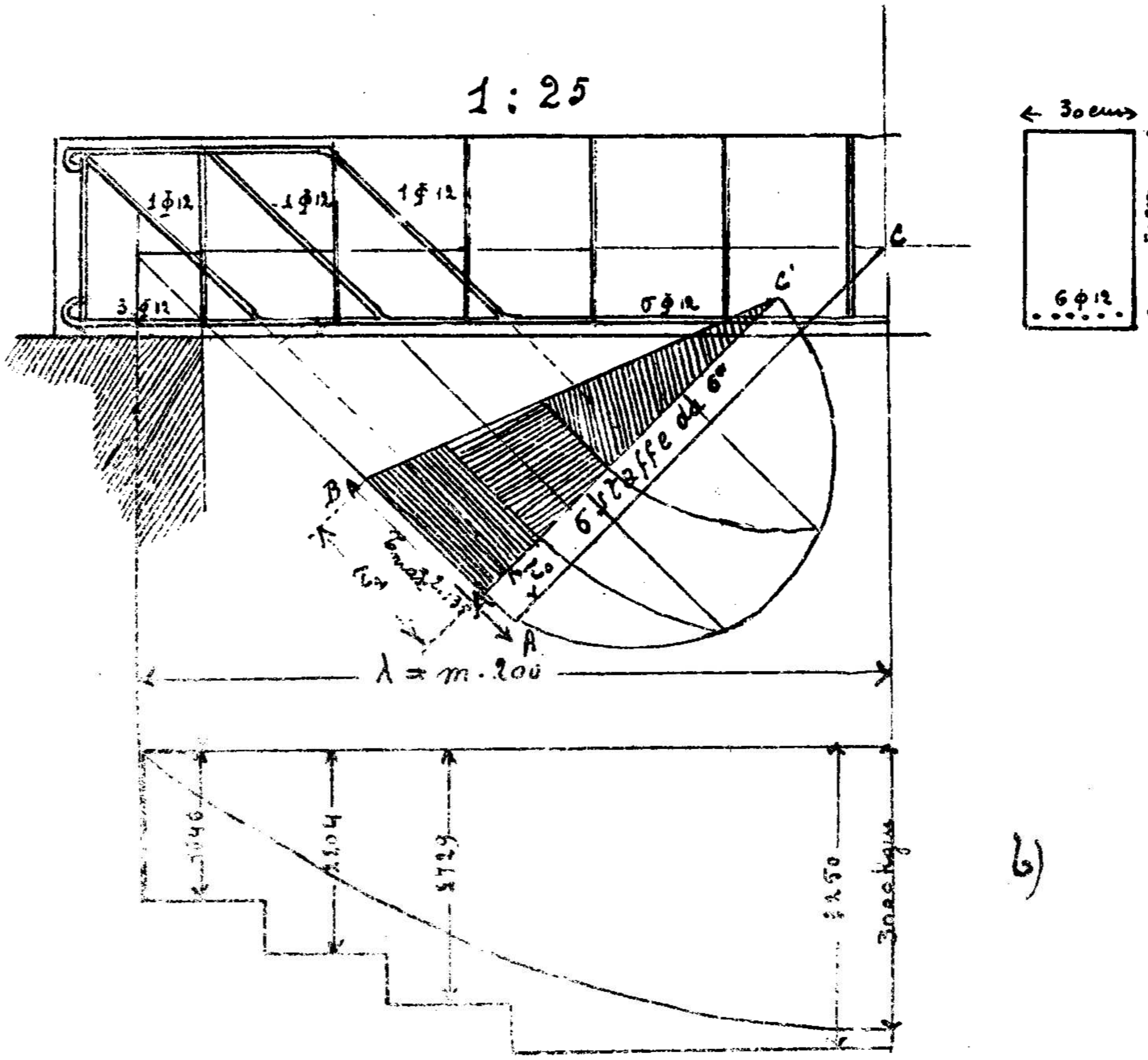
Riferiamoci ad un tratto λ di trave (per es: al tratto compreso fra la sezione in cui lo sforzo di taglio è nullo e un estremo della trave).

Indichiamo con $K A_m$ (K carico di sicurezza, A_m area complessiva dei ferri piegati sul tratto λ) lo sforzo complessivo di trazione che può essere assorbito da tutti i ferri piegati sul tratto λ. Tale forza inclinata a 45° deve equilibrare la risultante delle tensioni principali τ pure inclinata a 45° agenti (non uniformemente) sull'area $\frac{\lambda b}{\sqrt{2}}$ (dove b è la larghezza della trave) avremo dunque

$$K A_m = \frac{1}{\sqrt{2}} \int_0^{\lambda} \tau b \, dz \qquad (279)$$

se con τ_m indichiamo il valore medio di τ nel tratto considerato

$$K A_m \sqrt{2} = \tau_m \, b \lambda$$



Se si traccia una fondamentale CA inclinata a 45° sulla orizzontale a partire dalla sezione in cui si annulla il taglio e si disegna un diagramma in cui le ascisse sono quelle della trave divise per $\sqrt{2}$ e le ordinate sono le τ; l'area del diagramma stesso, moltiplicata per la larghezza b della trave rappresenta $\frac{1}{\sqrt{2}}\int_0^\lambda \tau b\, dz$, cioè il valore che, per la (279), deve risultare eguale a KA_m, che è la sollecitazione di trazione che può essere assorbita dai ferri piegati sul tratto λ.

Per stabilire la posizione della piegatura dei ferri si divide l'area del diagramma in parti proporzionali alla sezione di ciascun ferro (in un numero di parti equivalenti eguale al numero dei ferri piegati, se questi hanno lo stesso diametro) ed in corrispondenza dei baricentri delle aree parziali si piegano i ferri. Il punto di ordinata zero del diagramma su detto non si sceglie sull'asse neutro, ma a mezza altezza tra i ferri longitudinali tesi e l'asse neutro, altrimenti le piegature dei ferri risultano troppo vicine alla mezzeria.

È opportuno disegnare il diagramma del momento flettente e quello del momento resistente (che in funzione dell'area tesa è dato da $KA_m\left(h' - \frac{y}{3}\right)$) per assicurarsi che la piegatura dei ferri non sia fatta in modo tale da lasciare scoperta una parte del diagramma del momento flettente.

Applichiamo quanto precede al seguente esercizio:

Calcolare una trave semplicemente appoggiata, caricata uniformemente da 1500 $^{Kg}/_{ml}$. luce m: 4.00 larghezza 30 cm.

Il momento flettente massimo è:

$$\frac{1}{8}\ 1500 \times 16 = 3000 \text{ kgm.}$$

Applicando le formule (264)

$$h' = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{300\,000}{30}} = 50 \text{ cm.}$$

$$A_m = \frac{1}{240}\ 30 \times 50 = 6{,}24 \text{ cm}^2$$

L'armatura si realizzerà con 6 tondi da 12''' la cui area complessiva è: $6 \times 1{,}13 = 6{,}78$ cm^2.

Lo sforzo tagliante all'appoggio è di 3000 kg.

Stabiliamo di rimalzare tre tondi da 12, l'armatura nella zona tesa sarà quindi di cm^2 3,39 e trascurando l'armatura nella zona compressa ricaviamo all'appoggio (v. formola (267)

$$y = \frac{3{,}39 \times 10}{30}\left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \times 30 \times 50}{3.39 \times 10}}\right) = 8{,}31$$

quindi (Vedi formula (278)

$$\tau_{max} = \frac{3000}{30 \times \left(50 - \frac{8{,}31}{3}\right)} = 2{,}135 \ ^{Kg}/_{cm^2}$$

Conduciamo dal punto C (vedi figura), a metà altezza fra asse neutro e ferri tesi) una retta inclinata di 45°. In AB riportiamo (nella scala 1cm = 1 $^{Kg}/_{cm^2}$) il valore di τ_{max}. L'area del triangolo CAB, moltiplicata per b, ci dà lo sforzo di trazione che si