Capitolo IV

IL TEOREMA DEI LAVORI VIRTUALI

26. Sia S uno spazio delimitato da una superficie o sistema di superficie Σ, il quale faccia parte dello spazio occupato da un corpo (potendo anche comprendere quest'ultimo interamente); e siano $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$ le componenti della tensione sugli elementi del corpo medesimo, e ξ, η, ζ tre funzioni continue in ogni punto di S ed ammettenti le derivate prime integrabili nello spazio medesimo. Indicati ancora con $\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$ i coseni direttori della normale esterna a Σ, da una semplice applicazione del lemma di Gauss si ottiene la relazione

$$\begin{aligned}
&\int_{(\Sigma)} \{(\sigma_x\alpha_x + \tau_{yx}\alpha_y + \tau_{zx}\alpha_z)\,\xi + (\tau_{xy}\alpha_x + \sigma_y\alpha_y + \tau_{zy}\alpha_z)\,\eta + \\
&\qquad\qquad + (\tau_{xz}\alpha_x + \tau_{yz}\alpha_y + \sigma_z\alpha_z)\,\zeta\}\,dA - \\
&-\int_{(S)} \left\{\left(\frac{\partial\sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{zx}}{\partial z}\right)\xi + \left(\frac{\partial\tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial\sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{zy}}{\partial z}\right)\eta + \right.\\
&\qquad\qquad \left. + \left(\frac{\partial\tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial\sigma_z}{\partial z}\right)\zeta\right\} dV = \qquad (30)\\
&= \int_{(S)} \left\{\sigma_x\frac{\partial\xi}{\partial x} + \sigma_y\frac{\partial\eta}{\partial y} + \sigma_z\frac{\partial\zeta}{\partial z} + \tau_{xy}\left(\frac{\partial\xi}{\partial y} + \frac{\partial\eta}{\partial x}\right) + \right.\\
&\qquad\qquad \left. + \tau_{yz}\left(\frac{\partial\eta}{\partial z} + \frac{\partial\zeta}{\partial y}\right) + \tau_{zx}\left(\frac{\partial\zeta}{\partial x} + \frac{\partial\xi}{\partial z}\right)\right\} dV,
\end{aligned}$$

valida anche quando vi siano in S superficie di discontinuità della tensione. Basta infatti osservare che l'espressione $\sigma_x\alpha_x + \tau_{xy}\alpha_y + \tau_{xz}\alpha_z$ e le analoghe, intesi per $\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$ i coseni direttori della normale ad una di tali superficie, sono combinazioni lineari delle componenti esteriori della tensione rispetto alla superficie medesima (cioè le componenti secondo gli assi coordinati del vettore $\boldsymbol{t}_n$), e restano perciò necessariamente continue attraverso quest'ultima: si potrà allora considerare da prima la spazio S tagliato secondo le superficie di discontinuità (delle componenti interiori), poi sommare, nel caso che S resti in tal modo diviso, le relazioni ottenute.

Se ora si assumono le funzioni ξ, η, ζ infinitesime, considerandole come componenti di uno *spostamento virtuale* assegnato ai punti del corpo (cioè uno spostamento arbitrario infinitesimo), la (30) diventa, ricordate inoltre le relazioni fondamentali (23) e le equazioni indefinite d'equilibrio (25),

$$\begin{aligned}\int_{(S)}(X\xi + Y\eta + Z\zeta)\, dV + \int_{(\Sigma)}(t_{nx}\,\xi + t_{ny}\,\eta + t_{nz}\,\zeta)\, dA = \\ = \int_{(S)}(\sigma_x\,\varepsilon_x + \sigma_y\,\varepsilon_y + \sigma_z\,\varepsilon_z + \tau_{xy}\,\gamma_{xy} + \tau_{yz}\,\gamma_{yz} + \tau_{zx}\,\gamma_{zx})\, dV,\end{aligned} \tag{31}$$

dove in luogo di t_{nx}, t_{ny}, t_{nz} si porranno le componenti f_x, f_y, f_z della forza di superficie in quella parte di Σ che coincida colla superficie delimitante il corpo (in particolare sull'intera Σ nel caso che S sia l'intero spazio occupato da questo). È chiaro che quando si passi al caso limite delle forze concentrate secondo la definizione del paragrafo 19, il primo membro tenderà a un limite determinato e finito, al quale dovrà tendere pertanto necessariamente anche il secondo membro.

Facendo tendere lo spazio S ad un punto, la (31) viene a significare che la funzione

$$\sigma_x\,\varepsilon_x + \sigma_y\,\varepsilon_y + \sigma_z\,\varepsilon_z + \tau_{xy}\,\gamma_{xy} + \tau_{yz}\,\gamma_{yz} + \tau_{zx}\,\gamma_{zx}$$

uguaglia il lavoro virtuale delle forze agenti sull'elemento infinitesimo, riferito all'unità di volume di questo: essa sarà perciò indicata come *lavoro virtuale unitario interno* (113), e il suo integrale, secondo membro della (31), come *lavoro virtuale interno* della parte del corpo occupante lo spazio S. Può così enunciarsi il seguente teorema:

Considerato un corpo in equilibrio sotto l'azione di un certo sistema di forze di massa e di superficie, ed assegnato per i punti di esso uno spostamento virtuale, il lavoro virtuale interno uguaglia il lavoro virtuale esterno,

---

(113) Il nome interno significa unicamente che è espresso soltanto per la tensione. Lavoro esterno per l'elemento infinitesimo, riferito all'unità di volume, sarebbe l'espressione equivalente

$$\lim \frac{1}{V}\left\{\int_{(S)}(X\xi + Y\eta + Z\zeta)\, dV + \int_{(\Sigma)}(t_x\,\xi + t_y\,\eta + t_z\,\zeta)\, dA\right\},$$

inteso il limite per S riducendosi ad un punto.

cioè quello delle forze suddette per lo spostamento medesimo. Per lavoro virtuale interno è da intendere come s'è detto l'integrale della funzione $\sigma_x \varepsilon_x + \dots + \tau_{zx} \gamma_{zx}$, essendo $\sigma_x, \dots, \tau_{zx}$ le componenti di una tensione che sia in equilibrio con tali forze, ed $\varepsilon_x, \dots, \gamma_{zx}$ le componenti della deformazione derivante dallo spostamento virtuale assegnato. Non occorre ricordare che mentre quando sia assegnata la tensione le forze di massa e di superficie resteranno univocamente determinate dalle relazioni (25) e (25′), quando siano invece assegnate le forze la tensione sodisfacente alle relazioni medesime ammetterà infinite determinazioni, per ciascuna delle quali sarà ugualmente valida l'uguaglianza affermata dal teorema; e che tensione e forza da un lato, spostamento e deformazione dall'altro sono qui da considerare tra loro affatto indipendenti. Nè infine va dimenticato che per corpo può intendersi anche una qual si voglia parte di un corpo, riguardando come forze esterne anche le tensioni sulla superficie di separazione.

Il teorema enunciato viene a coincidere formalmente in un caso particolare col più volte citato principio dei lavori virtuali nella forma ordinaria: quando cioè si assuma nel primo lo spostamento virtuale in forma di moto rigido, e nel secondo si consideri un solo corpo rigido libero. (Si avverta, ricordando la nota (15), che effettivamente in tal caso resta esclusa la parte essenziale del principio dei lavori virtuali.)

È evidente il significato diretto dell'espressione del lavoro virtuale interno unitario: essa rappresenta il lavoro delle tensioni alla superficie di un elemento infinitesimo per la sola parte dello spostamento di esso data dalla deformazione pura (§ 6), rapportato all'unità di volume dell'elemento medesimo. Basta considerare l'elemento parallelepipedo di spigoli dx, dy, dz (fig. 60), e osservare che l'espressione

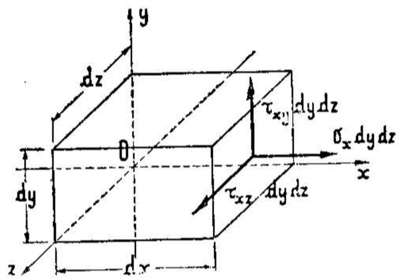

Fig. 60

$$\sigma_x\, dy\, dz \cdot \varepsilon_x\, dx + \tau_{xy}\, dy\, dz \cdot \frac{1}{2}\gamma_{xy}\, dx + \tau_{zx}\, dy\, dz \cdot \frac{1}{2}\gamma_{zx}\, dx$$

rappresenta il lavoro suddetto delle tensioni sulle due facce normali ad x (114), ed espressioni analoghe rappresentano i lavori delle tensioni sulle altre due coppie di facce opposte.

(114) La tensione su due elementi corrispondenti delle facce considerate (cioè allineati secondo la normale comune) è $\pm(\sigma_x \boldsymbol{i} + \tau_{xy} \boldsymbol{j} + \tau_{zx} \boldsymbol{k})$, essendo i valori delle componenti $\sigma_x, \tau_{xy}, \tau_{zx}$ a meno di quantità infinitesime uguali nei due punti, e pari a quelli del punto al quale si riduce al limite l'elemento; mentre la differenza degli sposta-

La concordanza di tale significato diretto con quello sopra indicato risultante dalla (31) si scorge facilmente ricordando che per essere l'elemento in equilibrio, il lavoro delle forze di massa e di superficie su esso agenti è nullo (cioè infinitesimo d'ordine superiore rispetto al volume dell'elemento medesimo) per la parte dello spostamento che rappresenta al limite il moto rigido, e che tale è anche il lavoro delle forze di massa per l'altra parte, ossia per la deformazione pura [115]. Per giungere da tale considerazione a una seconda e più intuitiva dimostrazione del teorema dei lavori virtuali basta dimostrare che come dalla (31) passando all'elemento infinitesimo si ricava il significato sopra ricordato, così da quest'ultimo può risalirsi alla stessa (31). Considerato il corpo diviso com'è indicato schematicamente nella fig. 61, si avverta infatti che per ogni spostamento virtuale il lavoro delle forze di superficie di esso uguaglia la somma dei lavori delle forze di superficie delle singole parti, essendo continui per ipotesi attraverso ogni superficie di divisione lo spostamento e la tensione sulla superficie medesima (come per questa ultima si è già osservato); onde aggiungendo il lavoro delle forze di massa risulta appunto il lavoro virtuale esterno uguale alla somma dei lavori delle forze di massa e di superficie delle singole parti per l'intero spostamento virtuale.

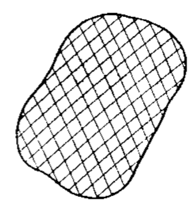

Fig. 61

27. Un'applicazione importantissima del teorema dei lavori virtuali è quella concernente la ricerca della componente secondo una data direzione dello spostamento di un dato punto di un corpo, vincolato in modo da restare fisso, quando sia assegnata in ogni punto di esso la deformazione (congruente non solo intrinsecamente, ma anche rispetto al sistema dei vincoli quando questo sia iperstatico). Essendo P il punto considerato, e δ l'incognita componente dello spostamento di esso secondo la direzione d, per la quale sia fissato un verso positivo, si pensi di applicare in P secondo la direzione medesima una forza arbitraria F^* che si dirà *forza ausiliaria* (fig. 62). Considerato allora un qualun-

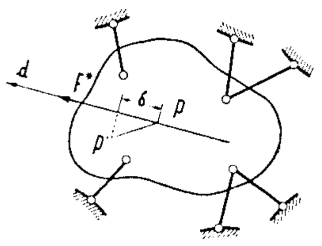

Fig. 62

menti dei punti medesimi per la parte attinente alla deformazione pura è $\mathfrak{D}'(dx\boldsymbol{i}) = \varepsilon_x\, dx\, \boldsymbol{i} + \frac{1}{2}\gamma_{xy}\, dx\, \boldsymbol{j} + \frac{1}{2}\gamma_{zx}\, dx\, \boldsymbol{k}$, dove le componenti $\varepsilon_x, \gamma_{xy}, \gamma_{zx}$ sono da intendere anch'esse valutate nel punto suddetto.

[115] Nullo è pure ovviamente il lavoro delle forze di massa per la rotazione dell'elemento. Per il lavoro delle forze di massa conta solo la traslazione, cioè uno spostamento medio dei punti dell'elemento infinitesimo.

que sistema di reazioni R^* dei vincoli che faccia equilibrio a tale forza, e un qualunque sistema di tensioni in equilibrio col sistema costituito dalla forza medesima e da tali reazioni, si applichi il teorema dei lavori virtuali assumendo come spostamento virtuale quello corrispondente alla deformazione assegnata. Detti ϱ gli spostamenti assegnati per i punti vincolati (ciascuno col proprio segno secondo il verso considerato positivo per la rispettiva reazione), si ottiene

$$F^*\delta + \Sigma R^*\varrho = \mathcal{L}_i ,$$

essendo $\mathcal{L}_i$ il lavoro virtuale interno; ossia

$$\delta = \frac{\mathcal{L}_i}{F^*} - \Sigma \frac{R^*}{F^*}\varrho \quad ([116]). \tag{32}$$

Si vuol insistere sull'arbitrarietà del sistema di reazioni (naturalmente quando i vincoli siano iperstatici) e del sistema di tensioni in equilibrio con la forza ausiliaria e con esse reazioni, perchè consente di pervenire alla soluzione del proposto problema analitico nel modo più agevole. Per quanto riguarda in particolare le reazioni, esse possono ridursi in ogni caso alle sei corrispondenti a un sistema di vincoli isostatico, ponendo uguale a zero le reazioni iperstatiche ([117]).

Si è indicato così in sostanza un altro procedimento per la risoluzione del problema dell'integrazione della deformazione trattato al capitolo II: procedimento ovviamente preferibile (tenuto conto di quanto s'è detto alla nota ([117])) quando si debbano esprimere solo le componenti di spostamento di determinati punti, com'è necessario in particolare per porre le condizioni di congruenza riguardanti i vincoli (§ 16). Si tratta naturalmente di un altro procedimento analitico, anche se espresso in termini meccanici, atto a risolvere un problema che è puramente geometrico: i concetti di forza ausiliaria, di reazioni e di tensioni non sono qui essenziali, ma servono solo per indicare brevemente col nome di equilibrio le

---

([116]) E' chiaro che le reazioni R^* possono assumersi proporzionali alla F^*, e tale quindi può assumersi anche la tensione da cui dipende linearmente $\mathcal{L}_i$. Si potranno indicare i rapporti delle R^* e della tensione alla F^* come «reazioni e tensione in equilibrio con la forza unitaria», senza però dimenticare che l'espressione forza unitaria da sola non può significare nulla di diverso da una forza di intensità arbitraria.

([117]) S'intende che la determinazione esatta di una tensione in equilibrio colla forza ausiliaria e con le suddette reazioni sarebbe sempre, in generale, tutt'altro che facile. Nelle applicazioni si ricorre perciò a soluzioni approssimate, che in molti casi si ottengono invece immediatamente, come per esempio nella teoria delle travi. Nel caso delle travature reticolari si trova in modo semplicissimo una soluzione esatta (s'intende del problema schematizzato secondo la definizione delle travature medesime).

relazioni fra i numeri $\frac{R^*}{F^*}$ e le quantità $\frac{\sigma^*}{F^*}$ (inverse di aree, intesa per σ una generica componente di tensione). In particolare è chiaro che sarebbe assurdo parlare di applicazione di un principio di natura fisica alla risoluzione di un tale problema.

Si ricordi da ultimo che quando si siano determinate in tal modo tre componenti dello spostamento di uno stesso punto secondo tre direzioni arbitrariamente scelte, si otterrà il vettore spostamento conducendo per un punto fisso tre segmenti paralleli alle direzioni medesime e rappresentanti in una stessa scala tali componenti, e dagli estremi di essi i rispettivi piani normali, il cui punto d'incontro sarà il secondo estremo del vettore.

28. Il teorema dei lavori virtuali può essere invertito in due modi, come ora si vuol dimostrare.

PRIMO TEOREMA INVERSO. — *L'uguaglianza del lavoro virtuale esterno al lavoro interno per qualunque spostamento infinitesimo e la corrispondente deformazione è condizione sufficiente per l'equilibrio tra un dato sistema di forze di massa e di superficie e un dato sistema di tensioni.* (Il teorema diretto afferma che la condizione è necessaria.)

Siano X, Y, Z ed f_x, f_y, f_z le componenti delle forze considerate, e $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$ le componenti della considerata tensione; e siano ξ, η, ζ le componenti di uno spostamento infinitesimo arbitrario [118]. La condizione

$$\int_{(S)}(X\xi + Y\eta + Z\zeta)\, dV + \int_{(\Sigma)}(f_x\,\xi + f_y\,\eta + f_z\,\zeta)\, dA =$$

$$= \int_{(S)} \left\{ \sigma_x \frac{\partial \xi}{\partial x} + \sigma_y \frac{\partial \eta}{\partial y} + \sigma_z \frac{\partial \zeta}{\partial z} + \right.$$

$$\left. + \tau_{xy}\left(\frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\partial \eta}{\partial x}\right) + \tau_{yz}\left(\frac{\partial \eta}{\partial z} + \frac{\partial \zeta}{\partial y}\right) + \tau_{zx}\left(\frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{\partial \xi}{\partial z}\right)\right\} dV$$

---

(118) Considerando le forze tutte finite (potrà passarsi poi alla considerazione di forze concentrate in vario grado come casi limite), si ammetteranno superficie di discontinuità delle forze di massa e linee di discontinuità delle forze di superficie. Le condizioni di continuità della tensione saranno quelle indicate al § 22.

Lo spostamento va inteso sempre continuo in ogni punto, e con derivate prime e seconde continue nel punto generico.

diventa per la (30), tenuto conto delle (23),

$$\int_{(S)}\left\{\left(\frac{\partial\sigma_x}{\partial x}+\frac{\partial\tau_{yx}}{\partial y}+\frac{\partial\tau_{zx}}{\partial z}+X\right)\xi+\left(\frac{\partial\tau_{xy}}{\partial x}+\frac{\partial\sigma_y}{\partial y}+\frac{\partial\tau_{zy}}{\partial z}+Y\right)\eta+\right.$$
$$\left.+\left(\frac{\partial\tau_{xz}}{\partial x}+\frac{\partial\tau_{yz}}{\partial y}+\frac{\partial\sigma_z}{\partial z}+Z\right)\zeta\right\}dV+$$
$$+\int_{(\Sigma)}\{(f_x-t_{nx})\,\xi+(f_y-t_{ny})\,\eta+(f_z-t_{nz})\,\zeta\}\,dA=0.$$

Per il *lemma fondamentale del calcolo delle variazioni* (119) è dunque necessario, poichè tale relazione deve avere carattere di identità rispetto a ξ, η, ζ, che siano identicamente nulli i moltiplicatori di ξ, η, ζ nei due integrali. Così la condizione considerata si dimostra equivalente all'insieme delle equazioni indefinite d'equilibrio e delle rispettive condizioni al contorno (120).

SECONDO TEOREMA INVERSO. — *L'uguaglianza del lavoro virtuale esterno al lavoro interno per qualunque sistema di tensioni e di forze con esse in equilibrio è condizione sufficiente per la corrispondenza tra un dato*

---

(119) Può dimostrarsi tale lemma, con riferimento al caso di cui trattasi, mediante l'ovvio ragionamento che segue.

Si assuma da prima lo spostamento arbitrario di componenti ξ, η, ζ annullantesi nei punti della superficie: dovrà esser nullo allora l'integrale di spazio; e si può vedere facilmente che ciò non può verificarsi per qualunque spostamento (sodisfacente alla suddetta condizione) se non essendo nulle le funzioni che nell'espressione di esso moltiplicano le componenti dello spostamento medesimo in ogni punto nel quale esse siano continue. Posto infatti che una di tali componenti sia in un tal punto diversa da zero, essa manterrà in un certo intorno del punto medesimo uno stesso segno; e basterà perciò assumere la rispettiva componente di spostamento anch'essa di uno stesso segno in tale intorno e nulla in ogni altro punto, mentre le altre componenti siano nulle in tutto lo spazio S, per avere l'integrale certamente diverso da zero.

Risulta così dimostrato pure che l'integrale di superficie dev'essere nullo anch'esso in ogni caso; e può svolgersi allora un ragionamento del tutto analogo al precedente per dimostrare che debbono risultare nulle anche le funzioni che moltiplicano le componenti di spostamento nell'espressione di tale integrale, in ogni punto di Σ in cui esse siano continue.

(120) Si ricordi che anche nel dimostrare la sufficienza delle equazioni indefinite dell'equilibrio (25) è occorsa (§ 22), come nella dimostrazione della nota precedente, la limitazione ai punti in cui i primi membri delle equazioni medesime siano continui; venendosi poi nella nota (100) alla conclusione che tale continuità deve effettivamente mantenersi anche attraverso le superficie di discontinuità dei singoli termini di esse.

Così pure i primi membri delle condizioni al contorno (25') risultano necessariamente continui (e nulli) anche nei punti delle linee di discontinuità dei loro singoli termini, per cagione della dimostrata necessità delle condizioni medesime in ogni altro punto, come s'è già detto alla nota (102).

spostamento infinitesimo e una data deformazione. (Il teorema diretto afferma che la condizione è necessaria.)

Siano questa volta ξ, η, ζ le componenti del considerato spostamento infinitesimo, e ε_x, ε_y, ε_z, γ_{xy}, γ_{yz}, γ_{zx} le componenti della considerata deformazione infinitesima; σ_x, σ_y, σ_z, τ_{xy}, τ_{yz}, τ_{zx} le componenti di una tensione arbitraria ([121]). La condizione

$$\int_{(S)} (\sigma_x \varepsilon_x + \sigma_y \varepsilon_y + \sigma_z \varepsilon_z + \tau_{xy} \gamma_{xy} + \tau_{yz} \gamma_{yz} + \tau_{zx} \gamma_{zx})\, dV =$$

$$= \int_{(S)} (X\xi + Y\eta + Z\zeta)\, dV + \int_{(\Sigma)} (f_x \xi + f_y \eta + f_z \zeta)\, dA =$$

$$= -\int_{(S)} \left\{ \xi \left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) + \eta \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \right) + \right.$$

$$\left. + \zeta \left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} \right) \right\} dV +$$

$$+ \int_{(\Sigma)} \{ \xi (\sigma_x \alpha_x + \tau_{yx} \alpha_y + \tau_{zx} \alpha_z) + \eta (\tau_{xy} \alpha_x + \sigma_y \alpha_y + \tau_{zy} \alpha_z) +$$

$$+ \zeta (\tau_{xz} \alpha_x + \tau_{yz} \alpha_y + \sigma_z \alpha_z) \}\, dA$$

diventa per la (30)

$$\int_{(S)} \left\{ \left(\varepsilon_x - \frac{\partial \xi}{\partial x} \right) \sigma_x + \left(\varepsilon_y - \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) \sigma_y + \left(\varepsilon_z - \frac{\partial \zeta}{\partial z} \right) \sigma_z + \right.$$

$$\left. + \left(\gamma_{xy} - \frac{\partial \xi}{\partial y} - \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) \tau_{xy} + \left(\gamma_{yz} - \frac{\partial \eta}{\partial z} - \frac{\partial \zeta}{\partial y} \right) \tau_{yz} + \left(\gamma_{zx} - \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{\partial \xi}{\partial z} \right) \tau_{zx} \right\} dV = 0;$$

onde per lo stesso lemma sopra ricordato, attesa l'arbitrarietà di σ_x, σ_y, σ_z, τ_{xy}, τ_{yz}, τ_{zx}, si ottengono le relazioni che definiscono la considerata deformazione come quella derivante dallo spostamento considerato ([122]).

([121]) Allo spostamento e alla tensione vanno attribuite le proprietà di continuità e derivabilità già ricordate alla nota ([118]). Potranno esservi superficie di discontinuità dell'assegnata deformazione o delle sue derivate prime.

([122]) Analogamente a quanto s'è visto alla nota ([120]) per le relazioni d'equilibrio, i primi membri delle relazioni qui considerate (posto a secondo membro lo zero) risultano necessariamente continui anche attraverso le superficie di discontinuità dei loro singoli termini. Ciò non significa che ogni superficie di discontinuità delle derivate dello spostamento debba esser tale anche per la deformazione, potendo esser discontinua solo le rotazione; ma si ricordi dal § 15 che tale discontinuità dovrà allora esser costante. (Sarà inoltre discontinua, come risulta da quanta s'è visto al § 12, la derivata normale della deformazione, restando per altro continue le componenti interiori di essa, come s'è trovato al § 15.)

Poichè le proprietà assicurate dai due teoremi sotto le rispettive ipotesi sono direttamente esprimibili in semplice forma analitica quando le quantità cui esse si riferiscono (tensione e forze per il primo, spostamento e deformazione per il secondo) siano esplicitamente assegnate, l'utilità dei teoremi medesimi non potrà ovviamente manifestarsi in tal caso, ma per esempio quando alcune delle suddette quantità restino determinate in funzione di altre quantità assegnate, come si vedrà al capitolo VII.