

**RICCARDO BALDACCI**

Professore ordinario nell'Università di Genova

**SCIENZA  
DELLE COSTRUZIONI**

Volume primo

**FONDAMENTI DI MECCANICA DEI SOLIDI**

*Con 157 figure nel testo*

**UNIONE TIPOGRAFICO-EDITRICE TORINESE**

*Alla cara memoria di*  
**GIUSEPPE ALBENGA**  
*Ingegnere e Maestro*

## PREFAZIONE

*La presente opera trae origine dai corsi ufficiali di « Scienza delle Costruzioni » e di « Complementi di Scienza delle Costruzioni », che da vari anni tengo nella Facoltà di Ingegneria dell'Università di Genova. La materia viene qui esposta secondo un ordine logico senza riguardo al carattere fondamentale o complementare degli argomenti trattati: ho cercato però di rendere l'apprendimento della parte tradizionalmente istituzionale in modo indipendente dal resto, lasciando allo studioso la possibilità di separare facilmente gli argomenti trattati nei due corsi.*

*Rispetto alle nozioni di carattere strettamente universitario la materia risulta ampliata allo scopo di ottenere, da un lato, una maggiore organicità e di fornire allo studioso, dall'altro, un quadro sufficientemente esteso dei problemi, forse utile anche ai laureati in Ingegneria. Notevole risalto ha acquistato il costante impegno di realizzare una certa unità di metodo nella trattazione dei vari problemi: il lettore giudicherà dei risultati.*

*Casi particolari ed esempi applicativi servono a chiarire, quando è necessario, la portata ed il significato della teoria. È stato invece omissso, per principio, lo svolgimento di esercizi veri e propri, rimandando più opportunamente alle numerose raccolte esistenti e talvolta ottime.*

*Il primo volume è dedicato, ad un livello di fondamento, alla trattazione della Meccanica dei Solidi, come viene intesa nel senso moderno, suddividendo, a grandi linee, la materia in tre parti: analisi degli stati di deformazione e di tensione, discussione dei legami costitutivi desunti dall'osservazione del fenomeno fisico e generalizzati analiticamente, esposizione di due importanti problemi particolari, quali il cilindro di Saint-Venant e lo stato piano.*

*Il secondo volume è dedicato, sempre da un punto di vista istituzionale, alla trattazione della Meccanica delle strutture, intese nel senso che la particolare forma ne permette di esprimere lo stato di deformazione e*

*di tensione in termini di caratteristiche: vengono così affrontati i problemi relativi alle travi ad asse rettilineo e curvilineo, ai sistemi formati da travi, alle lastre caricate nel proprio piano e normalmente ad esso, alla stabilità dell'equilibrio.*

*Mi è gradito qui ringraziare il prof. ing. Piero Villaggio dell'Università di Pisa per la raccolta delle mie prime lezioni e la proficua discussione critica, ed il dott. ing. Mario Torrigiani dell'Università di Genova per la preziosa collaborazione nella revisione del testo e delle figure.*

Genova, settembre 1970.

## INDICE

|  |          |
|--|----------|
| PREFAZIONE . . . . .   | Pag. VII |
| <b>Introduzione</b> . . . . .                                      | » 1      |
| <b>CAPITOLO I. — Analisi della deformazione</b> . . . . .          | » 7      |
| 1. Sistemi di riferimento . . . . .                                | » 7      |
| 2. Deformazioni nell'intorno di un punto . . . . .                 | » 9      |
| 3. Componenti della deformazione . . . . .                         | » 10     |
| 4. Congruenza della deformazione . . . . .                         | » 11     |
| 5. Dilatazione lineare . . . . .                                   | » 12     |
| 6. Dilatazione angolare . . . . .                                  | » 13     |
| 7. Dilatazione superficiale . . . . .                              | » 15     |
| 8. Dilatazione cubica . . . . .                                    | » 16     |
| 9. Tensore della deformazione . . . . .                            | » 17     |
| 10. Direzioni e deformazioni principali . . . . .                  | » 19     |
| 11. Carattere di estremo delle deformazioni principali . . . . .   | » 22     |
| 12. Deviatore di deformazione . . . . .                            | » 23     |
| 13. Componenti di spostamento . . . . .                            | » 24     |
| 14. Rappresentazioni geometriche . . . . .                         | » 26     |
| 15. Deformazioni infinitesime . . . . .                            | » 27     |
| 16. Decomposizione dei gradienti di spostamento . . . . .          | » 29     |
| 17. Equazioni esplicite di congruenza . . . . .                    | » 30     |
| <b>CAPITOLO II. — Analisi della tensione</b> . . . . .             | » 33     |
| 18. Equilibrio di un continuo . . . . .                            | » 33     |
| 19. Tensione in un punto . . . . .                                 | » 34     |
| 20. Componenti speciali di tensione . . . . .                      | » 36     |
| 21. Equilibrio in un punto . . . . .                               | » 38     |
| 22. Tensore della tensione . . . . .                               | » 40     |
| 23. Direzioni e tensioni principali . . . . .                      | » 41     |
| 24. Deviatore di tensione . . . . .                                | » 44     |
| 25. Rappresentazione dello stato di tensione . . . . .             | » 45     |
| 26. Rappresentazioni particolari dello stato di tensione . . . . . | » 49     |
| 27. Stato di tensione per spostamenti infinitesimi . . . . .       | » 52     |

|   |                |
|---|----------------|
| CAPITOLO III. - - <b>Relazioni generali</b> . . . . .         | <i>Pag.</i> 54 |
| 28. Congruenza ed equilibrio . . . . .                        | » 54           |
| 29. Spostamento virtuale . . . . .                            | » 56           |
| 30. Teorema degli spostamenti virtuali . . . . .              | » 58           |
| 31. Forza virtuale . . . . .                                  | » 61           |
| 32. Teorema delle forze virtuali . . . . .                    | » 62           |
| 33. Stato di tensione nel riferimento materiale . . . . .     | » 64           |
| CAPITOLO IV. - - <b>Stati elastici</b> . . . . .              | » 67           |
| 34. Energia potenziale . . . . .                              | » 67           |
| 35. Isotropia elastica . . . . .                              | » 70           |
| 36. Principi variazionali . . . . .                           | » 73           |
| 37. Relazioni elastiche lineari . . . . .                     | » 77           |
| 38. I teoremi classici della elasticità lineare . . . . .     | » 79           |
| 39. Principi di estremo . . . . .                             | » 83           |
| 40. Relazioni elastiche isotrope lineari . . . . .            | » 86           |
| 41. Problema dell'equilibrio elastico isotropo . . . . .      | » 90           |
| 42. Metodi di risoluzione . . . . .                           | » 94           |
| 43. Determinazione della dilatazione cubica . . . . .         | » 97           |
| 44. Determinazione delle componenti di deformazione . . . . . | » 99           |
| 45. Principio di equivalenza elastica . . . . .               | » 101          |
| CAPITOLO V. — <b>Stati anelastici</b> . . . . .               | » 106          |
| 46. Risposta anelastica . . . . .                             | » 106          |
| 47. Visco-elasticità . . . . .                                | » 108          |
| 48. Relazioni elastiche e viscose . . . . .                   | » 110          |
| 49. Elasticità ritardata . . . . .                            | » 111          |
| 50. Scorrimento viscoso . . . . .                             | » 114          |
| 51. Relazioni visco-elastiche . . . . .                       | » 117          |
| 52. Operatori visco-elastici . . . . .                        | » 120          |
| 53. Problema dell'equilibrio visco-elastico . . . . .         | » 123          |
| 54. Termo-elasticità . . . . .                                | » 124          |
| 55. Anelasticità fluido-porosa . . . . .                      | » 127          |
| 56. Relazioni anelastiche generalizzate . . . . .             | » 129          |
| 57. Riduzione delle relazioni anelastiche . . . . .           | » 132          |
| 58. Relazioni anelastiche non-lineari . . . . .               | » 133          |
| CAPITOLO VI. - - <b>Stati limiti di plasticità</b> . . . . .  | » 135          |
| 59. Fondamenti fisici della plasticità . . . . .              | » 135          |
| 60. Aspetti fenomenologici della plasticità . . . . .         | » 137          |
| 61. Condizione di plasticità . . . . .                        | » 140          |
| 62. Criteri particolari di plasticità . . . . .               | » 145          |
| 63. Relazioni elasto-plastiche . . . . .                      | » 150          |
| 64. Relazioni elasto-plastiche particolari . . . . .          | » 154          |
| 65. Problema dell'equilibrio elasto-plastico . . . . .        | » 155          |
| 66. Principi di estremo . . . . .                             | » 159          |
| 67. Collasso plastico . . . . .                               | » 162          |
| 68. Teoremi dell'analisi limite . . . . .                     | » 164          |
| 69. Adattamento plastico . . . . .                            | » 167          |



|   |             |     |
|---|-------------|-----|
| <b>CAPITOLO III. — Relazioni generali</b>           | <i>Pag.</i> | 54  |
| 28. Congruenza ed equilibrio                        | »           | 54  |
| 29. Spostamento virtuale                            | »           | 56  |
| 30. Teorema degli spostamenti virtuali              | »           | 58  |
| 31. Forza virtuale                                  | »           | 61  |
| 32. Teorema delle forze virtuali                    | »           | 62  |
| 33. Stato di tensione nel riferimento materiale     | »           | 64  |
| <b>CAPITOLO IV. — Stati elastici</b>                | »           | 67  |
| 34. Energia potenziale                              | »           | 67  |
| 35. Isotropia elastica                              | »           | 70  |
| 36. Principi variazionali                           | »           | 73  |
| 37. Relazioni elastiche lineari                     | »           | 77  |
| 38. I teoremi classici della elasticità lineare     | »           | 79  |
| 39. Principi di estremo                             | »           | 83  |
| 40. Relazioni elastiche isotrope lineari            | »           | 86  |
| 41. Problema dell'equilibrio elastico isotropo      | »           | 90  |
| 42. Metodi di risoluzione                           | »           | 94  |
| 43. Determinazione della dilatazione cubica         | »           | 97  |
| 44. Determinazione delle componenti di deformazione | »           | 99  |
| 45. Principio di equivalenza elastica               | »           | 101 |
| <b>CAPITOLO V. — Stati anelastici</b>               | »           | 106 |
| 46. Risposta anelastica                             | »           | 106 |
| 47. Visco-elasticità                                | »           | 108 |
| 48. Relazioni elastiche e viscose                   | »           | 110 |
| 49. Elasticità ritardata                            | »           | 111 |
| 50. Scorrimento viscoso                             | »           | 114 |
| 51. Relazioni visco-elastiche                       | »           | 117 |
| 52. Operatori visco-elastici                        | »           | 120 |
| 53. Problema dell'equilibrio visco-elastico         | »           | 123 |
| 54. Termo-elasticità                                | »           | 124 |
| 55. Anelasticità fluido-porosa                      | »           | 127 |
| 56. Relazioni anelastiche generalizzate             | »           | 129 |
| 57. Riduzione delle relazioni anelastiche           | »           | 132 |
| 58. Relazioni anelastiche non-lineari               | »           | 133 |
| <b>CAPITOLO VI. — Stati limiti di plasticità</b>    | »           | 135 |
| 59. Fondamenti fisici della plasticità              | »           | 135 |
| 60. Aspetti fenomenologici della plasticità         | »           | 137 |
| 61. Condizione di plasticità                        | »           | 140 |
| 62. Criteri particolari di plasticità               | »           | 145 |
| 63. Relazioni elasto-plastiche                      | »           | 150 |
| 64. Relazioni elasto-plastiche particolari          | »           | 154 |
| 65. Problema dell'equilibrio elasto-plastico        | »           | 155 |
| 66. Principi di estremo                             | »           | 159 |
| 67. Collasso plastico                               | »           | 162 |
| 68. Teoremi dell'analisi limite                     | »           | 164 |
| 69. Adattamento plastico                            | »           | 167 |

|  |                 |
|--|-----------------|
| <b>CAPITOLO VII. — Stati limiti di rottura . . . . .</b>                   | <i>Pag.</i> 171 |
| 70. Teorie sulla rottura . . . . .   | » 171           |
| 71. Condizioni di rottura . . . . .  | » 174           |
| 72. Criteri particolari di rottura . . . . .                               | » 178           |
| 73. Rottura per sollecitazioni ripetute . . . . .                          | » 184           |
| 74. Micromeccanismo della rottura per fatica . . . . .                     | » 189           |
| 75. Criteri di rottura per fatica . . . . .                                | » 191           |
| 76. Stati limiti equivalenti: verifica di sicurezza . . . . .              | » 196           |
| <br><b>CAPITOLO VIII. — Problema di Saint-Venant . . . . .</b>             | <br>» 200       |
| 77. Formulazione del problema . . . . .                                    | » 200           |
| 78. Integrazione . . . . .   | » 203           |
| 79. Soluzione alternativa . . . . .  | » 206           |
| 80. Caratteristiche della sollecitazione . . . . .                         | » 209           |
| 81. Determinazione delle costanti . . . . .                                | » 212           |
| 82. Distribuzione della tensione normale . . . . .                         | » 214           |
| 83. Distribuzione delle tensioni tangenziali . . . . .                     | » 218           |
| 84. Stato di deformazione . . . . .  | » 224           |
| 85. Deformazione associata alla tensione normale . . . . .                 | » 226           |
| 86. Deformazione associata alle tensioni tangenziali . . . . .             | » 232           |
| <br><b>CAPITOLO IX. — Problemi particolari di sollecitazione . . . . .</b> | <br>» 239       |
| 87. Considerazioni preliminari . . . . .                                   | » 239           |
| 88. Sollecitazione di forza normale . . . . .                              | » 240           |
| 89. Forza normale in campo plastico . . . . .                              | » 242           |
| 90. Forza normale in campo anelastico . . . . .                            | » 246           |
| 91. Sollecitazione di flessione . . . . .                                  | » 249           |
| 92. Flessione in campo plastico . . . . .                                  | » 252           |
| 93. Flessione in campo anelastico . . . . .                                | » 258           |
| 94. Flessione in presenza di spostamenti finiti . . . . .                  | » 261           |
| 95. Sollecitazione composta di forza normale e flessione . . . . .         | » 264           |
| 96. Sollecitazione di taglio . . . . .                                     | » 265           |
| 97. Teoria approssimata del taglio . . . . .                               | » 273           |
| 98. Sollecitazione composta di flessione e taglio . . . . .                | » 278           |
| 99. Flessione e taglio in campo elasto-plastico . . . . .                  | » 282           |
| 100. Sollecitazione di torsione . . . . .                                  | » 286           |
| 101. Soluzioni particolari nel problema della torsione . . . . .           | » 293           |
| 102. Torsione di sezioni a connessione multipla . . . . .                  | » 302           |
| 103. Torsione in fase plastica . . . . .                                   | » 306           |
| 104. Torsione in presenza di spostamenti finiti . . . . .                  | » 314           |
| 105. Sollecitazione composta di forza normale e torsione . . . . .         | » 320           |
| 106. Sollecitazione composta di flessione e torsione . . . . .             | » 324           |
| 107. Soluzioni mediante procedimenti variazionali . . . . .                | » 329           |
| 108. Soluzioni mediante procedimenti alle differenze . . . . .             | » 337           |
| <br><b>CAPITOLO X. — Problemi piani . . . . .</b>                          | <br>» 346       |
| 109. Stati elastici piani . . . . .  | » 346           |
| 110. Problema piano di deformazione . . . . .                              | » 347           |



|  |                 |
|--|-----------------|
| 111. Problema piano di tensione . . . . .                            | <i>Pag.</i> 351 |
| 112. Funzione di tensione . . . . .                                  | » 354           |
| 113. Tensioni principali e linee isostatiche . . . . .               | » 357           |
| 114. Soluzioni in coordinate cartesiane . . . . .                    | » 360           |
| 115. Trasformazione in coordinate polari . . . . .                   | » 363           |
| 116. Stati piani simmetrici . . . . .                                | » 368           |
| 117. Stati piani radiali . . . . .                                   | » 373           |
| 118. Concentrazione delle tensioni . . . . .                         | » 379           |
| 119. Soluzione generale in termini di potenziali complessi . . . . . | » 382           |
| 120. Trasformazione conforme delle coordinate . . . . .              | » 388           |
| 121. Stati visco-elastici piani . . . . .                            | » 394           |
| 122. Stati termo-elastici piani . . . . .                            | » 402           |
| 123. Stato elasto-plastici piani . . . . .                           | » 408           |
| 124. Stato elasto-plastici piani simmetrici . . . . .                | » 414           |
| 125. Stati rigido-plastici piani . . . . .                           | » 418           |
| 126. Analisi limite di stati rigido-plastici piani . . . . .         | » 426           |
| 127. Problemi relativi a solidi di rivoluzione . . . . .             | » 433           |
| 128. Soluzioni mediante procedimenti variazionali . . . . .          | » 441           |
| 129. Soluzioni mediante procedimenti alle differenze . . . . .       | » 446           |
| <br>INDICE DEI NOMI . . . . .  | <br>» 453       |

## INTRODUZIONE

1. Sotto la denominazione, ormai largamente accettata, di Meccanica dei solidi viene inteso brevemente lo studio dello stato di deformazione e di tensione in un corpo deformabile, in relazione con le azioni ad esso applicate, dove la parola solido indica la classe particolare di corpi ai quali tale studio si riferisce.

L'esperienza dimostra che relazioni determinate esistono in ogni tipo particolare di materiale costituente il solido e dipendono da sue particolari proprietà: la nostra analisi dovrà contemplarne gli aspetti specifici inerenti a solidi ideali, nei quali viene supposta presente una sola di queste proprietà, in genere accomunate nei solidi reali.

Sarà quindi preferibile parlare, anzichè di solidi, di stati ideali, in quanto i solidi così ipotizzati rappresentano una pura astrazione e non si riferiscono ad alcun materiale reale. I corpi materiali, infatti, rivelano un comportamento oltremodo complesso per la presenza simultanea di varie caratteristiche, solo che, in determinate circostanze, l'una o l'altra di esse possono acquistare particolare rilievo e permettere così di pervenire ad alcuni schemi tipici, consistenti in modelli ideali individuati, ad esempio, dallo stato elastico, o plastico, o viscoso.

Alla base della Meccanica dei solidi viene posto il concetto di continuo tridimensionale allo scopo di poter istituire certe relazioni fondamentali in forma differenziale. Tale ipotesi equivale ad imporre che i solidi di cui trattiamo conservino nei loro elementi infinitesimi le proprietà osservate nel macrocosmo: in tal senso l'analisi meccanica può essere condotta ad un livello fenomenologico, in quanto rappresenta i fenomeni immediati dell'esperienza, anzichè a livelli strutturali, o atomici, o subatomici, e sarà costantemente sviluppata su tale via ad eccezione di qualche richiamo che serva a chiarire meglio il contenuto fisico di fenomeni particolari.

2. Lo scopo della teoria è di pervenire alla generalizzazione delle relazioni sperimentali attraverso l'invenzione di due costrutti mentali: il tensore di deformazione ed il tensore di tensione, indispensabili per trattare situazioni fisiche non accessibili direttamente alla esperienza, ma deducibili indirettamente per inferenza <sup>1</sup>.

Questi costrutti implicano un certo grado di invenzione e rappresentano per definizione certe proprietà dei punti interni di un solido deformabile connesse matematicamente in modo semplice con gli spostamenti dei punti stessi e con le forze agenti sul solido. L'intera struttura dei due tensori menzionati non corrisponde a nulla di accessibile alla esperienza diretta: tali concetti sono connessi ad uno spostamento o ad una forza ma esprimono più propriamente grandezze a nove dimensioni e possiedono precisamente lo stesso numero di gradi di libertà che competono al fenomeno osservabile.

Coerentemente con il loro carattere inventivo i due costrutti fondamentali di deformazione e di tensione verranno introdotti in modo assiomatico, ricavandone per via deduttiva dalla loro definizione tutte le proprietà essenziali.

È necessario osservare che per assioma viene qui accettato il significato moderno di una libera ammissione del pensiero i cui enunciati vanno al di là di ogni possibile verifica empirica. Non si pone cioè l'assurda antica esigenza di un contenuto assolutamente vero, sia che tale certezza venga considerata puramente razionale o puramente intuitiva, ma si accetta semplicemente che l'assioma rappresenti uno schema mentale concepito con una libertà tale da essere suscettibile di ogni applicazione che la conoscenza voglia farne.

In tal senso, per dirla con HENRI POINCARÉ <sup>2</sup>, non è necessario pensare ad una armonia prestabilita tra la ragione e la realtà, secondo la pretesa del razionalismo, nè vedere nei concetti matematici semplici immagini di tali verità, come fa l'empirismo.

A questo proposito dobbiamo osservare che non esiste il minimo dubbio perchè ogni concetto impiegato nella teoria debba trovare, infine, la sua giustificazione completa nella intuizione empirica; ma ciò non significa che ogni singola parte di una costruzione teorica debba o possa trovare la sua giustificazione. I concetti fondamentali sono infatti l'espressione di un processo dello spirito, immagini che procedono dalle esperienze possibili: solo in questo senso critico, tipicamente kantiano <sup>3</sup>, è possibile una scienza della natura.

<sup>1</sup> P. W. BRIDGMAN, *The Logic of Modern Physics*, New York (1928); trad. italiana, Torino (1952).

<sup>2</sup> H. POINCARÉ, *La science et l'hypothèse*, Paris (1902).

<sup>3</sup> I. KANT, *Kritik der reinen Vernunft*, 2<sup>a</sup> ed., 2, cap. I, sez. 3<sup>a</sup>, Riga (1878); trad. italiana, Torino (1957).



Compito della teoria, infatti, non è semplicemente quello di descrivere determinati fatti particolari, secondo le idee di MACH<sup>1</sup> e dei suoi epigoni, ma invece i singoli concetti, dalla teoria posti come ipotesi, devono possedere un certo grado di generalità nel complesso delle loro relazioni reciproche, ed è proprio tale elevazione un atto del pensiero scientifico.

Il vero carattere della teoria è così rappresentato dalla trasformazione dell'enunciato circoscritto alla singola osservazione nella legge assolutamente universale e illimitata, dal *fait brut* al *fait scientifique*<sup>2</sup>, ed un principio fisico non è un semplice insieme di fatti e di regole singole: esso deve contenere l'esigenza del *sempre e dovunque* che l'esperienza non potrà mai giustificare.

La schematizzazione di un corpo deformabile in un modello ideale, necessaria per stabilire in modo semplice e comprensibile le complesse relazioni osservate nei corpi reali, è dovuta dunque ad una libera decisione del pensiero con la sola condizione che le relazioni deducibili da tale modello abbiano il controllo dell'esperienza. La scienza infatti non vuole solo produrre dei giudizi ma fondare i suoi giudizi<sup>3</sup>: non si deve cioè far valere come presunta conoscenza scientifica alcun giudizio che non sia completamente fondato e che pertanto non si possa in ogni momento e sino in fondo giustificare, ritornando, quando si voglia, al processo di fondazione che deve sempre potersi ripetere.

Anche se tale giustificazione può *de facto* rimanere una mera presunzione, in ogni caso è in essa presente una meta ideale.

Per tale profondo motivo, di fronte alle argomentazioni dei puri empiristi, ci sembrano ancora attuali le parole di CLEBSCH<sup>4</sup>: « *Man ist gewohnt, dergleichen Kleinigkeiten eher einer Unvollkommenheit der Theorie als einer Unrichtigkeit in ihrer Anwendung zuzuschreiben. Oder wäre etwa die Theorie in gewisser Kreisen so ungünstig angesehen, wenn diese Verwechslung nicht leider nur allzuoft vorkäme?* ».

**3.** Attraverso tutto questo libro sarà costantemente impiegata la moderna notazione tensoriale, ormai affermata in modo decisivo dopo aspre polemiche e lunghe discussioni.

Chiunque abbia provato a servirsi anche dei primi elementi del calcolo dei tensori riconoscerà facilmente la sua indiscussa supremazia sopra altri linguaggi più anziani: la perfetta aderenza della notazione tensoriale a quella in componenti cartesiane ordinarie evita ogni sforzo

<sup>1</sup> E. MACH, *Die Prinzipien der Wärmelehre*, Leipzig (1896).

<sup>2</sup> H. POINCARÉ, *Science et méthode*, Paris (1909).

<sup>3</sup> E. HUSSERL, *Méditations cartésiennes*, Paris (1931); trad. italiana, Milano (1960).

<sup>4</sup> A. CLEBSCH, *Theorie der Elasticität fester Körper*, p. 147, Leipzig (1862).

mentale a pensare in termini di nuovi enti, come avviene invece impiegando vettori, omografie e matrici.

Sotto tale aspetto è del tutto fallace la ironica distinzione della umanità proposta da Sir GEOFFREY TAYLOR<sup>1</sup> tra uomini *xyz* e *ijk*: i secondi non ne costituiscono una seconda specie, ma conservano ancora tutte le caratteristiche della prima con l'aggiunta di una maggiore facoltà di sintesi.

D'altra parte la scrittura per disteso in termini di componenti comporta una perdita di tempo e distrazione per il lettore, quando non sia addirittura proibitiva: chi ne avesse vaghezza può divertirsi a scrivere, per esempio, i 27 termini contenuti nella espressione (2.4) del quadrato dell'elemento lineare deformato, invece così semplice e compatta nella notazione tensoriale.

Con ciò non si vuol negare la possibile maggiore eleganza formale raggiungibile con altri tipi di notazione, in particolare quella in termini di matrici, di cui MURNAGHAN<sup>2</sup> ha fornito un magnifico esempio proprio nella teoria delle deformazioni elastiche finite.

Rispetto ad altre trattazioni, specie in lingua italiana, si troveranno qui esposte alcune innovazioni che, comunque siano giudicate, hanno costituito un intenso lavoro ed una pesante responsabilità per l'Autore.

Il mutamento più sensibile è forse rappresentato dal tentativo di esporre da un punto di vista possibilmente unitario sul piano fenomenologico, il triplice aspetto della deformazione: elastico, plastico e viscoso. Lo sviluppo notevole compiuto negli ultimi anni dagli studi teorici sui fenomeni anelastici e la vasta messe di dati sperimentali ormai a disposizione, ha consigliato di seguire questa strada, tuttavia ancora ardua quando si pensi alle enormi differenze concettuali tra aspetto elastico ed anelastico in vista di una trattazione rigorosa.

Una seconda innovazione consiste nel premettere la teoria delle deformazioni finite e quella delle deformazioni infinitesime: anzi questa ultima viene semplicemente ricavata, secondo la sua vera natura, come situazione limite della prima.

La necessità di esporre la teoria rigorosa per deformazioni qualsiasi rimane ormai un fatto acquisito, stante l'impossibilità di trattare nell'ambito della teoria classica alcuni fondamentali capitoli come quello relativo alla stabilità dell'equilibrio. D'altra parte la teoria finita non può essere evidentemente derivata dalla teoria infinitesima, nè più nè meno come da un limite non può derivarsi l'espressione che tende a quel limite, senza dire poi dell'estrema precarietà e degli ine-

<sup>1</sup> G. TAYLOR, *Proc. of the 2nd Int. Congress of Rheology*, Oxford (1953).

<sup>2</sup> F. D. MURNAGHAN, *Finite deformation of an elastic solid*, New York (1951).



vitabili errori insiti in ragionamenti pseudo intuitivi che cerchino di sostituirsi ad un metodo razionalmente fondato.

Sembra chiaro che solo istituendo su basi rigorose le relazioni tra le componenti di deformazione ed i gradienti di spostamento, si possa poi comprendere appieno il senso e la portata delle espressioni valide nel caso particolare di deformazioni infinitesime.

Infine, nel tentativo di risalire ai concetti essenziali che costituiscono il fondamento della Meccanica dei solidi, il lettore troverà forse troppo radicale il declassamento a semplici corollari di alcuni principi ingiustamente famosi, o addirittura il più completo silenzio su alcuni di essi.

Ma questi sacrifici sono necessari in ogni scienza, quando superati gli entusiasmi della fase eroica delle scoperte, si voglia ripiegare in una sistematica critica, dove ogni principio deve trovare il ruolo più adatto e dove l'unità di metodo esige il sacrificio dell'inutile ed il ridimensionamento dell'eccessivo. In tale atteggiamento confortati dalla arguta definizione che un compianto Maestro, GIUSEPPE ALBENGA, alla cui memoria questa opera è dedicata, attribuiva ai *cosiddetti teoremi inutili e dannosi della Scienza delle Costruzioni*.

4. Nella redazione del presente volume sono state tenute presenti le esposizioni contenute in varie opere sull'argomento, delle quali è doveroso fare menzione ed alle quali si rimanda il lettore desideroso di una più approfondita analisi dei problemi specifici:

P. APPELL, *Traité de Mécanique rationnelle*, **3**, Equilibre et mouvement des milieux continus, 3<sup>a</sup> ediz., Paris, 1921.

B. A. BOLEY, J. H. WIENER, *Theory of Thermal Stress*, 2<sup>a</sup> ediz., New York, 1962.

E. CESARO, *Introduzione alla teoria matematica dell'elasticità*, Torino, 1894.

A. CLEBSCH, *Theorie der Elasticität fester Körper*, Leipzig, 1862.

L. F. DONATO, *Lezioni di Scienza delle Costruzioni*, 4<sup>a</sup> ediz., **1**, Pisa, 1964.

S. FLÜGGE, *Handbuch der Physik*, Berlin; **3**<sup>1</sup>, Prinzipien der klassischen Mechanik und Feldtheorie, 1960; **3**<sup>3</sup>, Die nicht-linearen Feldtheorie der Mechanik, 1965; **6**, Elastizität und Plastizität, 1958.

A. M. FREUDENTHAL, *The Inelastic Behavior of Engineering Materials and Structures*, New York, 1950.

H. GEIGER, K. SCHEEL, *Handbuch der Physik*; **6**, Mechanik der elastischen Körper, Berlin, 1928.

A. E. GREEN, W. ZERNA, *Theoretical Elasticity*, Oxford, 1954.

A. E. GREEN, J. E. ADKINS, *Large Elastic Deformations*, Oxford, 1960.

R. HILL, *The Mathematical Theory of Plasticity*, Oxford, 1950.

W. T. KOITER, *General Theorems for Elastic-Plastic Solids*, in «Progress in Solid Mechanics», **1**, 165-221, 1960.

A. E. H. LOVE, *A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity*, 4<sup>a</sup> ediz., 2<sup>a</sup> ristampa, Cambridge, 1952.

F. D. MURNAGHAN, *Finite Deformation of an Elastic Solid*, New York, 1951.

N. I. MUSHELIŠVILI, *Nekotorye osnovnye zadači matematičeskoj teorii uprugosti*, 3<sup>a</sup> ediz., Moskva, 1949; trad. inglese, Groningen, 1953.

A. NADAI, *Theory of Flow and Fracture of Solids*, New York, **1**, 1950; **2**, 1963.

V. V. NOVOŽILOV, *Teorija uprugosti*, Leningrad, 1958; trad. inglese, London, 1961.

W. PRAGER, PH. G. HODGE, *Theory of Perfectly Plastic Solids*, New York, 1951.

A. SIGNORINI, *Trasformazioni termoelastiche finite*, in « Annali di Matematica pura e applicata », IV; **22**, 33-143, 1943; **30**, 1-72, 1949; **39**, 147-201, 1955.

I. S. SOKOLNIKOFF, *Mathematical Theory of Elasticity*, 2<sup>a</sup> ediz., New York, 1956.

V. V. SOKOLOVSKIJ, *Teorija plastičnosti*, Moskva, 1950; trad. tedesca, Berlin, 1955.

W. SPÄTH, *Physik der mechanischen Werkstoffprüfung*, Berlin, 1938.

C. TRUESDELL, *The Mechanical Foundations of Elasticity and Fluid Dynamics*, in « Journal of Rational Mechanics and Analysis », **1**, 125-300, 1952.

C. ZENER, *Elasticity and Anelasticity*, Chicago, 1948.

C. ZWIKKER, *Physical Properties of Solid Materials*, London, 1954.

Nel corso dell'esposizione saranno inoltre ricordati i lavori ritenuti fondamentali, a giudizio dell'Autore, per lo sviluppo della materia trattata ed i lavori che potranno essere utilmente consultati per una più ampia informazione sui vari argomenti.

Benchè una attenta analisi diretta delle fonti abbia consentito di stabilire con una certa sicurezza il carattere di priorità degli apporti originali, chiediamo fin da ora scusa al lettore per involontarie omissioni od errori di attribuzione, ben lieti di accettare critiche costruttive al riguardo.